

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«16» января 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.01.02 Геометрия

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«**Математика и Информатика**»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная, заочная

Год набора 2025

Новокузнецк 2025

Оглавление

1 Цель дисциплины	3
Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки	3
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации	3
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	4
3.1 Учебно-тематический план	4
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	5
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	7
5.1 Учебная литература	7
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	8
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	8
6 Иные сведения и (или) материалы.....	8
6.1.Примерные темы письменных учебных работ	8
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	11

1 Цель дисциплины.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: - структуру, состав и дидактические единицы геометрии как учебного предмета; Уметь: - осуществлять отбор учебного содержания геометрии для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО; Владеть: - методами, приемами решения геометрических задач и технологией обучения решению геометрических задач в школьном курсе математики

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО		ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	288		288
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	110		20
Аудиторная работа (всего):	110		20
в том числе:			
лекции	30		8
практические занятия, семинары	80		12
практикумы			
лабораторные работы			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы (проекта) /контактная работа ¹			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды			

учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	106		250
4 Промежуточная аттестация обучающегося - экзамен 1 семестр – экзамен 2 семестр - экзамен	72		18

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной / заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
Семестр 1									
	1. Элементы векторной алгебры					2	2	53	
1	Основные понятия векторной алгебры. Скалярное произведение векторов	12	2	4	6				Индивидуальные задания
2	Векторное произведение векторов и его приложения. Смешанное произведение векторов и его приложения.	12	2	4	6				Индивидуальные задания
	2. Аналитическая геометрия на плоскости					2	2	53	
3	Системы координат на плоскости. Простейшие задачи в координатах	14	2	6	6				Контрольная работа № 1
4	Прямая на плоскости.	10		4	6				Контрольная работа № 1
5	Кривые второго порядка: окружность, эллипс	12	2	4	6				Контрольная работа № 1
6	Кривые второго порядка: гипербола, парабола. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду	12		6	6				Контрольная работа № 1
	3. Аналитическая геометрия в пространстве					2	2	53	
7	Плоскость. Способы задания и уравнения плоскости.	12	2	4	6				Контрольная работа №2

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 1									
8	Прямая в пространстве	12	2	4	6				Контрольная работа №2
9	Поверхности второго порядка	12		4	8				Контрольная работа №2
	Промежуточная аттестация - 36 / 9								экзамен
ИТОГО по 1 семестру		144	12	40	56	6	6	159	36/9
Семестр 2									
	4. Преобразования плоскости					2	4	51	
11	Движение плоскости. Частные виды движений	14	4	8	8				Контрольная работа № 3
12	Подобие и гомотетия	10	2	8	8				Контрольная работа № 3
13	Аффинные преобразования плоскости	10	2	8	8				Контрольная работа № 3
14	Инверсия плоскости	10	2	8	8				Контрольная работа № 3
15	Конструктивные задачи планиметрии. Методы решения конструктивных задач планиметрии	16	4	4	8				Контрольная работа № 3
	5. Основания геометрии						2	40	
16	Проблема пятого постулата. Общие вопросы аксиоматики. Абсолютная геометрия. Системы аксиом	12	4	4	10				Устный опрос
	Промежуточная аттестация	36							Экзамен – 36/9
ИТОГО по 2 семестру		144	18	40	50	2	6	91	36/9

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов

работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
1 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (9 занятий)	1 балла посещение 1 лекционного занятия	0 - 10
		Практические занятия (20 занятий).	1 балл - посещение 1 практического занятия 2 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	20- 40
		Контрольные работы (2 работы)	За одну КР от 1 до: 6 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 8 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 10 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	11 - 20
Итого по текущей работе в семестре				31 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	20 баллов (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение)	20-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				
Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
2 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (6 занятий)	1 балла посещение 1 лекционного занятия	0 - 6
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (10 занятий).	1 балл - посещение 1 практического занятия 2 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	11 - 22
		Контрольные работы (2 работы)	За одну КР от 1 до: 6 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 8 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 10 балла (выполнено 86 - 100% заданий)	12 -20
		Индивидуальное задание	6 баллов (пороговое значение) 12 баллов (максимальное значение)	8 - 12

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
1 семестр				
Итого по текущей работе в семестре				31 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	20 баллов (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение)	20-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				40 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Атанасян, С. Л. Геометрия 1: Учебное пособие / Атанасян С.Л., Покровский В.Г., - 2-е изд., (эл.) - Москва :БИНОМ. Лаб. знаний, 2017. - 334 с.: ISBN 978-5-00101-452-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/541056>
2. Атанасян, С. Л. Геометрия 2 : учебное пособие для вузов / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков ; под ред. С. Л. Атанасяна. - 2-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 547 с. - ISBN 978-5-00101-678-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1201312>

Дополнительная литература

1. Далингер, В. А. Геометрия: планиметрические задачи на построение : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 155 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05758-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454909>
2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451192>

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Геометрия	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1
-----------	--	--

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

Контрольные работы

Тема 2: Аналитическая геометрия на плоскости

Вариант (образец)

1. Найти координаты точек $M(3;1)$, $N(-1;5)$, $P(-3;-1)$ в новой системе координат, если оси координат повернуты вокруг начала координат на угол (-45^0) .
2. Вывести уравнение геометрического места точек, удаленных от прямой $8x-15y-25$ на 2 единицы. Сделать чертеж в системе координат.

3. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены от оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны точка $M(2; -\frac{5}{3})$ эллипса и его эксцентриситет $e = \frac{2}{3}$.
4. Привести уравнение кривой $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$ к каноническому виду и построить ее в системе координат.
5. Дан параллелепипед $ABCD A'B'C'D'$, где $A(4; -3; 2)$, $B(6; 1; -1)$, $D(-4; -2; 0)$, $A'(-2; -6; 6)$.
 - А) Сделать чертеж в системе координат.
 - Б) Найти объем $ABCD A'B'C'D'$.
 - В) Найти площадь основания $ABCD$.
 - Г) Найти высоту $A'H$, опущенную на $(ABCD)$.
 - Д) Найти угол между AB и $A'D'$.

Тема 3: Аналитическая геометрия в пространстве

I. В прямоугольной декартовой системе координат даны 4 точки A, B, C, D .

1. Построить пирамиду $ABCD$;
2. Составить уравнение граней ABC, BCD .
3. Написать уравнение перпендикуляра из D на грань ABC , найти его длину и точку падения на ABC (основание перпендикуляра);
4. Написать уравнение перпендикуляра из A на прямую BC , найти его длину и точку падения на BC ;
5. Найти угол между прямой AC и гранью BCD ;
6. Найти угол между гранями ABC и BCD ;
7. Найти угол между прямыми AD и BC ;
8. Написать уравнение биссектрисы угла BAC , найти точку ее падения на BC .

II. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением. Построить ее в системе координат $OXYZ$.

Варианты заданий

Таблица к заданию I.

№	A	B	C	D
1.	(2; 0; 0)	(0; 1; 0)	(0; 0; 2)	(2; 2; 0)
2.	(1; 0; 0)	(0; 2; 0)	(0; 0; 2)	(2; 0; 2)
3.	(2; 0; 0)	(0; 2; 0)	(0; 0; 1)	(0; 2; 2)
4.	(2; 0; 0)	(0; 2; 0)	(0; 0; 1)	(2; 0; 2)
5.	(1; 0; 0)	(0; 2; 0)	(0; 0; 2)	(2; 2; 0)

Таблица к заданию II.

№	
1.	$x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 24 = 0$
2.	$9y^2 - 4z^2 = 36$
3.	$x^2 - 2y^2 + 3z^2 + 6 = 0$
4.	$x^2 - 2y^2 + 4 = 0$
5.	$36x^2 - 9y^2 + 4z^2 - 36 = 0$

6.	(2; 0; 0)	(0; 2; 0)	(0; 0; 1)	(0; 2; 4)
7.	(2; 0; 2)	(0; 1; 0)	(0; 0; 3)	(0; 2; 2)
8.	(1; 0; 1)	(0; 2; 0)	(0; 0; 2)	(2; 2; 0)
9.	(4; 0; 0)	(0; 1; 0)	(0; 0; 1)	(2; 0; 2)
10.	(0; 4; 1)	(0; 1; 0)	(1; 0; 4)	(2; 0; 0)

6.	$y^2 - 2z + 4 = 0$
7.	$9x^2 + 4y^2 = 36$
8.	$\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$
9.	$3x^2 + 4y^2 - 12z^2 - 12 = 0$
10.	$y^2 - 2z = 1$

Тема 4. Преобразования плоскости

Вариант (образец)

- Даны две стороны параллелограмма и угол между его диагоналями. Построить параллелограмм.
Указание: Сделать параллельный перенос на отрезок AB, где AB – основание параллелограмма.
- Даны две окружности и точка A, им не принадлежащая. Построить равнобедренный треугольник ABC (AB=AC) с данным углом α при вершине A так, чтобы точки B и C лежали на двух данных окружностях (метод поворота).
- Дан острый угол AOB и точка M внутри него. Построить окружность с центром на стороне угла BO, касающуюся другой стороны угла и проходящую через точку M (метод гомотетии и подобия).
- Дана окружность и две точки, ей не принадлежащие. Через эти точки провести окружность, ортогональную данной (метод инверсии)

Тема 5. Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского”

В модели Пуанкаре построить заданную конфигурацию геометрии Лобачевского.

- Построить треугольник с тремя данными вершинами и его медианы.
- Построить треугольник с тремя данными вершинами и его высоты.
- Построить треугольник с тремя данными вершинами и его биссектрисы.
- Построить треугольник с тремя данными вершинами и его серединные перпендикуляры.
- Построить равнобедренный треугольник и его высоту, проведенную к основанию.
- Построить равнобедренный треугольник и его медиану, проведенную к основанию.
- Построить трапецию и ее среднюю линию.
- Построить равнобедренную трапецию.
- Построить параллелограмм и одну из его высот.
- Построить трапецию и ее высоту.
- Построить трапецию и биссектрису одного (любого) ее острого угла.
- Построить параллелограмм и биссектрису его острого угла.
- Построить равнобедренный треугольник и его биссектрису, проведенную к основанию.
- Построить два равных между собой прямоугольных треугольника.
- Построить прямоугольный треугольник и его медиану, проведенную из вершины прямого угла.

16. Построить четырехугольник Саккери и биссектрисы его прямых углов.
 17. Построить прямоугольный треугольник и его высоту, проведенную из вершины прямого угла.

Индивидуальные задания

Тема 1. Элементы векторной алгебры. Системы координат на плоскости и в пространстве

Вариант (образец)

- Доказать сочетательное свойство операции суммы векторов: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
- Упростить векторные выражения:
 - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{D_1A_1}$;
 - $\frac{1}{2}\overrightarrow{A_1C_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$, если $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{DD_1}$.
- Образуют ли векторы $\vec{a}\left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right\}$, $\vec{b}\left\{0; \frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$, $\vec{c}\left\{-\frac{4}{3\sqrt{2}}; \frac{1}{3\sqrt{2}}; \frac{1}{3\sqrt{2}}\right\}$ ортонормированный базис?
- В тетраэдре OABC плоские углы при вершине O – прямые. Используя векторы, найти угол между биссектрисами углов AOB и BOC.
- Циклоидой называется траектория, описываемая точкой M окружности радиуса r, катящейся без скольжения по данной прямой l. Приняв прямую l за ось абсцисс, а начальное положение точки M за начало координат, написать уравнение циклоиды и построить ее по точкам.

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

3 семестр – зачет с оценкой

4 семестр – экзамен

Таблица 5 – Типовые (примерные) контрольные вопросы и задания

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
1 семестр – экзамен		
1. Элементы векторной алгебры		
1.1 Основные понятия и теоремы векторной алгебры	1. Сложение и вычитание векторов, их определение и свойства. 2. Умножение вектора на число, определение и свойства. 3. Базис системы векторов. Теоремы о разложении вектора по базису. 4. Необходимое и достаточное условие	1. Дан параллелограмм ABCD, M – точка пересечения его диагоналей. Выразите векторы MA, MB через векторы AB=a и AD=b. 2. Даны векторы: $\mathbf{a}=(1;-2)$, $\mathbf{b}=(-0,5;1)$, $\mathbf{c}=(2;0)$. Найдите координаты векторов $\frac{c-2b}{2}$ и $\frac{a+b}{2}-c$. 3. Вектор $\mathbf{a}=(5;4)$ имеет начало в точке A(-2;3). Найдите координаты

	коллинеарности векторов. 5. Теоремы о координатах линейной комбинации векторов.	конца этого вектора. Постройте этот вектор в прямоугольной декартовой системе координат. 4. Изобразите на плоскости некоторый вектор $\mathbf{a}$ и постройте векторы $\sqrt{2}\mathbf{a}$, $-\mathbf{a}\sqrt{3}$. 5. Определить вид четырехугольника ABCD, если A(1, 1,4), B(1,3, -1), C(5, 5, -3), D(5, 3, 2).
1.2. Скалярное произведение векторов	6. Скалярное произведение векторов, заданных координатами. Модуль вектора. 7. Скалярное произведение векторов, определение и свойства..	6. В прямоугольной декартовой системе координат заданы координаты двух вершин треугольника A(1;-2) и B(3;4). Найдите координаты его третьей вершины C, зная, что эта вершина лежит на оси Oх и что $\angle ACB=90^\circ$. 7. Найдите углы треугольника ABC, зная прямоугольные координаты его вершин: A(2;1), B(-3;2), C(0;4).
1.3. Векторное произведение векторов	8. Определение и свойства векторного произведения векторов 9. Векторное произведение векторов, заданных своими координатами в ортонормированном базисе 10. Геометрические приложения векторного произведения векторов	8. Найдите площадь треугольника ABC, зная прямоугольные координаты его вершин: A(2;1;1), B(-3;2;3), C(0;4;1). 9. Найдите высоту параллелограмма ABCD, опущенную на сторону AD, если $\overrightarrow{AB} = \{4; 5; 4\}$; $\overrightarrow{AD} = \{1; -1; \sqrt{7}\}$
1.4. Смешанное произведение векторов	11. Определение и свойства смешанного произведения векторов 12. Смешанное произведение векторов, заданных своими координатами в ортонормированном базисе 13. Геометрические приложения смешанного произведения векторов	10. Найдите объем тетраэдра ABCD, если A(2;1;1); D(2;-1;2); C(-2;0;1); B(-3;2;5). 11. Найдите высоту тетраэдра ABCD, проведенную из вершины A на грань BCD, если A(2;-1;1); D(2;-1;-2); C(-2;0;1); B(-3;-2;5). 12. Показать, что точки A(2, -1, -2), B(1, 2, 1), C(2, 3, 0) и D(5, 0, -6) лежат в одной плоскости. 13. Показать, что векторы $\mathbf{a}=-\mathbf{i}+3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}-4\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=-3\mathbf{i}+12\mathbf{j}+6\mathbf{k}$ компланарны.
2. Аналитическая геометрия на плоскости		
2.1. Системы координат на плоскости. Простейшие задачи в координатах	14. Аффинная системы координат на плоскости и в пространстве. Преобразование аффинной системы координат. 15. Прямоугольная система координат на плоскости. Преобразование прямоугольной системы координат. 16. Простейшие задачи аналитической геометрии: расстояние между двумя точками; деление отрезка в заданном отношении	14. Найти площадь квадрата, если даны координаты двух его смежных вершин (1;-2) и (4; 2). 15. Зная прямоугольные координаты вершин треугольника A(1;-2), B(1;1), C(5;-2), найдите длину его медианы CM. 16. Найти, в каком отношении точка C(3;2) делит отрезок AB, если A(0;5), B(-1;6).

2.2. Прямая на плоскости.	17. Общее уравнение прямой; ее расположение относительно системы координат. 18. Параметрические и канонические уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках. 19. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, заданной точкой и вектором нормали. 20. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.	17. В прямоугольной декартовой системе координат составьте уравнения биссектрис углов, образуемых прямыми $3x-y+5=0$ и $3x+y-4=0$. 18. Через точку пересечения прямых $3x-y=0$ и $x+4y-2=0$ проведена прямая, перпендикулярная к прямой $2x+7y=0$. Найдите уравнение этой прямой в прямоугольной декартовой системе координат. 19. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x+3y-8=0$ и $5x-y-3=0$ и точку пересечения прямых $4x-3y+3=0$ и $x+y-1=0$. 20. Даны прямоугольные координаты вершин треугольника $A(2;0)$, $B(1;1)$, $C(5;4)$. Найдите длину высоты этого треугольника, проведенной из вершины A. 21. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, -2)$ и $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ левый фокус эллипса. 22. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, 3)$ и $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ правый фокус гиперболы. 23. Найти расстояние от центра окружности $x^2 + y^2 + 2y = 0$ до прямой $y=4-2x$.
2.3. Кривые второго порядка	21. Уравнение окружности. Взаимное расположение двух окружностей, окружности и прямой. 22. Каноническое уравнение параболы, его свойства. 23. Каноническое уравнение эллипса, его свойства. 24. Каноническое уравнение гиперболы, его свойства. 25. Парабола как график квадратичной функции. 26. Гипербола как график обратной пропорциональной зависимости	24. Составьте уравнение параболы, если известно, что парабола симметрична относительно оси Oy, фокус помещается в точке $F(0;2)$, вершина совпадает с началом координат. 25. Составьте каноническое уравнение гиперболы, если длина действительной оси равна 6, гипербола проходит через точку $M(9;4)$. 26. Составьте каноническое уравнение эллипса, зная, что длина малой полуоси равна 3, эксцентриситет равен. 27. Составьте уравнение окружности с центром в точке $O(5;2)$, касающейся прямой $x-3y+2=0$. 28. Написать уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок

		$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ прямой , отсеченный осями координат.
3. Аналитическая геометрия в пространстве		
3.1. Плоскость. Способы задания и уравнения плоскости.	27. Способы задания плоскости. Уравнения плоскости. 28. Общее уравнение плоскости. Расположение плоскости относительно системы координат. Уравнение плоскости в отрезках. 29. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. 30. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	29. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин A(1; -1;2); B(0;-2;1); C(4;-2;3); D(-5;0;1). Составить уравнение грани ABC. 30. Плоскость задана своим общим уравнением: $2x+3y+12z-12=0$. Найти площадь треугольника, отсекаемого заданной плоскостью в плоскости xOy. 31. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин A(1; -1;2); B(0;-2;1); C(4;-2;3); D(-5;0;1). Найти двугранный угол ABCD. 32. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин A(1; -1;2); B(0;-2;1); C(4;-2;3); D(-5;0;1). Найти длину высоты на грань ABC.
3.2. Прямая в пространстве	31. Способы задания прямой в пространстве. Уравнения прямой. 32. Угол между двумя прямыми. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. 33. Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости. 34. Расстояние между скрещивающимися прямыми.	33. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин A(1; -1;2); B(0;-2;1); C(4;-2;3); D(-5;0;1). Найти угол между прямыми AD и BC. 34. Найти точку пересечения прямой и плоскости, если прямая задана двумя точками A(-1; 2; 0), B(-2; 1;1), а плоскость задана своим общим уравнением $2x-4y+5z-8=0$ 35. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин A(1; -1;2); B(0;-2;1); C(4;-2;3); D(-5;0;1). Найти угол между прямой AD и ABC.
3.3. Поверхности второго порядка	35. Цилиндрические и конические поверхности. Цилиндр второго порядка. 36. Поверхности вращения. Сфера, каноническое уравнение сферы. Эллипсоид, его свойства. 37. Однополостный гиперболоид. 38. Двуполостный гиперболоид. 39. Эллиптический параболоид. 40. Гиперболический параболоид	36. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением: $x^2+2y^2+3z^2-24=0$. Определить вид поверхности. 37. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением: $x^2+2y^2+3z^2-24=0$. Построить поверхность в прямоугольной системе координат. 38. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением: $x^2+2y^2+3z^2-24=0$. Найти точки пересечения данной поверхности с прямой AB, если A(-1; 2; 0); B(2; -1; 2).

		39. В прямоугольной системе координат задана сфера своим уравнением $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 16$. Определить, пересекает ли плоскость $2x - 4y + 5z - 1 = 0$ заданную сферу. 40. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением: $x^2 + 2y^2 - 24 = 0$. Построить поверхность в прямоугольной системе координат.
2 семестр - экзамен		
4. Преобразования плоскости		
4.1. Движение плоскости. Частные виды движений	1. Движения: определение, свойства, уравнение 2. Параллельный перенос и его свойства. 3. Центральная симметрия и ее свойства. 4. Осевая симметрия и ее свойства. 5. Поворот и его свойства. 6. Скользящая симметрия и ее свойства	1. Докажите, что прямая, содержащая середины оснований равнобокой трапеции, перпендикулярна основаниям (метод осевой симметрии) 2. Две прямые, содержащие точки пересечения диагоналей параллелограмма, пересекают его стороны соответственно в точках М и L, N и К. Докажите, что четырехугольник MNLK – параллелограмм (метод центральной симметрии) 3. Через центр равностороннего треугольника проведены две прямые, угол между которыми равен 60° и которые не содержат вершин треугольника. Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные между сторонами треугольника, равны. (метод поворота)
4.2. Подобие и гомотетия	7. Подобие: определение, свойства, уравнение 8. Гомотетия и ее свойства.	4. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, если $(AB/A_1B_1) = (AC/A_1C_1) = (BM/B_1M_1)$, где BM и B_1M_1 – медианы треугольников.
4.3. Аффинные преобразования плоскости	9. Аффинные преобразования. Свойства аффинных преобразований. 10. Перспективно-аффинное преобразование 11. Применение аффинных преобразований к решению задач	5. Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD продолжены до взаимного пересечения в точке О. Точки Е и F – середины оснований трапеции. Докажите, что точки Е, F, О принадлежат одной прямой (метод аффинных преобразований)
4.4. Инверсия	12. Инверсия, ее свойства. Построение инверсных точек. 13. Инверсия окружности и прямой.	6. Построить образ квадрата при инверсии, если центром инверсии является вершина квадрата, а сторона квадрата – ее радиус.
5. Основания геометрии		
5.1. Проблема пятого постулата. Общие вопросы аксиоматики. Абсолютная геометрия.	28. Аксиоматическое построение геометрии. «Начала» Евклида. 29. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Абсолютная	19. Две параллельные прямые пересечены секущей. Используя аксиоматику Евклида, докажите, что биссектрисы накрест лежащих углов параллельны. 20. Две параллельные прямые

	геометрия. 30. Эквиваленты пятого постулата.	пересечены секущей. Используя аксиоматику Евклида, докажите, что биссектрисы односторонних углов перпендикулярны. 21. Две параллельные прямые пересечены секущей. Используя аксиоматику Евклида, докажите, что биссектрисы соответственных углов параллельны
5.2. Системы аксиом	31. Система аксиом Гильберта ЕЗ, непротиворечивость. 32. Система аксиом Вейля ЕЗ, непротиворечивость. Аксиома параллельности Лобачевского, следствия из нее. 33. Свойства треугольников на плоскости Лобачевского. 34. Свойства четырехугольников на плоскости Лобачевского.	22. В интерпретации Пуанкаре планиметрии Лобачевского построить равные отрезки. 23. Построить трапецию в интерпретации Пуанкаре планиметрии Лобачевского. 24. На плоскости Лобачевского дан треугольник ABC, где $\angle A=36^\circ$, $\angle B=80^\circ$, $\angle C=50^\circ$. Найти дефект треугольника ABC. 25. Даны две прямые своими уравнениями: $3x-y+1=0$ и $x+3y-2=0$. Используя понятия аксиоматики Вейля, доказать, что прямые взаимно перпендикулярны

Составитель (и): Позднякова Е.В., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))