

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-04-24 00:00:00  
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436  
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования

«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«8» февраля 2024 г.

**К.М.03.05 Практикум по решению олимпиадных задач по математике  
для школьников**

Направление подготовки  
**44.04.01 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) подготовки  
**«Математика в профильном и профессиональном образовании»**

Программа магистратуры

Квалификация выпускника  
*магистр*

Форма обучения  
*заочная*

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1 Цель дисциплины. ....	3
2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. ....	5
3.1. Учебно-тематический план .....	5
4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....	6
5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....	6
5.1. Учебная литература .....	7
5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины. ....	7
5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....	8
6. Иные сведения и (или) материалы. ....	8
6.1. Примерные темы письменных учебных работ .....	8

## 1 Цель дисциплины.

*Целью изучения дисциплины* является формирование у магистрантов системы знаний об идеях и методах алгебры; развитие умения решать исследовательские и профессиональные задачи в этой области, которые могут быть использованы при обучении математике в профильных классах, а также при подготовке к решению олимпиадных задач.

В ходе изучения дисциплины будут сформированы компетенции **ПК-1, ПК-3.**

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<b>ПК-1</b> Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области «Математика»	<p>ПК-1.1 Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики в области алгебры, геометрии и математического анализа; практические и прикладные аспекты математики, в том числе математические методы статистики</p> <p>ПК-1.2 Умеет решать математические задачи соответствующей ступени образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися, олимпиадные, исследовательские задачи; проводить исследования и эксперименты в области математики; организовывать поиск закономерностей и доказательств в частных и общих случаях</p> <p>ПК-1.3 Владеет основными и эвристическими методами решения математических задач в области алгебры, геометрии и математического анализа: навыками организации самостоятельной работы, самоконтроля и самооценки в предметной области "Математика"</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- особенности и методы решения олимпиадных задач по математике</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- решать олимпиадные, исследовательские задачи; проводить исследования в области решения олимпиадных задач; организовывать поиск закономерностей и доказательств в частных и общих случаях</li></ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- методами и приемами решения олимпиадных задач по математике для школьников</li></ul>

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<b>ПК-3</b> Готов к реализации образовательного процесса в предметной области «Математика» в образовательных организациях разного типа	<p>ПК-3.1 Знает теорию и методику преподавания математики в профильной школе, в системе профессионального и высшего образования</p> <p>ПК-3.2 Умеет использовать педагогически обоснованные формы, методы и приемы организации деятельности обучающихся, применять современные технические средства обучения и образовательные технологии</p> <p>ПК-3.3 Владеет технологиями формирования знаний, умений и навыков в области математики в системе среднего общего, среднего профессионального и высшего образования; технологиями развития мотивации и способностей обучающихся к занятиям математикой на различных ступенях обучения</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- особенности и методы решения олимпиадных задач по математике</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать олимпиадные, исследовательские задачи; проводить исследования в области решения олимпиадных задач; организовывать поиск закономерностей и доказательств в частных и общих случаях</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами и приемами решения олимпиадных задач по математике для школьников</li> </ul>

## 2. Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объем часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины			108
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			20
Аудиторная работа (всего):			20
в том числе:			
лекции			2
практические занятия, семинары			18
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме			8
в электронной форме			

Внеаудиторная работа (всего):			90
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа/контроль			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)			84
4 Промежуточная аттестация обучающегося	зачет		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1. Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость ОФО (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)					Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости	
			ОФО		ЗФО		СРС		
			Аудиторн. занятия	СРС	Аудиторн. занятия	СРС			
лекц.	практ.	лекц.	практ.	СРС					
<b>Семестр 5</b>									
	<b>1. Задачи на делимость в олимпиадных задачах</b>					<b>2</b>	<b>8</b>	42	
1-3	Делимость целых чисел					2	2	20	Проверка конспекта, выступление на семинаре.
4-5	Деление с остатком. НОД и НОК. Простые и составные числа						6	22	Индивидуальное задание
	<b>2 Алгебраические олимпиадные задачи</b>						<b>10</b>	42	
6-8	Уравнения и неравенства в заданиях школьных олимпиад						6	22	Индивидуальное задание

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость ОФО (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости	
			ОФО			ЗФО				
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС		
			лекц.	практ.		лекц.	практ.			
<b>Семестр 5</b>										
9-10	Преобразование выражений в заданиях школьных олимпиад						4	20	Индивидуальное задание	
	Промежуточная аттестация								зачет	
<b>ИТОГО по семестру</b>		108					2	18	84	4

#### 4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы.

Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (6 недель)
Текущая учебная работа в семестре (посещение занятий по расписанию и выполнение заданий).	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (1 занятия).	<b>2 балл</b> - посещение 1 лекционного занятия.	0 - 2
		Практические занятия (семинары) (9 занятия).	<b>2 балл</b> - посещение 1 практического занятия; <b>4 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы (выступление с докладом).	0 - 36
		Индивидуальное задание	<b>20 баллов</b> (пороговое значение); <b>42 баллов</b> (максимальное значение).	20 - 42
<b>Итого по текущей работе в семестре (34 балл – пороговое значение).</b>				20 - 80
Промежуточная аттестация (зачет).	20	Устный ответ.	<b>10 баллов</b> (пороговое значение); <b>20 баллов</b> (максимальное значение).	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету).</b>				20 баллов
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.</b>				

#### 5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое

## обеспечение дисциплины.

### 5.1. Учебная литература Основная учебная литература

а) основная учебная литература:

1. Агаханов Н.Х, Подлипский О.К. Математические олимпиады Московской области. Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: Физматкнига, 2006.
2. Агаханов Н.Х, Богданов И.И, Кожевников П.А, Подлипский О.К, Терешин Д.А. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2006: Окружной и финальные этапы. – М.: МЦНМО, 2007.
3. Школьные олимпиады СПбГУ 2021. Математика : учебно-методическое пособие / сост. Н. Ю. Власова, М. В. Гончарова, А. Л. Громов [и др.]. - Санкт-Петербург : СПбГУ, 2022. - 120 с. - ISBN 978-5-288-06226-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1907090> – Режим доступа: по подписке.

б) дополнительная учебная литература:

1. Математика в задачах. Сборник материалов выездных школ команды Москвы на Всероссийскую математическую олимпиаду / Под ред. А. А. Заславского, Д. А. Пермякова, А. Б. Скопенкова, М. Б. Скопенкова и А. В. Шаповалова. — М.: МЦНМО, 2009. — 488 с. ISBN 978-5-94057-477-4
2. Горбачев Н.В.. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2013

### 5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Избранные главы алгебры	<b>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике</b> Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) <b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья <b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран <b>Оборудование:</b> дидактические игры, наборы цифр <b>Используемое программное обеспечение:</b> MS	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 1
-------------------------	--	---

	<p>Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС</b></p>	
--	--	--

### 5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

#### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. Mathcad-справочник по высшей математике - <http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>
4. Интернет-портал исследовательской деятельности учащихся “Исследователь. Ru” - <http://window.edu.ru/resource/540/39540>

## 6. Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

- 6-7) Каково наименьшее натуральное  $n$ , при котором  $n!$  делится на 990?
- 6-7) Может ли  $n!$  оканчиваться ровно на 5 нулей?
- 6-7) Подряд записаны числа 1, 2, ..., 2001, 2002. Каких цифр при записи этих чисел использовано больше: двоек или единиц? На сколько больше?
- 6-7) Найти двузначное число, равное сумме его цифр, увеличенной в 6 раз.
- 6-7) Найти все такие двузначные числа  $N$ , что сумма цифр числа  $N$  в пять раз меньше самого числа  $N$ .
- 6-7) Найти все натуральные числа, которые в 12 раз больше суммы своих цифр.



7 Доказать, что числа  $27n + 4$  и  $18n + 3$  взаимно простые при любом натуральном  $n$ .

7 Найти НОД чисел  $2n + 3$  и  $n + 7$ .

7 Доказать, что при любом натуральном  $n$  несократима дробь: а)  $\frac{12n + 1}{30n + 2}$ ; б)  $\frac{14n + 3}{21n + 4}$ .

7 Найти все целые  $n$ , при которых  $\frac{19n + 17}{7n + 11}$  — целое число.

7 Доказать, что произведение четырёх последовательных натуральных чисел, сложенное с единицей, есть точный квадрат.

7 Доказать, что если каждое из двух чисел есть сумма квадратов двух целых чисел, то их произведение также есть сумма двух квадратов.

7 Доказать, что при любом натуральном  $n$  число  $\frac{10^n - 1}{81} - \frac{n}{9}$  целое.

17.11.(20) Существует ли многочлен  $p(x)$  с целыми коэффициентами такой, что

а)  $p(0) = 19, p(1) = 85, p(2) = 1985$ ; б)  $p(1) = 19, p(19) = 85$ ?

17.12.(15) (СО 97) При каком  $a$  график функции  $f(x) = x^4 + x^3 + ax$  имеет ось симметрии, параллельную оси  $Oy$ ?

17.13.(15) (СО 97) График квадратного трёхчлена  $y = x^2 + px + q$  касается графика прямой  $y = 2x + p$ . Докажите, что все такие квадратные трёхчлены имеют одно и то же наименьшее значение. Найдите это наименьшее значение.

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы
<b>5 семестр</b>	
1. Задачи на делимость в олимпиадных задачах	<p>6-7 а) Доказать, что если сумма двух натуральных чисел равна 770, то их произведение не делится на 770.</p> <p>б) Доказать, что если сумма двух натуральных чисел равна 30 030, то их произведение не делится на 30 030.</p> <p>6-7 Доказать, что если <math>p</math> — простое число и <math>p &gt; 3</math>, то число <math>p^2 - 1</math> делится на 24.</p> <p>6-7 Доказать, что <math>n^3 - 4n</math> делится на 48 при чётном <math>n</math>.</p> <p>6-7 Доказать, что <math>n^6 - n^4 - n^2 + 1</math> делится на 128 при нечётном <math>n</math>.</p>

<p>2. алгебраические олимпиадные задачи</p>	<p><b>16.21.(10)</b> Докажите, что при любых <math>a, b, c</math> выполняется неравенство <math>(a^2/4) + b^2 + c^2 \geq ab - ac + 2bc</math>.</p> <p><b>16.22.(10)</b> <math>a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ab - cd - bc - d + 2/5 \geq 0</math>.</p> <p><b>16.23.(15)</b> <math>k, l, m</math> — натуральные числа. Докажите, что <math>2^{k+l} + 2^{k+m} + 2^{l+m} &lt; 2^{k+l+m+1} - 1</math>.</p> <p><b>16.24.(15)</b> <math>a + b + c = 0</math>. Докажите, что <math>ab + bc + ca \leq 0</math>.</p> <p><b>17.2.(10)</b> Докажите, что все рациональные корни многочлена <math>P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n</math> с целыми коэффициентами являются целыми.</p> <p><b>17.3.(15)</b> Докажите, что если многочлен в рациональных точках принимает рациональные значения, то все его коэффициенты рациональны.</p> <p><b>17.4.(15)</b> Найдется ли многочлен, у которого один из коэффициентов равен <math>1/1992</math>, а значения во всех целых точках — целые?</p> <p><b>17.5.(15)</b> Пусть <math>f(x) = x^2 + px + q</math>. Докажите, что хотя бы одно из чисел <math>f(0), f(1), f(-1)</math> по модулю больше <math>1/2</math>.</p> <p><b>17.6.(15)</b> Уравнение <math>x^3 + px + q = 0</math> имеет три различных корня. Докажите, что <math>p &lt; 0</math>.</p>
---	---

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))