Подписано электронной подписью: Вержицкий Данил Григорьевич Должность: Директор КГПИ КемГУ Дата и время: 2025-04-23 00:00:00 471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

# МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования

«Кемеровский государственный университет» Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ Декан А. В. Фомина 30 января 2025 г.

### Рабочая программа дисциплины

К.М.04.03 Алгебра и геометрия

Код, название дисциплины

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Код, название направления

Направленность (профиль) подготовки Программное и математическое обеспечение информационных технологий

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника бакалавр

> Форма обучения *Очная*

> Год набора 2022

Новокузнецк 20245

## Оглавление

1 Цел	ть дисциплины.	3
1.1	Формируемые компетенции	3
1.2	Индикаторы достижения компетенций	3
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине	4
	ьём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной тации.	4
3. Уч	ебно-тематический план и содержание дисциплины	5
3.1 У	чебно-тематический план	5
3.2. C	Содержание занятий по видам учебной работы	8
_	рядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в теку эмежуточной аттестации	
5 Ma	атериально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины	14
5.1 У	чебная литература	14
5.2 M	1атериально-техническое и программное обеспечение дисциплины	15
5.3 C	овременные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	18
6 Ині	ые сведения и (или) материалы	18
6.1.П	римерные темы письменных учебных работ	18
6.2. Г	Тримерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	23

### 1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должна быть сформирована компетенция основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ОПК-1

Содержание компетенций как планируемых результатов обучения по дисциплине см. таблицы 1 и 2.

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции (универсальная, общепрофессиональная, профессиональная)	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональная	Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения	Дисциплины и практики,
	компетенции по ОПОП	формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-1. Способен	1.1 строго доказывает	К.М.04.01 Физика
применять	математические	К.М.04.02 Математический
фундаментальные знания,	утверждения, основываясь	анализ
полученные в области	на фактах и концепциях	К.М.04.03 Алгебра и геометрия
математических и (или)	теорий в области	К.М.04.04 Теория вероятностей и
естественных наук, и	математических и	математическая статистика
использовать их в	естественных наук, выделяя	К.М.04.05 Дифференциальные
профессиональной	главные смысловые	уравнения
деятельности	аспекты в доказательствах;	К.М.04.06 Теория игр и
	1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий	исследование операций К.М.04.07 Выравнивающий курс математики и информатики К.М.09.01(У) Технологическая (проектно-технологическая) практика К.М.10.01(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

## 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название	Индикаторы достижения	Знания, умения, навыки (ЗУВ),
	компетенции, закрепленные	формируемые дисциплиной
компетенции	за дисциплиной	формируемые дисциплинои
ОПК-1. Способен	1.1 строго доказывает	Знать:
	_	
применять	математические	<ul> <li>основные факты, концепции и</li> </ul>
фундаментальные	утверждения, основываясь	принципы алгебры и геометрии.
знания, полученные в	на фактах и концепциях	Уметь:
области	теорий в области	- грамотно пользоваться языком
математических и (или)	математических и	алгебры и геометрии;
естественных наук, и	естественных наук,	<ul><li>строго доказывать</li></ul>
использовать их в	выделяя главные	математические утверждения в
профессиональной	смысловые аспекты в	области алгебры и геометрии,
деятельности	доказательствах;	выделяя главные смысловые аспекты
	1.2 Решает практические	в доказательствах;
	задачи на основе	– применять знания алгебры и
	фундаментальных знаний	геометрии для решения практических
	в области математических	задач.
	и естественных наук	Владеть:
	и сетсетвенных наук	способностью решать
	1.3 Решает	профессиональные задачи в
	профессиональные задачи	исследовательской и прикладной
	в исследовательской и	деятельности, используя основы
	прикладной деятельности,	алгебры и геометрии.
	используя основы	
	современных	
	математических теорий	

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий.

## Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине,		Объём часов по формам обучения				
проводимые в разных формах	ОФО	ОЗФО	ЗФО			
1 Общая трудоемкость дисциплины	360					
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам	154					
учебных занятий) (всего)						
Аудиторная работа (всего):	154					
в том числе:						
лекции	64					
практические занятия, семинары	72					
практикумы						
лабораторные работы						
в интерактивной форме						
в электронной форме						
Внеаудиторная работа (всего):						
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с						
преподавателем						
подготовка курсовой работы/контактная работа						
групповая, индивидуальная консультация и иные виды						
учебной деятельности, предусматривающие групповую						
или индивидуальную работу обучающихся с						
преподавателем)						
творческая работа (эссе)						
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	134					
4 Промежуточная аттестация обучающегося	1 семестр-					
	экзамен					
	(36 ч.)					
	2 семестр-					
	экзамен (36 ч.)					

# 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

		Общая	Т	рудоем	кость з	анятий	і (час.)		Формы
Ш	Разделы и темы дисциплины	трудоём		ОФО			3ФО		текущего
№ недели т/п	по занятиям	кость	Ауди	торн.		Ауди	торн.		контроля и промежуточно
)H;	по запитими	(всего	заня	<b>ТИЯ</b>	CPC	заня	КИТІ	CPC	й аттестации
Ž i		час.)	лекц.	практ.		лекц.	практ.		успеваемости
Сем	естр 1								
	1. Матричная алгебра	28	8	6	14				
1	1.1 Матрицы, операции над	8	2	2	4				
	матрицами								
2	1.2.Определители, их свойства.	8	2	2	4				Индивидуа
	Миноры и алгебраические								
	дополнения. Разложение								льное
	определителя по элементам ряда								задание
3	1.3. Обратная матрица. Ранг	12	4	2	6				
	матрицы								

		Общая	Т	рудоем	кость	занятий	і (час.)		Формы
ЛИ	Разделы и темы дисциплины	трудоём		ОФО			3ФО		текущего
№ недели п/п	по занятиям	кость	Ауди			Ауди	_		контроля и промежуточно
ЭН о	по запитили	(всего час.)	заня	1	CPC	заня		CPC	й аттестации
Ž:	2 C	34	лекц. <b>8</b>		1.6	лекц.	практ.		успеваемости
4	2. Системы линейных уравнений			10	16				
4	2.1. Решение систем п линейных	8	2	2	4				
	алгебраических уравнений с п								
	неизвестными методом Крамера.	0							
5	2. 2. Решение систем линейных	8	2	2	4				Контрольна
	алгебраических уравнений и								я работа
	матричных уравнений с помощью								Кейс-
	обратной матрицы.	_		_					задание
6	2.3. Теорема Кронекера-Капелли.	8	2	2	4				, ,
7	2.4. Решение систем т линейных	10	2	4	4				
	алгебраических уравнений с п								
	неизвестными методом Гаусса.								
	3. Векторная алгебра	20	4	4	12				
	(геометрические векторы)								
8	3.1. Векторы на плоскости и в	6	1	1	4				
	пространстве. Линейные операции								
	над векторами.								
9	3.2. Скалярное произведение	6	1	1	4				Контрольна
	векторов, его основные свойства,								я работа
	координатное выражение.								
10	3. 3. Векторное и смешанное	8	2	2	4				
	произведение векторов, их основные								
	свойства, приложения								
	4. Аналитическая геометрия на	30	8	8	14				
	плоскости								
11	4.1. Система координат на	6	2	2	2				
	плоскости. Основные задачи.								11
12	4.2. Прямая на плоскости. Способы	8	2	2	4				Индивидуа
	задания.								льное
13	4.3.Угол между двумя прямыми.	8	2	2	4				задание
	Расстояние от точки до прямой.								
14	4.4. Линии второго порядка.	8	2	2	4				
	5. Аналитическая геометрия в	32	8	16	8				
	пространстве								
15	5.1. Плоскость. Различные	8	2	4	2				
	уравнения плоскости. Угол между								
	плоскостями. Условие								Контрольна
	параллельности и								я работа
	перпендикулярности двух								
	плоскостей.								
16	5.2. Прямая в пространстве.	8	2	4	2				
	Способы задания. Условие								
	параллельности и								
	перпендикулярности прямых.								
17	5.3.Взаимное расположение прямой	8	2	4	2				
	и плоскости в пространстве.		=		_				
	who ark amount.			L	<u> </u>	L		<u> </u>	<u> </u>

		Общая трудоём	Т	рудоем	кость	занятий Г			Формы текущего
эли	Разделы и темы дисциплины			ОФО	1		3ФО	1	контроля и
еде	по занятиям	кость (всего		торн.	CDC	Ауди		CDC	промежуточно
№ недели п/п		час.)	лекц.	ятия практ.	CPC		тия практ.	CPC	й аттестации успеваемости
18	5.4. Поверхности второго порядка	8	<u>лекц.</u>	4	2	лекц.	практ.		<i>y</i>
	Промежуточная аттестация -	36							экзамен
	экзамен								
ИТО	ГО по 1 семестру	180	36	44	64				
	естр 2								
	1. Комплексные числа	22	4	4	14				
1	1.1. Определение комплексного	11	2	2	7				
	числа. Комплексная плоскость.	11	_	_	,				
	Форма записи комплексных чисел.								Контрольна
2	1.2. Операции над комплексными	11	2	2	7				я работа
	числами.	11	2	2	_ ′				
	2. Линейные пространства	68	14	14	40				
3	2.1. Линейные векторные	10	2	2	6				
3	_	10	2	2	0				
	пространства. Линейная								
1	зависимость векторов.	10	2	2	6				1/
4	2.2. Размерность и базис векторного	10	2	2	0				Контрольна
	пространства.	10		_					я работа
5	2.3. Переход к новому базису.	10	2	2	6				Коллоквиу
6	2.4. Линейные подпространства.	19	4	4	11				M
	Сумма и пересечение линейных								
	подпространств.	1.0			_				- -
7	2.5. Евклидовы пространства.	10	2	2	6				
8	2.6. Ортонормированная система	9	2	2	5				
	векторов. Ортогональное								
	дополнение								
	3. Линейные операторы	32	6	6	20				
9	3.1. Линейные операторы и их свойства.	6	1	1	4				
10	3.2. Матрицы оператора в разных	6	1	1	4				
	базисах. Определитель оператора в								
	разных базисах.								Контрольна
11	3.3. Преобразование матрицы	6	1	1	4				я работа
	линейного оператора.								
12	3.4. Собственные векторы и	6	1	1	4				
	собственные значения линейного								
	оператора.								
13	3.5.Приведение матрицы линейного	8	2	2	4				
	оператора к диагональному виду								
	4. Квадратичные формы	22	4	4	14				
14	4.1. Квадратичные формы.	12	2	2	8				
	Приведение квадратичной формы к								Контрольна
	каноническому виду.								я работа
15	4.2. Критерий Сильвестра	10	2	2	6				
16	Промежуточная аттестация -	36							экзамен
	экзамен								
ИТО	ГО по 2 семестру	180	28	28	88				

			Т	Трудоемкость занятий (час.)					Формы
ПИ	Разделы и темы дисциплины по занятиям	трудоём		ОФО			3ФО		текущего
де		кость	Ауди	Аудиторн. Аудит		торн.		контроля и промежуточно	
		(всего	заня	тия	CPC	заня	тия	CPC	й аттестации
/ш ЭХ		час.)	лекц.	практ.		лекц.	практ.		успеваемости
	Всего:	360	64	72	134				

# 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

No	Наименование раздела,	
п/п	темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 1	
(		a
1	Матричная алгебра	
1.1	Матрицы, операции над матрицами	Понятие матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Свойства операций. Транспонирование матриц. Свойства транспонированных матриц.
1.2	Определители, их свойства.	Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя. Теорема Лапласа.
1.3	Обратная матрица. Ранг матрицы	Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Свойства обратных матриц. Элементарные преобразования над матрицами. Ранг матрицы. Линейные комбинации строк и столбцов. Теорема о ранге матрицы.
2	Системы линейных уравнений	
2.1	Метод Крамера.	Линейные уравнения и системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем п линейных алгебраических уравнений с п неизвестными по правилу Крамера.
2.2	Метод обратной матрицы.	Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
2.3	Теорема Кронекера- Капелли.	Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Определенные и неопределенные системы. Теорема Кронекера-Капелли
2.4	Метод Гаусса.	Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса. Однородные системы. Фундаментальная система решений.
3	Векторная алгебра (геометрические векторы)	
3.1	Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.	Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, прямую, вектор. Декартовы координаты векторов и точек.
3.2	Скалярное произведение векторов.	Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.
3.3	Векторное и смешанное произведение векторов.	Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведения.
4	Аналитическая	
	геометрия на плоскости	
4.1	Система координат на плоскости.	Система координат на плоскости. Основные задачи. Расстояние между точками, деление отрезка в данном
	·	

No	Наименование раздела,	
п/п	темы дисциплины	Содержание занятия
		отношении.
4.2	Прямая на плоскости	Прямая на плоскости. Способы задания
4.3	Угол между двумя	Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и
	прямыми. Расстояние от	перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
	точки до прямой.	
4.4	Линии второго порядка.	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола
5	Аналитическая	
	геометрия в	
	пространстве	
5.1	Плоскость.	Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между
		плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности
		двух плоскостей.
5.2	Прямая в пространстве.	Прямая в пространстве. Способы задания. Условие
		параллельности и перпендикулярности прямых.
5.3	Взаимное расположение	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
	прямой и плоскости в	
	пространстве.	
5.4	Поверхности второго	Поверхности второго порядка: эллипсоиды, гиперболоиды,
	порядка	параболоиды, конусы, цилиндрические поверхности,
		поверхности вращения.
	Содержание практических зан	ятий
1	Матричная алгебра	
1.1	Операции над матрицами	Операции над матрицами. Транспонирование матриц.
1.2	Вычисление определителей	Вычисление определителей методом Сарруса. Вычисление
		определителей при помощи теоремы Лапласа.
1.3	Нахождение обратных	Нахождение обратных матриц. Элементарные преобразования
	матриц. Вычисление ранга	над матрицами. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
	матрицы	Вычисление ранга матрицы.
2	Системы линейных	
2.1	уравнений Решение систем линейных	Линейные уравнения и системы линейных алгебраических
2.1	алгебраических уравнений	уравнений. Решение систем п линейных алгебраических
	методом Крамера.	уравнений с п неизвестными по правилу Крамера.
2.2	Решение систем линейных	Решение систем линейных алгебраических уравнений и
2.2	алгебраических уравнений	матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
	методом методом	1 Jr 3 nonemore experiment marphida.
	обратной матрицы.	
2.3	Совместность систем	Определение совместности систем линейных алгебраических
	линейных алгебраических	уравнений при помощи теоремы Кронекера-Капелли.
	уравнений	1 1
2.4	Решение систем линейных	Решение систем т линейных алгебраических уравнений с п
	алгебраических уравнений	неизвестными методом Гаусса.
	методом Гаусса.	Решение однородных систем. Фундаментальная система
		решений.
3	Векторная алгебра	
	(геометрические	
	векторы)	
3.1	Линейные операции над	Линейные операции над векторами. Нахождение проекции
	* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

No॒	Наименование раздела,	C
п/п	темы дисциплины	Содержание занятия
	векторами.	вектора на ось, прямую, вектор.
3.2	Применение скалярного	Скалярное произведение векторов, его основные свойства,
	произведение векторов для	координатное выражение. Основные задачи.
	решения задач	
3.3	Применение векторного и	Векторное и смешанное произведение векторов, их основные
	смешанного произведения	свойства и геометрический смысл. Координатное выражение
	векторов для решения	векторного и смешанного произведения. Основные задачи.
	задач.	
4	Аналитическая	
4.1	геометрия на плоскости	
4.1	Переход от декартовой к	Переход от декартовой к полярной системе координат и
	полярной системе	обратно. Расстояние между точками, деление отрезка в данном
4.2	координат и обратно.	отношении.
4.2	Различные способы	Различные способы задания прямой на плоскости: уравнение
	задания прямой на	прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой,
	плоскости.	уравнение прямой, проходящей через одну и две заданные
		точки, уравнение прямой в отрезках на осях, нормальное
4.3	Hayaway yang yang	уравнение прямой, полярное уравнение прямой.
4.3	Нахождение угла между	Нахождение угла между двумя прямыми. Условия
	двумя прямыми. Нахождение расстояния от	параллельности и перпендикулярности прямых Нахождение расстояния от точки до прямой. Расстояние
	точки до прямой.	между двумя параллельными прямыми.
	точки до примои.	между двуми паравлельными примыми.
4.4	Линии второго порядка.	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Решение
	Решение задач.	задач.
5	Аналитическая	
	геометрия в	
	пространстве	
5.1	Различные способы	Различные способы задания плоскости: общее уравнение,
	задания плоскости.	уравнение плоскости, проходящей через заданную точку
		перпендикулярно заданному вектору, уравнение плоскости,
		проходящей через три заданные точки, уравнение плоскости в
		отрезках на осях Нахождение угла между плоскостями.
		Условие параллельности и перпендикулярности двух
		плоскостей.
5.2	Различные способы	Различные способы задания прямой в пространстве: общие
	задания прямой в	уравнения прямой, векторное уравнение прямой, канонические,
	пространстве.	параметрические уравнения прямой, уравнение прямой,
		проходящей через две заданные точки. Условие параллельности
5.3	Взаимное расположение	и перпендикулярности прямых.  Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
3.3	прямой и плоскости в	Условие параллельности и перпендикулярности прямой и
	пространстве.	плоскости. Нахождение точки пересечения прямой с
	пространстве.	плоскостью.
5.4	Поверхности второго	Поверхности второго порядка: эллипсоиды, гиперболоиды,
J. <del>-</del>	порядка. Решение задач.	параболоиды, конусы, цилиндрические поверхности,
	порядкая гошению зада н	поверхности вращения. Решение задач.
	Промежуточная аттестация -	
	Семестр 2	
	Control P	1

No	Наименование раздела,	
п/п	темы дисциплины	Содержание занятия
(	Содержание лекционного курс	a
1	Комплексные числа	
1.1.	Определение комплексного	Определение комплексного числа. Комплексная плоскость.
	числа.	Форма записи комплексных чисел.
1.2.	Операции над	Операции над комплексными числами.
	комплексными числами.	
2	Линейные пространства	
2.1.	Линейные векторные	Определение линейного (векторного) пространства.
	пространства. Линейная	Простейшие следствия и аксиом линейного пространства.
	зависимость векторов	Линейная зависимость векторов пространства.
2.2.	Размерность и базис	Размерность и базис векторного пространства. Определение,
	векторного пространства.	примеры. Теорема о базисе.
2.3.	Переход к новому базису.	Переход к новому базису. Матрица перехода. Координаты
		вектора в новом базисе.
24.	Линейные	Линейные подпространства. Сумма и пересечение
	подпространства.	подпространств. Линейная оболочка системы векторов. Базис и
	Линейная оболочка и ее	размерность линейной оболочки.
	свойства.	
2.5.	Евклидовы пространства.	Евклидово линейное пространство. Операция скалярного
2.5		умножения и его свойства. Длина и угол между векторами.
2.6.	Ортонормированная	Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-
	система векторов.	Шмидта. Ортогональное дополнение.
2	Ортогональное дополнение	
3	Линейные операторы	0
3.1.	Линейные операторы и их свойства.	Определение и примеры линейных операторов. Ядро, образ, дефект, ранг линейного оператора.
	своиства.	дефект, ранг линейных пространств.
3.2.	Матрица линейного	Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора
3.2.	оператора	в разных базисах.
3.3.	Преобразование матрицы	Преобразование матрицы линейного оператора.
3.3.	линейного оператора.	преобразование матрицы линенного оператора.
3.4.	Собственные векторы и	Собственные векторы и собственные значения линейного
	собственные значения	оператора.
	линейного оператора.	1 1
3.5.	Диагональный вид	Приведение матрицы линейного оператора к диагональному
	матрицы линейного	виду.
	оператора	
4	Квадратичные формы	
4.1.	Квадратичные формы.	Определение квадратичной формы. Квадратичные формы
		канонического вида. Закон инерции.
4.2.	Критерий Сильвестра	Критерий Сильвестра
<b>——</b>	Содержание практических зан	ятий
1	Комплексные числа	
1.1.	Форма записи	Различные формы записи комплексных чисел. Переход от
	комплексных чисел.	одной формы записи к другой.
1.2.	Операции над	Операции над комплексными числами в разных формах записи.
	комплексными числами.	
2	Линейные пространства	11

No	Наименование раздела,			
$\Pi/\Pi$	темы дисциплины	Содержание занятия		
2.1.	Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов	Определение линейного пространства. Линейная зависимость векторов		
2.2.	Нахождение размерности и базиса векторного пространства	Нахождение размерности и базиса векторного пространства		
2.3.	Переход от одного базиса к другому.	Переход от старого базиса к новому и наоборот. Нахождение координат вектора в старом и новом базисах.		
24.	Нахождение суммы и пересечения линейных подпространств. Нахождение базиса и размерности линейной оболочки.	Нахождение суммы и пересечения линейных подпространств. Нахождение базиса и размерности линейной оболочки		
2.5.	Евклидовы пространства. Нахождение нормы и угла между векторами.	Определение евклидова линейного пространства. Операция скалярного умножения. Нахождение нормы и угла между векторами.		
2.6.	Процесс ортогонализации Грама-Шмидта	Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение.		
3	Линейные операторы			
3.1.	Нахождение ядра, образа, дефекта, ранга линейного оператора.	Определение линейного оператора. Нахождение ядра, образа, дефекта, ранга линейного оператора.		
3.2.	Нахождение матрицы линейного оператора в разных базисах	Нахождение матрицы линейного оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.		
3.3.	Преобразование матрицы линейного оператора.	Преобразование матрицы линейного оператора.		
3.4.	Нахождение собственных векторов и собственных значений линейного оператора.	Характеристический многочлен и характеристическое уравнение. Нахождение собственных векторов и собственных значений линейного оператора.		
3.5.	Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду		
4	Квадратичные формы			
4.1.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.		
4.2.	Критерий Сильвестра	Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.		
	Промежуточная аттестация - экзамен			

# 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемус янеобходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблицах 7-8.

Таблица 7 - Шкала и показатели оценивания результатов учебной работы обучающихся по видам в балльно-рейтинговой системе (БРС) 1 семестр

Учебная работа				
1 Pacola	Сумма	Виды и результаты	Оценка в аттестации	Баллы
(виды)	баллов	учебной работы	(шкала и показатели оценивания)	(17 недель)
Текущая учебная	60	Индивидуальное	За ИЗ от 5 до 10 баллов	10-20
работа в семестре	>	задание (2 задания)	5 баллов (пороговое значение)	
			10 баллов (максимальное значение)	
		Контрольные работы	За одну КР от 5до:10 баддов	
		(защита контрольной	5баллов (пороговое значение)	15 - 30
		работы)	10 баллов (максимальное значение)	
		(3 работы)		
		Кейс-задание	5баллов (пороговое значение)	5- 10
			10 баллов (максимальное значение)	
Итого по текуще	ей работе	в семестре		30 - 60
17	40	Решение задачи 1.	5 баллов (пороговое значение)	5 - 10
Промежуточная	40	т сшение зада и т.	e dustion (hoporoboe sha feline)	5 10
Промежуточная аттестация	40	тешение зада игт.	10 баллов (максимальное значение)	3 10
	40	Решение задачи 2.	` -	5 - 10
аттестация	40		10 баллов (максимальное значение)	
аттестация	40		10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение)	
аттестация	40	Решение задачи 2.	10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
аттестация	40	Решение задачи 2.	10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение)	5 - 10
аттестация	40	Решение задачи 2. Вопрос билета №1	10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
аттестация (экзамен)		Решение задачи 2. Вопрос билета №1	10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) 5 баллов (пороговое значение)	5 - 10

Таблица 8 - Шкала и показатели оценивания результатов учебной работы обучающихся по видам в балльно-рейтинговой системе (БРС) 2 семестр

<del></del>	, ,	1	ой системе (БРС) 2 семестр	1	
Учебная работа	Сумма	Виды и результаты	Оценка в аттестации	Баллы	
(виды)	баллов	учебной работы	(шкала и показатели оценивания)	(17 недель)	
Текущая учебная	60	Контрольные работы	За одну КР от 5до:10 баддов		
работа в семестре		(защита контрольной	5 баллов (пороговое значение)	20- 40	
		работы)	10 баллов (максимальное значение)		
		(4 работы)			
		Коллоквиум	10баллов (пороговое значение)	10- 20	
			20 баллов (максимальное значение)		
Итого по текуще	Итого по текущей работе в семестре				
Промежуточная	40	Решение задачи 1.	5 баллов (пороговое значение)	5 - 10	
аттестация			10 баллов (максимальное значение)		
(экзамен)		Решение задачи 2.	5 баллов (пороговое значение)	5 - 10	
			10 баллов (максимальное значение)		
		Вопрос билета №1	5 баллов (пороговое значение)	5 - 10	
			10 баллов (максимальное значение)		
		Вопрос билета №2	5 баллов (пороговое значение)	5- 10	
			10 баллов (максимальное значение)		
Итого по промеж	Итого по промежуточной аттестации (экзамену) 20 – 40 б.				
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 50 – 100 б.					

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 9)

Таблица 9 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

Сумма набранных	Уровни освоения	Экзамен		Зачет
баллов	дисциплины и	Оценка	Буквенный эквивалент	Буквенный

	компетенций			эквивалент
86 - 100	Продвинутый	5	отлично	
66 - 85	Повышенный	енный 4 хорошо 3		Зачтено
51 - 65	Пороговый	3 удовлетворительно		
0 - 50	Первый	2	неудовлетворительно	Не зачтено

# 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1 Учебная литература

### Основная учебная литература

- 1. Рудык, Б.М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебн. пособие / Б.М. Рудык Электрон. текстовые дан. Москва : ИНФРА-М, 2013. 318 с. Режим доступа: <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=363158">http://znanium.com/bookread2.php?book=363158</a>
- 2. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебн. пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев Электрон. текстовые дан. Москва : ИНФРА-М, 2015. 592 с. Режим доступа: <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=494895">http://znanium.com/bookread2.php?book=494895</a>

### Дополнительная учебная литература

- 1. Шершнев, В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебн. пособие / В.Г. Шершнев Электрон. текстовые дан. Москва : ИНФРА-М, 2014. 168 с. Режим доступа: <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=318084">http://znanium.com/bookread2.php?book=318084</a>
- 2. Индивидуальные задания по высшей математике: [Электронный ресурс]: учебн. пособие. В 4 ч. Ч. 1 Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / А.П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А.П. Рябушко 7-е изд. Электрон. текстовые дан. Минск: Выш. шк., 2013. 304 с. Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=508859
- 3. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум [Электронный ресурс]: учебн. пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев Электрон. текстовые дан. Москва : ИНФРА-М, 2015. 352 с. Режим доступа: <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=476097">http://znanium.com/bookread2.php?book=476097</a>
- 4. Бутузов В. Ф. Линейная алгебра в вопросах и ответах [Текст] : учебное пособие для вузов / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин ; под ред. В. Ф. Бутузова. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. 247 с.
- 5. Ильин В. А. Линейная алгебра [Текст] : учебник. Издание 6-е, стреотипное. Москва : Физматлит, 2005. 280 с. (Курс высшей математики и математической физики ; вып. 4). Гриф МО "Рекомендовано".
- 6. Линейная алгебра [Текст] : методические указания к практической и самостоятельной работам / Новокузнецкий филиал-институт ГОУ ВПО "КемГУ", Факультет информационных технологий, Кафедра математики и математического моделирования; сост. Ю. В. Шпакова. Новокузнецк, 2010. 27 с.
- 7. Канатников, А. Н. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник для вузов. Москва : Академия, 2009. 208 с. (Университетский учебник). Гриф МО "Рекомендовано"
- 8. Алгебра и геометрия : [Электронный ресурс]учеб. пособие : / Г.И. Шуман, О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная. Электрон. текстовые дан.— Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2018. (Высшее образование). 160 с. Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=908228
- 9. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.Н. Кирсанов, О.С. Кузнецова. Электрон.

текстовые дан.— Москва: ИНФРА-М, 2017.— 272 с.— (Высшее образование: Бакалавриат). – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=648409

10. Линейная алгебра и многомерная геометрия [Электронный ресурс]:учеб. пособие /Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р., 3-е изд. — Электрон. текстовые дан. - Москва: Физматлит, 2004. - 464 с.: ISBN 978-5-9221-0386-5http://znanium.com/bookread2.php?book=544609

# 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

	в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:
712 Учебная аудитория (мультимедийная) для	654079, Кемеровская область, г.
проведения:	Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
- занятий лекционного типа;	
- занятий семинарского (практического) типа;	
- групповых и индивидуальных консультаций.	
Специализированная (учебная) мебель: доска	
меловая, кафедра, столы, стулья.	
Оборудование для презентации учебного	
материала: стационарное -компьютер, экран,	
проектор, акустическая система.	
Используемое программное обеспечение: MS	
Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по	
сублицензионному договору № 1212/КМР от	
12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно	
распространяемое ПО), FoxitReader (свободно	
распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно	
распространяемое ПО), Яндекс.Браузер	
(отечественное свободно распространяемое ПО).	
Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	
229 а Учебная аудитория для проведения:	654041, Кемеровская область - Кузбасс, г.
- занятий лекционного тип.	Новокузнецк, ул. Циолковского, д.23
Специализированная (учебная) мебель: доска	
меловая, парты.	
Оборудование: микшер-усилитель, системный блок,	
Оборудование: микшер-усилитель, системный блок, экран настенный с электроприводом, проектор,	
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.	
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система. Используемое программное обеспечение:	
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по	
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от	
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно	
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система. <b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).	
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.	
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МЅWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  333 Учебная аудитория для проведения	654041, Кемеровская область - Кузбасс, г.
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МЅWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  333 Учебная аудитория для проведения - занятий семинарского (практического) типа;	654041, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, ул. Циолковского, д.23
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  333 Учебная аудитория для проведения - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций.	. 1
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  333 Учебная аудитория для проведения - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций.  Специализированная (учебная) мебель: доска	. 1
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  333 Учебная аудитория для проведения - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций.  Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья.	. 1
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МЅWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  ЗЗЗ Учебная аудитория для проведения - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций.  Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья.  Оборудование: переносное - ноутбук, экран, проектор.	. 1
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  333 Учебная аудитория для проведения - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций.  Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья.  Оборудование: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное	. 1
экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.  Используемое программное обеспечение:  МЅWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  ЗЗЗ Учебная аудитория для проведения - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций.  Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья.  Оборудование: переносное - ноутбук, экран, проектор.	. 1

12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).  Интернет с доступом в ЭИОС.  107 Малый зал. Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа.  Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, секции кресел с пюпитрами.  Оборудование: компьютер, проектор, акустическая система, микшер-усилитель, громкоговоритель потолочный.	· ·
Интернет с доступом в ЭИОС.  107 Малый зал. Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа.  Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, секции кресел с пюпитрами.  Оборудование: компьютер, проектор, акустическая система, микшер-усилитель, громкоговоритель	·.
107 Малый зал. Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа.  Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, секции кресел с пюпитрами.  Оборудование: компьютер, проектор, акустическая система, микшер-усилитель, громкоговоритель	
- занятий лекционного типа.  Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, секции кресел с пюпитрами.  Оборудование: компьютер, проектор, акустическая система, микшер-усилитель, громкоговоритель	٦.
Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, секции кресел с пюпитрами.  Оборудование: компьютер, проектор, акустическая система, микшер-усилитель, громкоговоритель	
меловая, секции кресел с пюпитрами.  Оборудование: компьютер, проектор, акустическая система, микшер-усилитель, громкоговоритель	
Оборудование: компьютер, проектор, акустическая система, микшер-усилитель, громкоговоритель	
система, микшер-усилитель, громкоговоритель	
система, микшер-усилитель, громкоговоритель	
Используемое программное	
обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3	
уеаг по сублицензионному договору №1212/КМР от	
12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно	
распространяемое ПО).	
Интернет с доступом в ЭИОС.	
617 Учебная аудитория для проведения: 654079, Кемеровская область, г.	
- занятий семинарского (практического) типа; Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19	,
- групповых и индивидуальных консультаций.	
Специализированная (учебная) мебель: доска	
меловая, кафедра, столы, стулья.	
Оборудование для презентации учебного	
материала: переносное - ноутбук, экран, проектор.	
Используемое программное обеспечение: MS	
Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по	
сублицензионному договору № 1212/КМР от	
12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно	
распространяемое ПО), FoxitReader (свободно	
распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно	
распространяемое ПО), Яндекс.Браузер	
(отечественное свободно распространяемое ПО).	
Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	
<b>606</b> Учебная аудитория для проведения: 654079, Кемеровская область, г.	
	1
- групповых и индивидуальных консультаций.	
Специализированная (учебная) мебель: доска	
меловая, кафедра, столы, стулья.	
Оборудование для презентации учебного	
материала: переносные - ноутбук, экран, проектор.	
Используемое программное обеспечение: М	
Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year πο	
сублицензионному договору № 1212/КМР от	
12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно	
распространяемое ПО), FoxitReader (свободно	
распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно	
распространяемое ПО), Яндекс.Браузер	
(отечественное свободно распространяемое ПО).	
Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	
615 Учебная аудитория (мультимедийная) для 654079, Кемеровская область, г.	
проведения: Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19	)
- занятий лекционного типа.	

Специализированная (учебная) мебель: доска	
меловая, кафедра, столы, стулья.	
Оборудование для презентации учебного	
материала: стационарное - компьютер, экран,	
проектор, акустическая система (колонки).	
Используемое программное обеспечение: Ubuntu	
Linux(свободно распространяемое ПО), LibreOffice	
(свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер	
(отечественное свободно распространяемое ПО).	
Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	
605 Учебная аудитория для проведения:	654079, Кемеровская область, г.
- групповых и индивидуальных консультаций;	Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
- текущего контроля и промежуточной аттестации.	
Специализированная (учебная) мебель: доска	
меловая, кафедра, столы, стулья.	
Оборудование: переносное - ноутбук, экран, проектор.	
Используемое программное	
обеспечение: MSW indows (Microsoft Imagine Premium 3	
уеаг по сублицензионному договору № 1212/КМР от	
12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно	
распространяемое ПО).	
Интернет с доступом в ЭИОС.	
718 Учебная аудитория для проведения:	654079, Кемеровская область, г.
- занятий семинарского (практического) типа;	Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
- групповых и индивидуальных консультаций.	31 77
Специализированная (учебная) мебель: доска	
меловая, кафедра, столы, стулья.	
Оборудование для презентации учебного	
материала: переносное - ноутбук, экран, проектор.	
Используемое программное обеспечение: MS	
Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по	
сублицензионному договору № 1212/КМР от	
12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно	
распространяемое ПО), FoxitReader (свободно	
распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно	
распространяемое ПО), Яндекс.Браузер	
(отечественное свободно распространяемое ПО).	
Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	
614 Учебная аудитория для проведения:	654079, Кемеровская область, г.
- занятий лекционного типа;	Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
- групповых и индивидуальных консультаций.	Troboky stredge, tip kr trietassiypros, g. 19
Специализированная (учебная) мебель: доска	
меловая, кафедра, столы, стулья.	
Оборудование для презентации учебного	
материала: переносное - ноутбук, экран, проектор.	
Используемое программное обеспечение: MS	
Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year no	
сублицензионному договору № 1212/КМР от	
суолицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно	
распространяемое ПО), FoxitReader (свободно	
распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно	

распространяемое ПО), Яндекс. Браузер	
(отечественное свободно распространяемое ПО).	
Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	

# 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

- 1. Общероссийский математический портал (информационная система) http://www.mathnet.ru/
- 2. Mathcad-справочник по высшей математике http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp

### 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1.Примерные темы письменных учебных работ

### 6.1.1. Индивидуальное задание по теме «Матричная алгебра»

- 1. Вычислить определитель:
- 2. Доказать тождество:

$$\begin{vmatrix}
-2 & -5 & -1 & 3 \\
2 & -5 & 9 & 1 \\
3 & -1 & 5 & -5 \\
2 & 18 & -7 & -10
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

3. Найти значение многочлена f(x) от матрицы A:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Найти ранг матрицы А:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & -5 & 2 & -8 & -11 \\ 2 & 4 & 2 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

### 6.1.2. Контрольная работа по теме «Системы линейных уравнений»

- 1. Решить систему линейных уравнений: методом Гаусса.
- а) методом Крамера;

2. Решить систему линейных уравнений

Найти общее решение, частное, сделать

проверку.

- б) методом Гаусса;
- в) при помощи обратной матрицы.

$$\begin{cases} 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 5, \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 = 1, \\ 2X_1 + X_2 + 3X_3 = 11. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3X_1 + 4X_2 - X_3 + 4X_4 = 2 \\ X_1 + 5X_2 - 4X_3 + 5X_4 - X_5 = -1 \\ 4X_1 + 9X_2 - 5X_3 + 9X_4 - X_5 = 1 \end{cases}$$

#### 6.1.3. Кейс-задание по теме «Системы линейных уравнений»

Автозавод известного бренда производит 4 вида легковых автомобилей закрытого типа: седан, лимузин, универсал и купе. При этом используются материалы четырех типов: М1, М2, М3, М4. Нормы расхода каждого из них на один вид автомобиля и объем расхода материала на 1 день заданы таблицей (см. таблицу). Найти ежедневный объем выпуска каждого вида автомобиля.

	Нормы ра	Расход			
Вид		материала			
материала	227721		******		на 1 день,
	седан	универсал	купе	лимузин	ед. изм.
M1	2	3	1	4	1120
M2	2	1	5	2	1360
M3	1	2	3	1	980
M4	2	3	1	1	1030

# 6.1.4. Контрольная работа по темам: «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия в пространстве»

Даны координаты вершин пирамиды  $A_1(4,2,5)$ ,  $A_2(0,7,2)$ ,  $A_3(0,2,7)$ ,  $A_4(1,5,0)$ . Найти: а) длину ребра  $A_1A_2$ ; б) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; в) объём пирамиды; г) уравнение плоскости  $A_1A_2A_3$ ; д) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; е) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ; ж) длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .

#### 6.1.5. Индивидуальное задание по теме «Аналитическая геометрия на плоскости»

- 1. Уравнение одной из сторон квадрата x+3y-5=0. Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если (-1;0) точка пересечения его диагоналей.
- 2. Даны уравнения одной из сторон ромба 2x+y-5=0 и одной из его диагоналей y-1=0. Диагонали ромба пересекаются в точке (3;1). Найти уравнения остальных сторон ромба.
- 3. Уравнения двух сторон параллелограмма х+2у+2=0 и х+у=0, а уравнение одной из его

- диагоналей х+2=0. Найти координаты вершин параллелограмма.
- 4. Даны две вершины A(-3,3) и B(5,-1) и точка D(4,3) пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон.
- 5. Даны вершины A(1, 1), B(2, 3), C(4, 1) трапеции ABCD (AD || BC). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины D этой трапеции.
- 6. Даны уравнения двух сторон треугольника 5x-4y+15=0 и 4x+y-9=0. Его медианы пересекаются в точке (0, 2). Составить уравнение третьей стороны треугольника.
- 7. Даны две вершины A(2;-2), B(3;-1) и точка P(1;0) пересечения медиан треугольника ABC . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину C .

### 6.1.6. Контрольная работа по теме «Комплексные числа»

- 1. Дано:  $z_1=2+i\,,\;\;z_2=-3+2i\,.$  Найти:  $z_1+z_2,\;z_1\cdot z_2,\;z_1/z_2\,.$
- 2. Дано:  $z_1=1+i\,,\;\;z_2=-1+i\,.$  Найти  $z_1^5\,,\;\sqrt[3]{z_2}$  .
- 3. Решить уравнение: a)  $x^2 + x + 4 = 0$  б)  $x^4 6x^2 + 25 = 0$
- 4. Построить на комплексной плоскости множество точек z, удовлетворяющих условиям: Re  $z \le 2$  ;  $|\mathrm{Im}z| \le 1$

#### 6.1.7. Контрольная работа по теме «Линейные пространства»

- 1. Показать, что векторы a = (2,3,4) b = (2,1,5) c = (-1,0,1) образуют базис и найти координаты вектора d = (3,-4,2) в этом базисе.
- 2. В базисе  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$  задан вектор x=(2,3,4). Найти координаты этого вектора в базисе

$$e_1^*, e_2^*, e_3^*, \text{ если} \begin{cases} e_1 - 2e_2 + 3e_3 = e_1^*, \\ 2e_1 + 3e_2 - 4e_3 = e_2^*, \\ 3e_1 - 2e_2 - 5e_3 = e_3^*. \end{cases}$$

3. В евклидовом пространстве R<sup>4</sup> подпространство L задано системой уравнений

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ 2X_1 + X_2 - 3X_3 = 0, \\ 3X_1 + 4X_2 - 4X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$$

Найти ортогональный базис в L.

#### 6.1.8. Коллоквиум

- 1. Является ли линейным пространством множество, всех:
  - матриц размера mxn;
  - диагональных матриц порядка n;
  - невырожденных матриц.
- 2. Являются ли векторы  $\vec{a}_1 = (5;4;3)$ ,  $\vec{a}_2 = (3;3;2)$ ,  $\vec{a}_3 = (8;1;3)$  линейно зависимыми?
- 3. Показать, что система векторов  $\vec{e}_1 = (1;2;3)$   $e_2 = (3;0;2)$   $\vec{e}_3 = (-2;1;1)$  образует базис в

20

 $R^3$  и найти координаты вектора  $\vec{c} = (4;2;-1)$  в этом базисе.

4. 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Множество решений однородной системы образует линейное пространство. Найти размерность этого пространства и какой-нибудь базис в нем.

- 5. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  перехода от базиса  $(e_1, e_2, e_3)$  к базису  $(c_1, c_2, c_3)$ . Найти координаты векторов  $e_1, e_2, e_3$  в базисе  $c_1, c_2, c_3$ .
- 6. Является ли линейным подпространством в пространстве матриц порядка п подмножество, образованное всеми:
  - матрицами с нулевой первой строкой;
  - нижнетреугольными матрицами;
  - невырожденными матрицами.
- 7. Подпространства  $L_1=L(a_1,a_2,a_3)$ ,  $L_2=L(b_1,b_2,b_3)$  натянуты на следующие системы векторов:  $\vec{a}_1=(1;2;1)$ ,  $\vec{a}_2=(1;1;-1)$ ,  $\vec{a}_3=(1;3;3)$ ;  $\vec{b}_1=(2;3;-1)$ ,  $\vec{b}_2=(1;2;2)$ ,  $\vec{b}_3=(1;1;-3)$ . Найти базисы и размерности подпространств  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_1+L_2$ .
- 8. Найти базис линейной оболочки системы векторов:  $\vec{e}_1 = (1;0;0;-1)$ ,  $\vec{e}_2 = (2;1;1;0)$ ,  $\vec{e}_3 = (1;1;1;1)$ ,  $\vec{e}_4 = (1;2;3;4)$ ,  $\vec{e}_5 = (0;1;2;3)$ .
- 9. Векторы  $\overrightarrow{e}_1, e_2, e_3$  образуют ортогональный базис. Найти скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{x}=2e_1-3e_2+4e_3$  и  $\overrightarrow{y}=e_1+e_2-5e_3$  и их длины, если  $\left|e_1\right|=1$  ,  $\left|e_2\right|=2$  ,  $\left|e_3\right|=2$  .
- 10. Для каких векторов неравенство Коши-Буняковского превращается в равенство?
- 11. В евклидовом арифметическом пространстве  $R^4$  найти угол между векторами  $\vec{a} = (2;1;1;0)$   $\vec{a} = (1;2;3;4)$ .
- 12-14. В евклидовом пространстве  $R^4$  подпространство V задано системой уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Найти по одному ортогональному базису в пространствах V, его ортогональном дополнении W и  $\,R^4\,$  .

15. Является ли оператор  $A(x) = (x_1 - x_2; 2x_1 + x_3; x_2 - 2x_3)$  линейным, если вектор  $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$ ?

16-17. Линейный оператор задан матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  в некотором базисе. Найти

базис ядра и дефект линейного оператора.

18. Найти (в том же базисе) координаты вектора у=А(х), если оператор задан матрицей А=

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{H} \stackrel{\rightarrow}{x} = 2e_1 + e_2 - e_3.$$

19-20. Матрица линейного оператора в базисе  $(e_1,e_2,e_3)$  имеет вид  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

Найти матрицу этого оператора в базисе  $(c_1, c_2, c_3)$ , если

$$\vec{c_1} = 2e_1 + e_2 - e_3$$
,  $\vec{c_2} = e_1 + 3e_2 + e_3$ ,  $\vec{c_3} = e_1 - 2e_2 + 3e_3$ .

### 6.1.9. Контрольная работа по теме «Линейные операторы. Квадратичные формы»

1. Найти матрицу  $\mathbf{A}^*$  линейного оператора в базисе  $e_1^*$  ,  $e_2^*$  , заданного матрицей  $\mathbf{A}$  в базисе

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, e_1^* = e_2$$
  
 $e_2^* = e_1 + e_2$ 

Найти базис ядра и дефект линейного оператора.

3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей A в базисе  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ .

22

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- 4. Привести к диагональному виду матрицу  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .
- 5. Дана квадратичная форма  $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 5x_2^2 + 8x_3^2 + 3x_1x_2 2x_1x_3 + 8x_2x_3$  Записать ее в матричном виде.
- 6. Привести квадратичную форму к каноническому виду.  $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_1x_2 + 4x_2x_3$ .
- 7. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму  $L(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+x_3^2+2x_1x_2\,.$

# 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 10 - Примерные теоретические вопросы и практические задания к экзамену

### Семестр 1

Разделы и темы	Примерные	Примерные практические задания
1. Матричная алгебра	теоретические вопросы	
1.1 Матрицы, операции над матрицами	1. Матрицы, виды матриц 2. Операции над матрицами.	1. Найти матрицу Д=ABC-3E, где A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}, B= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, C=(2\ 0\ 5), E-$ единичная матрица. 2. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A: $f(x) = 3x^2 - 2x + 5,$ $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$
1.2.Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам ряда	<ol> <li>Свойства определителей.</li> <li>Вычисление определителей.</li> </ol>	3. Вычислить определитель матрицы А $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$ 4. Вычислить определитель: $ \begin{vmatrix} -2 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 9 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -5 \\ 2 & 18 & -7 & -10 \end{vmatrix} $
1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы	<ul> <li>5 Обратная матрица.     Теорема о     существовании     обратной матрицы.</li> <li>6 Элементарные     преобразования     матрицы. Ранг</li> </ul>	5. Найти матрицу $B=11.(A-1)/+A/$ , $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$ 6. Найти ранг матрицы $A$ :

2. Системы линейных 2.1. Решение систем п линейных алгебраических уравнений с п неизвестными методом Крамера.	матрицы, его вычисление.  уравнений  7 Системы линейных алгебраических уравнений.  8 Решение систем линейных уравнений методом Крамера.	$ \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 5 & 4 \\ 2 & -4 & 7 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 4 \end{pmatrix} $ 7. Решить систему линейных уравнений $ \begin{pmatrix} X_1 + X_2 + 2X_3 = -1, \\ 2X_1 - X_2 + 2X_3 = -4, \\ 4X_1 + X_2 + 4X_3 = -2. \end{pmatrix} $ 8. $ \begin{cases} X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6, \\ 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 = 20, \\ 3X_1 - 2X_2 - 5X_3 = 6. \end{cases} $
2. 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.	9 Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. 10 Решение матричных уравнений	9. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы. $\begin{cases} X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6, \\ 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 = 20, \\ 3X_1 - 2X_2 - 5X_3 = 6. \end{cases}$ 10. Решить матричное уравнение. Сделать $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
2.3. Теорема Кронекера-Капелли.	<ul><li>11 Исследование систем линейных уравнений.</li><li>12 Теорема Кронекера-Капелли.</li></ul>	проверку.  11. Совместна ли система? $\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 - 3X_5 = 2, \\ 2X_1 - X_2 + X_3 - 4X_4 + X_5 = 1, \\ 3X_1 + X_2 - 2X_3 - 3X_4 - 2X_5 = 3. \end{cases}$ 12. $\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = -1, \\ 2X_1 - X_2 + 2X_3 = -4, \\ 4X_1 + X_2 + 4X_3 = -2. \end{cases}$
2.4. Решение систем тинейных алгебраических уравнений с п неизвестными методом Гаусса.	<ul> <li>13 Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.</li> <li>14 Однородные системы линейных уравнений.</li> </ul>	13. Решить систему методом Гаусса, найти общее решение. частное, сделать проверку. $\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 - 3X_5 = 2, \\ 2X_1 - X_2 + X_3 - 4X_4 + X_5 = 1, \\ 3X_1 + X_2 - 2X_3 - 3X_4 - 2X_5 = 3. \end{cases}$ 14. Найти ФНР однородной системы. $\begin{cases} X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ 2X_1 + X_2 - 3X_3 = 0, \\ 3X_1 + 4X_2 - 4X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$
3. Векторная алгебра ( 3.1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.	геометрические векторы) 15 Линейные операции над векторами. 16 Ортогональная проекция вектора на ось. Свойства	15. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{e}$ образуют угол $\varphi = 120^{\circ}$ , причем $ a  = 3$ и $ b  = 5$ Найти $ a+b $ и $ a-b $ .

	проекции.	16. Найти $np_{\vec{c}}(2\vec{a}+3\vec{b})$ , если $\vec{a}=(1;2;-4)$ , $\vec{e}=(5;3;2)$ , $\vec{c}=(-3;2;1)$ .
3.2. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.	17 Разложение вектора по базису. Направляющие косинусы. Операции над векторами в координатной форме. 18 Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.	17. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{a}_1 = (1;2;0), \vec{a}_2 = (3;-1;1), \vec{a}_3 = (0;1;1)$ базис в $R^3$ . 18. Найти угол ВСА в треугольнике АВС, если $A(1;3;2), B(3;4;2), C(2;5;1).$
3. 3. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства, приложения	<ul> <li>19 Векторное произведение векторов, его свойства и приложения.</li> <li>20 Смешанное произведение векторов, его свойства и приложения.</li> </ul>	19. Найти площадь треугольника ABC, если A(1;3;2), B(3;4;2), C(2;5;1). 20. Найти объем пирамиды A <sub>1</sub> A <sub>2</sub> A <sub>3</sub> A <sub>4</sub> , если A <sub>1</sub> (3;5;4), A <sub>2</sub> (8;7;4), A <sub>3</sub> (5;10;4), A <sub>4</sub> (4;7;8).
4. Аналитическая геом	етрия на плоскости	
4.1. Система координат на плоскости. Основные задачи.	<ul><li>21 Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости.</li><li>22 Деление отрезка в данном отношении.</li></ul>	<ul> <li>21. Найти координаты точек в полярной системе координат.</li></ul>
4.2. Прямая на плоскости. Способы задания.	<ul> <li>23 Уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через одну и две заданные точки.</li> <li>24 Уравнение прямой в отрезках на осях, нормальное уравнение прямой, полярное уравнение прямой.</li> </ul>	<ul> <li>23. Написать уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом 45° к прямой y = 4 - 2x.</li> <li>24. Уравнение одной из сторон квадрата X + 3V - 5 = 0 . Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если (-1, 0) - точка пересечения его диагоналей.</li> </ul>
4.3.Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.	25 Угол между двумя прямыми на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.  26 Взаимное	25. Среди прямых найти параллельные и перпендикулярные.  а) x-2y+3=0; б) -2x+4y+5=0; в) -2x+y-3=0; г) -2x+4y-6=0. 26. Показать, что прямые 3x+y-2=0 и

	расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.	6x+2y+1=0 параллельны и найти расстояние между ними.
4.4. Линии второго порядка.	<ul> <li>27 Исследование формы эллипса по его уравнению.</li> <li>28 Исследование формы гиперболы по ее уравнению.</li> <li>29 Каноническое уравнение параболы (вывод и исследование).</li> </ul>	<ul> <li>27. На прямой x+5=0 найти точку, одинаково удаленную от левого фокуса и верхней вершины эллипса x²/20 + y²/4 = 1</li> <li>28. Через точку М(0;-1) и правую вершину гиперболы 3x²-4y²=12 проведена прямая. Найти вторую точку пересечения прямой с гиперболой.</li> <li>29. Написать уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы y² = 4x и касающейся ее директрисы. Найти точки пересечения параболы и окружности.</li> </ul>
5. Аналитическая геом	етпия в ппостпоистве	
5.1. Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.	<ul> <li>30 Общее уравнение плоскости. Уравнения плоскости, проходящей через одну и три заданные точки. Уравнение плоскости в отрезках на осях.</li> <li>31 Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.</li> </ul>	30. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через точки P(4;-2;1) и Q(2;4;-3).  31. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M(2;2;-2) и параллельной плоскости x-2y-3z=0  32. Найти угол между плоскостями x-2y-3z=0 и 2x-4y+5z-1=0
5.2. Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	32 Общие уравнения прямой линии в пространстве. Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой. 33 Угол между двумя прямыми в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	33. Уравнения прямой $\begin{cases} 2x+y+8z-16=0\\ x-2y-z+2=0 \end{cases}$ написать в канонической форме. $\begin{cases} y+2z-1=0\\ x-2z+1=0 \end{cases}$ прямой, проходящей через начало координат и через точку $M(2;2;-2)$ .
5.3.Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	<ul><li>34 Расстояние от точки до прямой в пространстве.</li><li>35 Угол между прямой</li></ul>	35. Найти расстояние между параллельными прямыми. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ ;

	и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	$\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ 36. Найти угол прямой $\begin{cases} y+2z-1=0\\ x-2z+1=0 \end{cases}$ с плоскостью x-2y-3z+3=0
5.4. Поверхности второго порядка	<ul> <li>36 Поверхности второго порядка.</li> <li>Эллипсоиды, гиперболоиды.</li> <li>37 Поверхности второго порядка.</li> <li>Параболоиды, конусы.</li> </ul>	<ul> <li>37. Составить уравнение сферы, если точки M(4;-1;-3) и N(0;3;-1) являются концами одного из ее диаметров.</li> <li>38. Определить вид поверхности x² - 2x + y² - 4y - 2z = 0</li> </ul>
Промежуточная		
аттестация - экзамен		

Семестр 2

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания		
1. Комплексные чис				
1.1. Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел.	Определение комплексного числа.     Геометрическое изображение комплексных чисел.     Формы записи комплексных чисел.	1. Дано: $z_1=2+i$ , $z_2=-3+2i$ . Найти: $z_1+z_2$ , $z_1\cdot z_2$ , $z_1/z_2$ .  2. Дано: $z_1=1+i$ , $z_2=-1+i$ . Найти $z_1^5$ , $\sqrt[3]{z_2}$ .		
1.2. Операции над комплексными числами.	<ol> <li>Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи.</li> <li>Действия над комплексными числами в тригонометрической форме записи.</li> </ol>	3. Даны два комплексных числа $z_1 = 1 - \frac{7}{2}i;  z_2 = -7 - 2i \; .  \text{Найти значение}$ выражения $\left(\frac{1 - \frac{7}{2}i}{-7 - 2i}\right)^{-4}$ в алгебраической форме, $4. \; \text{Для}  \text{числа}  z = 2 - 2\sqrt{3}i  \text{найти}$ тригонометрическую форму, найти $z^{20}$ , найти корни уравнения $w^3 + z = 0$ .		
	2. Линейные пространства			
2.1. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов.	<ul> <li>5. Линейные пространства. Определение, примеры.</li> <li>6. Линейная зависимость и независимость векторов.</li> </ul>	<ul> <li>5. Является ли линейным пространством множество, всех: матриц размера тхп; диагональных матриц порядка п; невырожденных матриц.</li> <li>6. Являются ли векторы</li></ul>		

	1	
		$\vec{a}_2 = (3;3;2)$ , $\vec{a}_3 = (8;1;3)$ линейно зависимыми?
2.2. Размерность и базис векторного пространства.	<ul> <li>7. Базис и размерность линейного пространства.</li> <li>8. Разложение вектора по базису</li> </ul>	7. Показать, что система векторов $\vec{e}_1=(1;2;3)$ $e_2=(3;0;2)\ \vec{e}_3=(-2;1;1)\ \text{образует базис в}$ $R^3$ и найти координаты вектора $\vec{c}=(4;2;-1)\ \text{в этом базисе}.$ 8. Множество решений однородной системы $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3+x_4=0,\\ 2x_1+3x_2-4x_3+3x_4=0\ \text{образует}\\ 3x_1+x_2-x_3+4x_4=0 \end{cases}$ линейное пространство. Найти размерность этого пространства и какой-нибудь базис в нем.
2.3. Переход к новому базису.	9. Переход к новому базису.	9. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ перехода от базиса $(e_1, e_2, e_3)$ к базису $(c_1, c_2, c_3)$ . Найти координаты векторов $e_1, e_2, e_3$ в базисе $c_1, c_2, c_3$ .  10. В базисе $e_1, e_2, e_3$ задан вектор $x = (2,3,4)$ . Найти координаты этого вектора в базисе $e_1, e_2, e_3^*$ если $\begin{cases} e_1 - 2e_2 + 3e_3 = e_1^*, \\ 2e_1 + 3e_2 - 4e_3 = e_2^*, \\ 3e_1 - 2e_2 - 5e_3 = e_3^*. \end{cases}$
2.4. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Линейная оболочка и ее свойства.	<ul> <li>10 Линейные подпространства. Определение, примеры.</li> <li>11 Пересечение и сумма линейных подпространств.</li> <li>12 Линейная оболочка и ее свойства.</li> </ul>	11. Является ли линейным подпространством в пространстве матриц порядка п подмножество, образованное всеми:    - матрицами с нулевой первой строкой;    - нижнетреугольными матрицами;    - невырожденными матрицами.  12. Подпространства $L_1 = L(a_1, a_2, a_3)$ , $L_2 = L(b_1, b_2, b_3)$ натянуты на следующие системы векторов: $\vec{a}_1 = (1;2;1)$ , $\vec{a}_2 = (1;1;-1)$ , $\vec{a}_3 = (1;3;3)$ , $\vec{b}_1 = (2;3;-1)$ , $\vec{b}_2 = (1;2;2)$ , $\vec{b}_3 = (1;1;-3)$ . Найти базисы и подпространств $L_1$ , $L_2$ , $L_1 + L_2$ .  13. Найти базис линейной оболочки системы

		векторов: $\vec{e}_1 = (1;0;0;-1)$ , $\vec{e}_2 = (2;1;1;0)$ , $\vec{e}_3 = (1;1;1;1)$ , $\vec{e}_4 = (1;2;3;4)$ , $\vec{e}_5 = (0;1;2;3)$ .
2.5. Евклидовы пространства.	13 Евклидовы пространства. 14 Свойства нормы вектора. Угол между векторами.	<ul> <li>14. Векторы e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub>, e<sub>3</sub> образуют ортогональный базис. Найти скалярное произведение векторов  \$\vec{x}\$ = 2e<sub>1</sub> - 3e<sub>2</sub> + 4e<sub>3</sub> и  \$\vec{y}\$ = e<sub>1</sub> + e<sub>2</sub> - 5e<sub>3</sub> и их длины, если   e<sub>1</sub>  = 1,  e<sub>2</sub>  = 2,  e<sub>3</sub>  = 2.</li> <li>15. Для каких векторов неравенство Коши-Буняковского превращается в равенство?</li> <li>16. В евклидовом арифметическом пространстве  \$R^4\$ найти угол между векторами \$\vec{a}\$ = (2;1;1;0)</li></ul>
2.6. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение	<ul> <li>15 Ортогональные и ортонормированные базисы.</li> <li>16 Ортогональное дополнение.</li> <li>17 Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.</li> </ul>	17. В евклидовом пространстве $R^4$ подпространство V задано системой уравнений . $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3+x_4=0,\\ 2x_1+3x_2-4x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2-x_3+4x_4=0 \end{cases}$ Найти по одному ортогональному базису в пространствах V, его ортогональном дополнении W и $R^4$ .
3. Линейные		
операторы		
3.1. Линейные операторы и их свойства.	<ul><li>18 Линейные операторы. Определение, примеры.</li><li>19 Ядро, образ, дефект, ранг линейного оператора.</li></ul>	18. Является ли оператор $A(x)=$ $(x_1-x_2;2x_1+x_3;x_2-2x_3)$ линейным, если вектор $\overrightarrow{x}=(x_1;x_2;x_3)$ ? 19. Линейный оператор задан матрицей $A=$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ в некотором базисе. Найти базис ядра и дефект линейного оператора.
3.2. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.	<ul> <li>20 Матрица линейного оператора.</li> <li>21 Матрицы линейного оператора в разных базисах.</li> </ul>	20. Найти (в том же базисе) координаты вектора $y=A(x)$ , если оператор задан матрицей $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\vec{x}=2e_1+e_2-e_3$ .

	T	
3.3. Преобразование матрицы линейного оператора.	22 Преобразование матрицы линейного оператора.	$(e_1,e_2,e_3)$ имеет вид $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу этого оператора в базисе $(c_1,c_2,c_3)$ , если $\overrightarrow{c_1}=2e_1+e_2-e_3$ , $\overrightarrow{c_2}=e_1+3e_2+e_3$ , $\overrightarrow{c_3}=e_1-2e_2+3e_3$ .
		преобразование В, переводящее вектор $\overline{z}$ в вектор $\overline{z}$ . Найти матрицу линейного преобразования, переводящего вектор $\overline{x}$ в вектор $\overline{z}$ . $\begin{cases} y_1 = 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ y_2 = x_1 + 4x_2 - x_3 \\ y_3 = 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 \end{cases} \begin{cases} z_1 = y_1 + 4y_2 + 3y_3 \\ z_2 = 5y_1 - y_2 - y_3 \\ z_3 = 3y_1 + 6y_2 + 7y_3 \end{cases}$ $x \xrightarrow{A} y \xrightarrow{B} z$
3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	<ul> <li>22 Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.</li> <li>23 Вычисление собственных значений и собственных векторов линейного оператора.</li> </ul>	<ul> <li>23. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей.</li> <li>1) (3 1) (2 2); 2) (1 1 3) (1 5 1) (3 1 1)</li> <li>24. Пусть линейный оператор, действующий в пмерном пространстве, имеет в некотором базисе матрицу Ā. Пусть ¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬¬</li></ul>
3.5.Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	<ul> <li>23 Приведение матрицы к диагональному виду.</li> <li>24 Приведение симметрической матрицы к диагональному виду.</li> </ul>	25. Привести к диагональному виду матрицу $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 26. Привести к диагональному виду матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$
4. Квадратичные		
формы 4.1. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к	<ul><li>25 Определение квадратичной формы.</li><li>26 Преобразование квадратичных форм.</li></ul>	27. Привести квадратичную форму к каноническому виду. $L(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$

каноническому виду.	27 Квадратичные формы канонического вида.	28. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=2x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_2x_3,$ $g\left(x_1,x_2,x_3\right)=2x_1^2+\frac{1}{2}x_2^2-\frac{4}{3}\sqrt{2}x_3^2+2x_1x_2-2\sqrt{2}x_2x_3.$
4.2. Критерий Сильвестра	<ul><li>28 Знакоопределенность квадратичных форм.</li><li>29 Критерий Сильвестра.</li></ul>	29. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму: a) $L(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+3x_3^2+2x_1x_2$ ; б) $L(x_1,x_2,x_3)=-x_1^2-2x_2^2-2x_3^2-x_1x_2+2x_2x_3$ в) $L(x_1,x_2,x_3)=3x_1^2+3x_3^2+4x_1x_2-2x_2x_3$ .
Промежуточная аттестация - экзамен		

Составитель (и): Гридчина В. Б., доцент кафедры математики, физики и математического моделирования

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))