

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«16» января 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.ДВ.01.02 Вычислительная математика

Направление подготовки

Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки

09.03.03 Прикладная информатика в образовании

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Заочная

Год набора 2023

Новокузнецк 2025

Оглавление

1 Цель дисциплины	3
1.1 Формируемые компетенции	3
1.2 Индикаторы достижения компетенций	3
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине	4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.....	5
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.	5
3.1 Учебно-тематический план	5
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы	7
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.	9
5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины.	10
5.1 Учебная литература	10
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	11
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.	11
6 Иные сведения и (или) материалы.	12
6.1. Примерные темы письменных учебных работ	12
6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	15

1 Цель дисциплины.

Целью изучения дисциплины «Вычислительная математика» является формирование математической компетентности, основанной на изучении и применении методов вычислительной математики к исследованию и реализации различных математических моделей на основе алгоритмизации и программирования.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция:

ОПК-1 (Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональная		ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-1 (Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности).	ОПК 1.1. Применяет физические законы и положения общетехнических дисциплин для моделирования прикладных и информационных процессов ОПК 1.2 Применяет методы высшей и дискретной математики для моделирования прикладных и информационных процессов ОПК 1.3 Применяет методы теории вероятности и математической статистики для моделирования	Б1.О.08 Математика, Б1.О.11 Теория вероятностей и математическая статистика, Б1.О.12 Дискретная математика, Б1.О.13 Вычислительная математика, Б1.О.14 Физика, Б1.О.21 Математическое и имитационное моделирование экономических процессов, Б2.О.04(Пд) Преддипломная практика, Б3 Государственная итоговая аттестация, Б3.01(Д) Выпускная квалификационная работа

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	прикладных и информационных процессов	

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-1 (Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования профессиональной деятельности).	ОПК 1.1. Применяет физические законы и положения общетехнических дисциплин для моделирования прикладных и информационных процессов ОПК 1.2 Применяет методы высшей и дискретной математики для моделирования прикладных и информационных процессов ОПК 1.3 Применяет методы теории вероятности и математической статистики для моделирования прикладных и информационных процессов	Знать: основные факты, концепции и принципы вычислительной математики. Уметь: грамотно пользоваться языком вычислительной математики; строго доказывать математические утверждения из области вычислительной математики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; решать конкретные задачи из области своей профессиональной деятельности с использованием вычислительной математики; выбирать и применять математические методы и методы моделирования, необходимые для решения поставленных задач. Владеть: - способностью разрабатывать и преобразовывать математические модели явлений, процессов и систем с целью их эффективной программно-аппаратной реализации и применения в научных исследованиях, проектной деятельности, управлении технологическими, социальными системами

2 Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объем часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины			108
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			12
Аудиторная работа (всего):			12
в том числе:			
лекции			6
практические занятия, семинары			6
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме			
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			92
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы/контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			92
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)			92
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Зачет с оценкой		4

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	пр. акт.		лекц.	пр. акт.		
Курс <u>2</u>									
I	Численные методы алгебры	26				1	1	24	Индивидуальное задание
	Методы решения нелинейных уравнений	6						6	
	Методы решения систем линейных алгебраических	6						6	

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторные занятия		СРС	Аудиторные занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Курс 2									
	уравнений. Точные методы.								Индивидуальное задание
	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Приближенные методы.	8				1	1	6	
	Метод Ньютона (касательных) решения систем нелинейных уравнений	6						6	
II	Теория приближений	26				2	2	22	
	Интерполирование функций	8				1	1	6	Индивидуальное задание
	Приближение табличных функций методом наименьших квадратов	10				1	1	8	
	Методы наилучшего приближения.	8						8	
III	Численное дифференцирование и интегрирование	26				2	2	22	Индивидуальное задание
	Численное дифференцирование	8				1	1	6	
	Численное интегрирование. Формула прямоугольников	8						8	
	Численное интегрирование. Формулы трапеций, Симпсона.	10				1	1	8	
IV	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными	26				1	1	24	Индивидуальное задание
	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.	8				1	1	6	
	Численные методы решения дифференциальных уравнений.	6						6	
	Уравнения с частными производными	6						6	
	Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных	6						6	

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	пр. акт		лекц.	пр. акт		
Курс <u>2</u>									
	производных, начальные и краевые условия.								
	Промежуточная аттестация -	4							Зачет с оценкой
ИТОГО по семестру		108				6	6	92	

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
Курс _2_		
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1	Численные методы алгебры	
1.1	Методы решения нелинейных уравнений.	Нелинейные уравнения. Отделение корней уравнения. Приближенное вычисление корня уравнения с заданной точностью методом половинного деления. Практическая схема вычисления приближенного значения корня уравнения с заданной точностью методом простой итерации. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса (схема единственного деления). Полные метрические пространства. Теорема о сжимающих отображениях в полном метрическом пространстве и ее следствия. Применение теоремы о сжимающих отображениях при решении системы линейных уравнений: метод простых итераций. Метод Зейделя. Практические схемы решения на ПК. Системы нелинейных уравнений. Практическое применение метода Ньютона для системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными с использованием ПК.
2	Теория приближений	
2.1	Интерполирование функций. Методы наилучшего приближения.	Построение интерполяционного многочлена Лагранжа для функции, заданной таблицей. Оценка погрешности интерполирования по формуле Лагранжа. Организация ручных вычислений по формуле Лагранжа. Вычисление разделенных разностей. Первый и второй многочлены Ньютона. Практическая оценка погрешности интерполирования по формулам Ньютона. Уплотнение таблиц функций. Дискретный вариант среднеквадратических приближений. Переопределенная

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		система линейных уравнений. Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов. Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов. Линейная и квадратичная регрессии.
3	Численное дифференцирование и интегрирование	
3.1	Численное дифференцирование. Численное интегрирование.	Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона. Метод неопределенных коэффициентов. Погрешность формул численного дифференцирования. Квадратурная формула прямоугольников. Формулы Ньютона – Котеса. Метод неопределенных коэффициентов. Формула трапеций. Формула Симпсона. Квадратурная формула Гаусса. Погрешность численного интегрирования.
4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными	
4.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Численные методы решения дифференциальных уравнений.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Эйлера – Коши. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге – Кутты. Многошаговые методы. Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод конечных разностей. Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод сеток. Метод конечных разностей решения уравнений эллиптического и параболического типов.
<i>Содержание практических занятий</i>		
1	Численные методы алгебры	
1.1	Решение нелинейных уравнений.	Приближенное вычисление корня уравнения с заданной точностью методом половинного деления. Метод простой итерации численного решения уравнений. Условия сходимости итерационной последовательности. Практические схемы вычисления приближенного значения корня уравнения с заданной точностью методом простой итерации. Сходимость и устойчивость численного метода. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса (схема единственного деления) с использованием таблиц Excel. Решение системы линейных уравнений методом простой итерации с использованием ПК. Метод Зейделя. Практические схемы решения на ПК. Практическое применение метода Ньютона для системы

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными с использованием ПК.
2	Теория приближений	
2.1	Численная интерполяция. Методы наилучшего приближения	Интерполяционный многочлен Лагранжа для функции, заданной таблицей. Оценка погрешности интерполирования по формуле Лагранжа. Первый и второй многочлены Ньютона. Практическая оценка погрешности интерполирования по формулам Ньютона. Субтабулирование функций. Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов.
3	Численное дифференцирование и интегрирование	
3.1	Численное дифференцирование. Численное интегрирование.	Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона. Метод неопределенных коэффициентов. Погрешность формул ч Квадратурная формула прямоугольников. Формулы Ньютона – Котеса. Метод неопределенных коэффициентов численного дифференцирования Формула трапеций. Формула Симпсона. Квадратурная формула Гаусса. Погрешность численного интегрирования.
4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными	
4.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Эйлера – Коши. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге – Кутта. Многошаговые методы. Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод конечных разностей. Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод сеток. Метод конечных разностей решения уравнений эллиптического и параболического типов.
	Промежуточная аттестация – зачет с оценкой	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	80	Лекционные занятия (конспект) (6 занятий)	2 балла посещение 1 лекционного занятия	0 - 12
		Практические (6 занятий).	2 балла - посещение 1 практического занятия 3 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	12 - 18
		Индивидуальные задания (4 задания)	За одно Инд. задание: 8 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 9 баллов (выполнено 66 - 85% заданий) 10 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	32-40
		Реферат	10 баллов – написание реферата	10
Итого по текущей работе в семестре				44 - 80
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Вопросы к зачету Тест	10 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	10-20
Итого по промежуточной аттестации (зачет с оценкой)				20 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации: 50 – 100 б. Набранные баллы переводятся в традиционные оценки по следующей шкале: – 86 и более – «отлично»; – 70–85– «хорошо»; – 51–69 – «удовлетворительно»; – 50 и менее – «неудовлетворительно».				

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

- Бахвалов, Н. С. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — Электронные текстовые данные. - Москва: Лаборатория знаний, 2015. - 639с.-Режим доступа : http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70767
- Численные методы [Электронный ресурс] : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под ред. У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт,

2017. - 421 с. - Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/43F523F2-5AD9-448D-A8FF-212707F6A238>

Дополнительная учебная литература

1. Волков, Е. А. Численные методы [Электронный ресурс] : учебник / Е. А. Волков. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 256 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=54
2. Копченова, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н. В. Копченова, И. А. Марон. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 368 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=198
3. Лапчик, М. П. Численные методы [Текст] : учебное пособие для вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина Е. К. Хеннер ; под ред. М. П. Лапчика. - Изд. 5-е ; стер. - Москва : Академия, 2009. - 384 с.
4. Срочко, В. А. Численные методы. Курс лекций [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Срочко. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 208 с. —
Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=378

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Вычислительная математика	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике. Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа. - текущего контроля и промежуточной аттестации Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: стационарное - доска интерактивная, компьютер преподавателя, проектор, акустическая система, экран. Используемое программное обеспечение: MSWindows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1
---------------------------	--	--

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Темы индивидуальных заданий

1. Индивидуальное задание №1: Численные методы алгебры.

Темы: 1.1 Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (схема единственного деления).

1.2 Метод простой итерации (для систем линейных уравнений).

1.3 Метод Зейделя.

1.4 Отделение корней нелинейного уравнения. Графическое отделение корней.

1.5 Метод половинного деления. Условие окончания процесса деления при заданной допустимой погрешности.

1.6 Метод простой итерации (для нелинейных уравнений).

1.7 Метод Ньютона (касательных).

Вариант (образец):

Задание 1.

1) Отделить корни заданного уравнения:

а) графически;

б) с использованием ПК.

2) С помощью микрокалькулятора вычислить один корень уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$, используя метод простой итерации.

3) Составить программу для вычисления с помощью ПК всех корней заданного уравнения методом половинного деления с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

4) Составить программу для уточнения одного из корней уравнения методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

$$\cos x - (x-1)^2 = 0;$$

Задание 2.

Решить систему линейных уравнений с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ различными способами:

а) методом Гаусса (по схеме единственного деления) с применением микрокалькулятора;

б) методом простой итерации на ПК;

с) методом Зейделя на ПК.

$$1. \begin{cases} 3,01x_1 - 0,14x_2 - 0,15x_3 = 1,00, \\ 1,11x_1 + 0,13x_2 - 0,75x_3 = 0,13, \\ 0,17x_1 - 2,11x_2 + 0,71x_3 = 0,17; \end{cases}$$

Задание 3.

Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

$$\begin{cases} \sin(x+y) - 1,6x = 0, \\ x^2 + y^2 = 1; \end{cases}$$

2. Индивидуальное задание №2: Теория приближений.

Темы:

- 2.1 Задача интерполирования табличной функции.
- 2.2 Интерполяционный многочлен Лагранжа.
- 2.3 Таблицы конечных разностей.
- 2.4 Первый интерполяционный многочлен Ньютона.
- 2.5 Второй интерполяционный многочлен Ньютона.
- 2.6 Субтабулирование функций.
- 2.7 Метод наименьших квадратов.
- 2.8 Линейная регрессия.
- 2.9 Квадратичная регрессия.

Вариант (образец):

Задание 1.

1) По заданной таблице значений функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа. Построить его график и отметить на нем узловые точки.

x	-1	0	3
y	-3	5	2

Задание 2.

По заданной таблице значений функции построить методом наименьших квадратов линейную и квадратичную регрессии с использованием:

- 1) калькулятора;
- 2) ПК.

Сравнить величины среднеквадратических отклонений.

x	0,10	0,30	0,40	0,60	0,70	0,80	1,00	1,10
y	0,25	0,50	0,65	0,55	0,42	0,30	0,22	0,15

3. Индивидуальное задание №3: Численное дифференцирование и интегрирование.

Темы:

- 3.1 Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Лагранжа.
- 3.2 Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Ньютона.
- 3.3 Погрешность численного дифференцирования.
- 3.4 Метод неопределенных коэффициентов.
- 3.5 Численное интегрирование. Квадратурная формула прямоугольников. Погрешность численного интегрирования.
- 3.6 Формула трапеций. Погрешность численного интегрирования.
- 3.7 Формула Симпсона. Погрешность численного интегрирования.

Вариант (образец):

Задание 1.

Вычислить с помощью калькулятора значение производной функции, заданной таблично, используя:

- 1) интерполяционную формулу Лагранжа, оценить погрешность метода;
- 2) интерполяционную формулу Ньютона, оценить погрешность метода.

номер варианта	функция $f(x)$	x_0
1	$\sin x$	0,60

Задание 2.

1) Вычислить с помощью калькулятора интеграл заданной функции при $n=10$ по формуле:

- а) прямоугольников;
- б) трапеций;
- в) Симпсона.

Произвести оценку погрешности методов интегрирования.

2) Составить программу вычисления интеграла заданной функции по формуле Симпсона.

$$1. \int_{1,2}^{2,2} \frac{\lg(x+2)}{x} dx;$$

4. Индивидуальное задание №4: Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

Темы:

- 4.1 Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
- 4.2 Метод Эйлера – Коши.
- 4.3 Метод Рунге – Кутта.
- 4.4 Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.
- 4.5 Метод сеток для задачи Дирихле.
- 4.6 Метод сеток для уравнения параболического типа.

Вариант (образец):

Задание 1.

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на отрезке $[a; b]$ при заданном начальном условии $y(a) = c$ и шаге интегрирования h :

- 1) методом Эйлера:
 - а) на калькуляторе;
 - б) на ПК;
 - в) построить график интегральной кривой;
- 2) методом Эйлера – Коши:
 - а) на калькуляторе;
 - б) построить график интегральной кривой;
- 3) методом Рунге – Кутта на ПК.

Номер варианта	$f(x, y)$	A	b	c	h
1	$1 - \sin(0,75x - y) + \frac{1,75y}{x+1}$	0	1	0	0,2

Задание 2.

1) Применяя метод конечных разностей, найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ в квадрате $ABCD$ с вершинами $A(0;0)$, $B(0;1)$, $C(1;1)$, $D(1;0)$ с шагом $h = \frac{1}{5}$.

Краевые условия приведены в таблице вариантов.

Номер варианта	$U _{AB}$	$U _{BC}$	$U _{CD}$	$U _{AD}$
1	$30y$	$30(1-x^2)$	0	0

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к зачету

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
8 семестр		
1. Численные методы алгебры.		
1.1 Методы решения нелинейных уравнений	1. Отделение корней нелинейного уравнения. Графическое отделение корней. 2. Метод половинного деления. Условие окончания процесса деления при заданной допустимой погрешности. 3. Метод простой итерации (для нелинейных уравнений).	1. Отделить корни заданного уравнения графически: $\cos x - (x-1)^2 = 0$; 2. С помощью микрокалькулятора вычислить один корень уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$, используя метод простой итерации.

1.2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений	4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (схема единственного деления). 5.Метод простой итерации (для систем линейных уравнений). 6.Метод Зейделя.	3.Решить систему линейных уравнений с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Гаусса (по схеме единственного деления) с применением микрокалькулятора: $\begin{cases} 3,01x_1 - 0,14x_2 - 0,15x_3 = 1,00, \\ 1,11x_1 + 0,13x_2 - 0,75x_3 = 0,13, \\ 0,17x_1 - 2,11x_2 + 0,71x_3 = 0,17; \end{cases}$										
1.3. Метод Ньютона (касательных) решения систем нелинейных уравнений	7.Метод Ньютона (касательных).	4.Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$. $\begin{cases} \sin(x + y) - 1,6x = 0, \\ x^2 + y^2 = 1; \end{cases}$										
2. Теория приближений												
2.1 Интерполирование функций	8.Задача интерполирования табличной функции. 9.Интерполяционный многочлен Лагранжа. 10.Таблицы конечных разностей. 11.Первый интерполяционный многочлен Ньютона. 12.Второй интерполяционный многочлен Ньютона. 13.Субтабулирование функций. 14.Метод наименьших квадратов. 15.Линейная регрессия. 16.Квадратичная регрессия.	5.По заданной таблице значений функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа. Построить его график и отметить на нем узловые точки. <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td>-3</td><td>5</td><td>2</td></tr></table>	x	-1	0	3	y	-3	5	2		
x	-1	0	3									
y	-3	5	2									
2.2 Приближение табличных функций методом наименьших квадратов	14.Метод наименьших квадратов. 15.Линейная регрессия. 16.Квадратичная регрессия	6.По заданной таблице значений функции построить методом наименьших квадратов линейную и квадратичную регрессии с использованием калькулятора. Сравнить величины среднеквадратических отклонений. <table><tr><td>x</td><td>0,10</td><td>0,30</td><td>0,40</td><td>0,60</td></tr><tr><td>y</td><td>0,25</td><td>0,50</td><td>0,65</td><td>0,55</td></tr></table>	x	0,10	0,30	0,40	0,60	y	0,25	0,50	0,65	0,55
x	0,10	0,30	0,40	0,60								
y	0,25	0,50	0,65	0,55								
3. Численное дифференцирование и интегрирование												
3.1Численное дифференцирование	17.Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Лагранжа. 18.Численное дифференцирование на	7.Вычислить с помощью калькулятора значение производной функции, заданной таблично, используя: 1) интерполяционную формулу Лагранжа, оценить погрешность метода; 2) интерполяционную формулу Ньютона, оценить погрешность метода.										

	основе интерполяционной формулы Ньютона. 19.Погрешность численного 20.дифференцирования. Метод неопределенных коэффициентов.	<table><tr><td>номер варианта</td><td>функция $f(x)$</td><td>x_0</td></tr><tr><td>1</td><td>$\sin x$</td><td>0,60</td></tr></table>	номер варианта	функция $f(x)$	x_0	1	$\sin x$	0,60				
номер варианта	функция $f(x)$	x_0										
1	$\sin x$	0,60										
3.2Численное интегрирование	21.Численное интегрирование. Квадратурная формула прямоугольников. Погрешность численного интегрирования. 22.Формула трапеций. Погрешность численного интегрирования. 23.Формула Симпсона. Погрешность численного интегрирования.	8.Вычислить с помощью калькулятора интеграл заданной функции при $n=10$ по формуле: а) прямоугольников; б) трапеций; в) Симпсона. Произвести оценку погрешности методов интегрирования. $\int_{1,2}^{2,2} \frac{\lg(x+2)}{x} dx;$										
4. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными												
4.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.	24.Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. 25.Метод Эйлера – Коши. 26.Метод Рунге – Кутта.	9.Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на отрезке $[a;b]$ при заданном начальном условии $y(a) = c$ и шаге интегрирования h : 1) методом Эйлера; построить график интегральной кривой; 2)методом Эйлера – Коши: <table><tr><td>$f(x, y)$</td><td>A</td><td>b</td><td>c</td><td>h</td></tr><tr><td>$1 - \sin(0,75x - y) + \frac{1,75y}{x+1}$</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0,2</td></tr></table>	$f(x, y)$	A	b	c	h	$1 - \sin(0,75x - y) + \frac{1,75y}{x+1}$	0	1	0	0,2
$f(x, y)$	A	b	c	h								
$1 - \sin(0,75x - y) + \frac{1,75y}{x+1}$	0	1	0	0,2								
4.2 Уравнения с частными производными	27.Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. 28.Метод сеток для задачи Дирихле. 29.Метод сеток для уравнения параболического типа.	10.Применяя метод конечных разностей, найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ в квадрате $ABCD$ с вершинами $A(0;0)$, $B(0;1)$, $C(1;1)$, $D(1;0)$ с шагом $h=\frac{1}{5}$. Краевые условия приведены в таблице. <table><tr><td>$U _{AB}$</td><td>$U _{BC}$</td><td>$U _{CD}$</td><td>$U _{AD}$</td></tr><tr><td>$30y$</td><td>$30(1-x^2)$</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	$U _{AB}$	$U _{BC}$	$U _{CD}$	$U _{AD}$	$30y$	$30(1-x^2)$	0	0		
$U _{AB}$	$U _{BC}$	$U _{CD}$	$U _{AD}$									
$30y$	$30(1-x^2)$	0	0									

Составитель (и): Фомина А.В., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))