

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35e9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ

Декан

_____ А. В. Фомина
«30» января 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.03.03 Непрерывные математические модели

Направление подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки

Математическое моделирование

Программа
магистратуры

Квалификация выпускника
магистр

Форма обучения
Очная

Год набора 2025

Новокузнецк 2025

Оглавление

1 Цель дисциплины.	3
Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки	3
Место дисциплины	3
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.	3
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.	4
3.1 Учебно-тематический план	4
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.	4
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.	5
5.1 Учебная литература	5
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.	6
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.	6
6 Иные сведения и (или) материалы.	7
6.1. Темы письменных учебных работ	7
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации .	7

1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы магистратуры (далее - ОПОП):

ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-3. Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК 3.1. Анализирует концептуальные и теоретические модели, применяемые при решении задач в области профессиональной деятельности ОПК 3.2. Разрабатывает и исследует свойства математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать – Типовые непрерывные математические модели, применяемые при решении задач в области профессиональной деятельности; Уметь: – Разрабатывать и модифицировать непрерывные математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности Владеть – навыками анализа концептуальных и теоретических моделей, применяемые при решении задач в области профессиональной деятельности - навыками исследования свойств непрерывных математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности

Место дисциплины

Дисциплина включена в модуль «Математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности» ОПОП ВО, обязательная часть. Дисциплина осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий.

Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО		ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	144		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	32		
Аудиторная работа (всего):	32		
в том числе:			
лекции	16		
практические занятия, семинары, лабораторные работы	16		
в интерактивной форме			

в электронной форме			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	76		
4 Промежуточная аттестация обучающегося – экзамен и объём часов, выделенный на промежуточную аттестацию:	36		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план для всех форм обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоём- кость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточно- й аттестации успеваемости
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ..		
Семестр 1						
1-2	1. Математическое моделирование. Основные понятия и определения	14	2	-	12	ПР
3-5	2. Математические модели простейших типовых элементов	30	2	4	24	ПР
6-7	3. Математические модели систем из типовых элементов	32	4	4	24	ПР
	3.1 Электрические и механические системы	16	2	2	12	
	3.2 Тепловые и гидравлические системы	16	2	2	12	
10-11	4. Нелинейные математические модели макроуровня	32	4	4	24	ПР
	4.1 Нелинейные математические модели	16	2	2	12	
	4.2 Положения равновесия консервативной системы	16	2	2	12	
	Промежуточная аттестация экзамен	36				экзамен
ИТОГО		144	12	12	84	36

ПР – письменная работа

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Шкала и показатели оценивания результатов учебной работы обучающихся по видам в балльно-рейтинговой системе (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации (шкала и показатели оценивания)	Баллы
Семестр 1				
Текущая учебная работа в семестре	60	Работа на лекции (6 конспектов лекции)	За одну лекцию от 2 до: 2 баллов (выполнено 51 - 65%)	15- 30

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации (шкала и показатели оценивания)	Баллы
Семестр 1				
(Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)			4 балла (выполнено 66 - 85%) 5 баллов (выполнено 86 - 100%)	16- 30
		Работа на практическом занятии (6 занятий)	3 балла - посещение 1 практического занятия и выполнение работы на 51-65% 5 баллов – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы, самостоятельность и выполнение работы на 85,1-100%	
Итого по текущей работе в семестре				31 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Теоретический вопрос 1.	5 балла (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 – 10
		Теоретический вопрос 2.	5 балла (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 1.	5 балла (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 – 10
		Решение задачи 2.	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
Итого по промежуточной аттестации в семестре (экзамену)				20 – 40 б.
Суммарная оценка по дисциплине в семестре: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Зарубин, В. С. Математика в техническом университете : учебник : в 21 выпуск / В. С. Зарубин. — 3-е изд. — Москва : МГТУ им. Баумана, 2007 — Выпуск 21 : Математическая статистика — 2010. — 495 с. — ISBN 978-5-7038-3194-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/106555>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная учебная литература

2. Ионов, А. А. Теоретические основы электротехники : учебное пособие / А. А. Ионов. — Самара : СамГУПС, 2022 — Часть 1 : Цепи постоянного и переменного синусоидального (однофазные и трехфазные) тока. Цепи при гармоническом воздействии. Нелинейные электрические цепи. Четырехполосники: конспект лекций — 2022. — 206 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/292451>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Техническая термодинамика : учебное пособие / Д. Г. Амирханов, Р. Д. Амирханов, М. С. Курбангалеев [и др.]. — Казань : КНИТУ, 2017. — 320 с. — ISBN 978-5-7882-2297-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/138409>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Ахметшин, М. Г. Теоретическая механика : учебное пособие / М. Г. Ахметшин, Х. С. Гумерова, Н. П. Петухов. — Казань : КНИТУ, 2012. — 139 с. — ISBN 978-5-7882-1328-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/73433>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Тарасик, В. П. Математическое моделирование технических систем : учебник / В.П. Тарасик. — Минск : Новое знание ; Москва : ИНФРА-М, 2020. — 592 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011996-0. - Текст : электронный. - URL:

<https://znanium.com/catalog/product/1042658>. – Режим доступа: по подписке.

6. Горшков, А. Г. Теория упругости и пластичности : учебное пособие / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Тарлаковский. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 416 с. — ISBN 5-9221-0224-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/47541>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

7. Моргунов, К. П. Гидравлика : учебник / К. П. Моргунов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-1735-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211682>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

8. Зарубин, В. С. Математические модели термомеханики: монография / В. С. Зарубин, Г. Н. Кувыркин. - Москва : Физматлит, 2002. - 168 с. - ISBN 5-9221-0321-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544597> - Режим доступа: по подписке.

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

410 Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации; Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, моноблоки аудиторные. Оборудование: стационарное - компьютер, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MSWindows, LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19
106 Помещение для самостоятельной работы студентов. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая переносная, столы, стулья, рабочее место для обучающегося с ОВЗ. Оборудование: стационарное – компьютеры для обучающихся (3 шт.), телевизор. Используемое программное обеспечение: MSWindows, LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19
225 Помещение для самостоятельной работы студентов. Специализированная (учебная) мебель: столы, стулья. Оборудование: стационарное - компьютеры для обучающихся (10 шт.). Используемое программное обеспечение: MSWindows, LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

1. Информационная система «Общероссийский математический портал», режим доступа : <http://www.mathnet.ru/>

2. Информационная система «Экспонента» - центр инженерных технологий и моделирования, режим доступа :<http://www.exponenta.ru>
3. База данных Science Direct (более 1500 журналов издательства Elsevier, среди них издания по математике и информатике), режим доступа :<https://www.sciencedirect.com>
4. Информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам» <http://window.edu.ru/catalog/>
5. Базы данных и аналитические публикации на портале «Университетская информационная система Россия», режим доступа: <https://uisrussia.msu.ru/>
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – крупнейший российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты, режим доступа: www.elibrary.ru

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Темы письменных учебных работ

Таблица 5 - Темы письменных учебных работ

Раздел	Темы	Контрольные точки
1. Математическое моделирование	Решение задач по теории размерностей	ПР
2 Математические модели простейших типовых элементов	Математические модели простейших типовых элементов	ПР
3. Математические модели систем из типовых элементов	Электрические и механические системы	ПР
	Тепловые и гидравлические системы	ПР
4. Нелинейные математические модели макроуровня	Нелинейные математические модели	ПР
	Положения равновесия консервативной системы	ПР

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Раздел 1. Математическое моделирование.

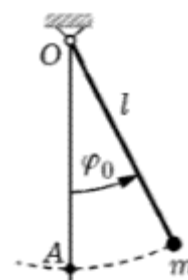
Тема 1.1. Основные понятия и определения

Примерные теоретические вопросы

1. Какие факторы определили расширение в последнее время областей применения математического моделирования в технике?
2. Что понимают под аналоговым моделированием?
3. Перечислите содержание основных этапов математического моделирования.
4. Каковы особенности построения содержательной модели?
5. Что понимают под иерархией математических моделей по отношению к одному и тому же объекту?
6. Какую роль играет упрощенный вариант математической модели при проведении вычислительного эксперимента?

Примерные практические задания

1. Дан математический маятник в виде материальной точки массой m , подвешенной на невесомом стержне постоянной длины l , который может свободно вращаться относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O . Отклонение маятника на угол φ_0 от его вертикального положения равновесия приведет к возрастанию потенциальной энергии материальной точки на величину $\Delta\P = mgl(1 - \cos \varphi_0)$, где g — ускорение свободного падения. Если после отклонения маятник начнет движение, то при отсутствии



сопротивления он в силу закона сохранения энергии будет совершать незатухающие колебания относительно положения равновесия (точка A). При прохождении положения равновесия скорость v материальной точки является наибольшей по абсолютной величине, поскольку в этом

положении кинетическая энергия этой точки равна $\frac{mv^2}{2} = \Delta\Pi$, так что

$v = \sqrt{\frac{2\Delta\Pi}{m}} = \sqrt{2gl(1 - \cos\varphi_0)}$. Пусть необходимо установить зависимость периода T колебаний маятника (т.е. наименьшего промежутка времени, через который маятник возвращается в некоторое фиксированное положение, не совпадающее с положением равновесия) от параметров m, l, φ_0 и g .

Составьте матрицу размерностей, найдите ее ранг и сравните с числом A : единиц измерения, используемых для представления размерностей основных параметров.

2. При построении полуэмпирической математической модели установившегося течения вязкой несжимаемой жидкости по трубопроводу проводят измерения перепада Δp давления вдоль трубопровода длиной l с круглым поперечным сечением радиуса r^* при различных значениях $Q_{\text{ж}}$ объемного расхода жидкости плотностью ρ с кинематическим коэффициентом вязкости ν . Сколько независимых безразмерных комбинаций можно составить из указанных размерных параметров? В каком виде следует обработать результаты измерений, чтобы получить зависимость между этими безразмерными комбинациями, справедливую для трубопровода с иными размерами и для другой вязкой несжимаемой жидкости?

3. В каком виде следует обработать результаты измерений в задаче 2, если движение жидкости в трубопроводе очень медленное и соответствует весьма малому значению числа Рейнольдса?

4. Какие размерные параметры определяют сопротивление твердого тела в потоке совершенного сжимаемого идеального (невязкого) газа и каковы их размерности? Сколько независимых безразмерных комбинаций и какие именно можно составить из этих параметров?

5. Какие размерные параметры определяют сопротивление движению с постоянной скоростью надводного корабля при условии, что вода вязкая и несжимаемая? Сколько независимых безразмерных комбинаций и какие именно можно составить из этих параметров?

Раздел 2. Математические модели простейших типовых элементов

Тема 2.1. Электрические и механические системы. Тепловые и гидравлические системы

Примерные теоретические вопросы

1. Какими свойствами обладает резистор, как характерный представитель типового элемента?

2. Какими свойствами обладает конденсатор, как характерный представитель типового элемента?

3. Какими свойствами обладает индуктивная катушка, как характерный представитель типового элемента?

4. Какие математические модели типовых элементов: резистора, конденсатора без потерь заряда и индуктивной катушки без сопротивления?

5. Какие математические модели типовых элементов: резистора, конденсатора без потерь заряда и индуктивной катушки без сопротивления?

6. Какие величины относятся к потенциальным, какие к потоковым?

7. Какие типовые элементы механической системы связаны зависимостью, аналогичной зависимости типовых элементов электрической системы?

8. Какие типовые элементы тепловой системы связаны зависимостью, аналогичной зависимости типовых элементов электрической системы?

9. Какие типовые элементы гидравлических систем связаны зависимостью, аналогичной зависимости типовых элементов электрической системы?

Примерные практические задания

1. Получите решение уравнения $C \frac{dU(t)}{dt} + \frac{U(t)}{R_*} = 0$ при начальном условии $U(0) = 0$.

2. Убедитесь, что $I(t) = \frac{U \left(1 - e^{-tR^*/L} \right)}{R^*}$ является решением уравнения

$L \frac{dI(t)}{dt} + R^* I(t) = U^*$ при начальном условии $I(0) = 0$.

3. Решив уравнение $\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} = -\frac{\Delta p}{\eta l}$ для трубы с кольцевым поперечным сечением, найдите выражения для объемного расхода и сопротивления такой трубы.

Раздел 3. Математические модели систем из типовых элементов

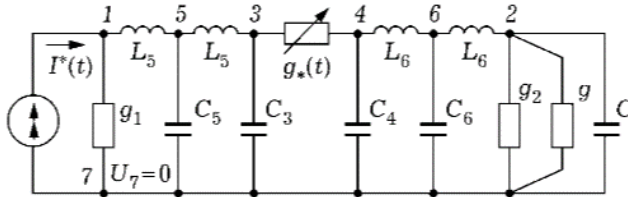
Тема 3.1. Электрические и механические системы

Примерные теоретические вопросы

1. Как строится эквивалентная схема системы?
2. Какие электрические цепи называются дуальными?
3. Какая система называется осциллятором?

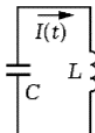
Примерные практические задания

1. Найдите полное сопротивление электрической цепи, представленной на рисунке

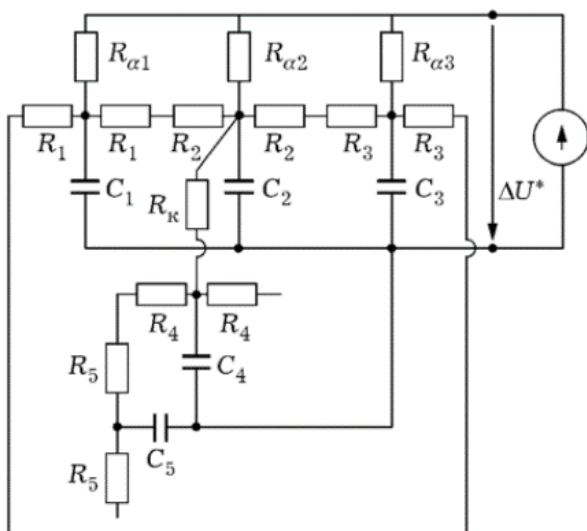


2. Покажите, что $C \frac{d^2 \Delta U(t)}{dt^2} + \frac{\Delta U(t)}{L} = 0$ равносильно условию постоянства суммы

энергии электрического поля конденсатора и энергии магнитного поля катушки индуктивности, составляющих колебательный контур, представленный на рисунке.



3. Какую роль выполняет в эквивалентной схеме, представленной на рисунке проводник, соединяющий резисторы с сопротивлениями R_1 и R_3 ?



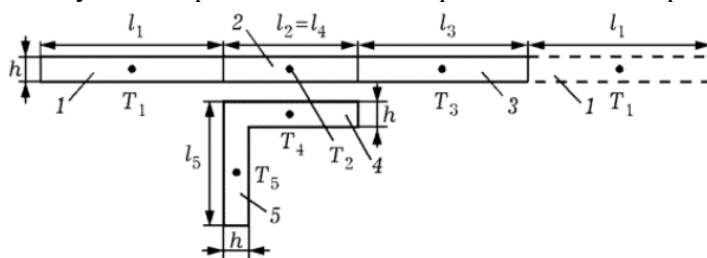
Тема 3.2. Тепловые и гидравлические системы

Примерные теоретические вопросы

1. Какие равенства составляют стационарную математическую модель процесса теплопроводности в пластине?
2. Как составить нестационарную математическую модель процесса теплопроводности в пластине?
3. Опишите математическую модель гидравлической системы подвода воды через плотину к турбинам гидроэлектростанции из водохранилища.
4. Как осуществляется переход от эквивалентной схемы системы к связанному ориентированному графу при построении математической модели сложной системы?

Примерные практические задания

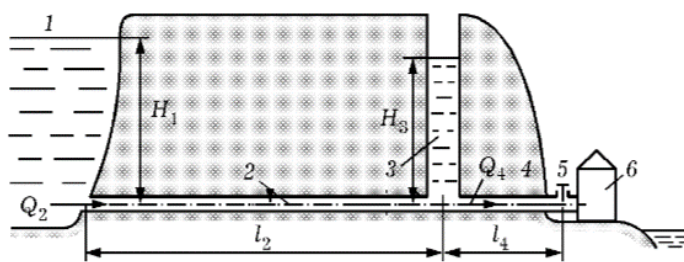
1. Составьте систему ОДУ первого порядка относительно температур T_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$, в центрах масс участков расчетной схемы, представленной на рисунке



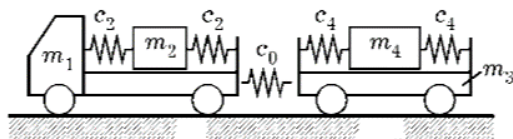
2. Путем решения системы

$$\begin{cases} \frac{dp_3}{dt} = \frac{Q_2 - Q_4}{\tilde{C}_3}, \\ \frac{dQ_2}{dt} = \frac{p_1 - p_3 - Q_2 \tilde{R}_2}{\tilde{C}_3}, \\ \frac{dQ_4}{dt} = \frac{p_3 - Q_4 (\tilde{R}_4 + \tilde{R}_5 + \tilde{R}_6)}{\tilde{L}_4} \end{cases}$$

выясните характер изменения во времени t объемных расходов Q_2 , Q_4 и давлений p_3 . $p = \rho g H$ после открытия в момент времени $t = 0$ заслонки 5.



2. Постройте эквивалентную схему для движущейся поступательно механической системы, состоящей из автомобиля массой m_1 с грузом массой m_2 и прицепа массой m_3 , на котором находится груз массой m_4 . Грузы закреплены при помощи упругих элементов податливостью $1/c_2$ и $1/c_4$ соответственно, а сцепка между автомобилем и прицепом имеет податливость $1/c_0$. При движении автомобиля и прицепа возникают силы сопротивления, пропорциональные значениям v_1 и v_3 их скорости, причем коэффициенты пропорциональности равны k_1 и k_3 соответственно. Силы трения между грузами и кузовами автомобиля и прицепа пропорциональны значениям v_2 — v_1 и $v_4 - v_3$ скорости перемещения грузов относительно этих кузовов (коэффициенты пропорциональности равны k_2 и k_4 соответственно). Зависимость $P^*(t)$ силы тяги автомобиля от времени t является заданной.



Раздел 4. Нелинейные математические модели макроуровня

Тема 4.1. Нелинейные математические модели

Примерные теоретические вопросы

1. Какие причины приводят к необходимости рассматривать нелинейные математические модели?
2. Какие оценки получают при помощи статических математических моделей?
3. В каких случаях применяют нестационарные (динамические) математические модели?

Примерные практические задания

1. Покажите, что при фиксированном значении $U^* = U_0^* > \Delta U_0$ существует значение $R = R^*$, в окрестности которого отсутствует непрерывная зависимость решения ОДУ $\frac{dI}{dt} = \frac{U^* - RI - \varphi(I)}{L}$ от параметра R .

Тема 4.2. Положения равновесия консервативной системы

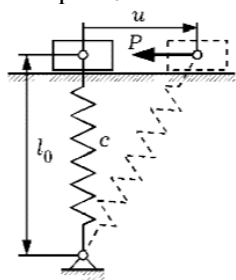
Примерные теоретические вопросы

1. Что называется положением равновесия обыкновенного дифференциального уравнения?
2. Что такое бифуркация?
3. Что называют фазовым портретом системы?
4. Какие системы называют автоколебательными?

Примерные практические задания

1. Постройте фазовый портрет консервативной системы, состоящей из длинного однородного прямоугольного параллелепипеда, качающегося вокруг одного из своих горизонтальных ребер, которое соприкасается с горизонтальной поверхностью и не может скользить по ней. Высота и ширина параллелепипеда равны l и b соответственно.
2. Исследуйте затухающие колебания в системе, изображенной на рисунке, после отклонения твердого тела массой m из положения равновесия на расстояние, а в горизонтальном

направлении. Колебания около этого положения затухают благодаря силе вязкого трения, пропорциональной квадрату скорости тела. Как изменится поведение системы, если в вертикальном положении пружина жесткостью c имеет натяжение $P_0 > 0$? Исследуйте поведение системы при $P_0 < 0$.



Составитель (и): Решетникова Е.В., доцент