

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-04-24 00:00:00

471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования

«Кемеровский государственный университет»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан ФИМЭ

А.В. Фомина

«8» февраля 2024 г.

**К.М.07.05 Практикум по решению задач теории чисел**

Направление подготовки

**44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями подготовки**

Направленность (профиль) подготовки

**«Математика и Информатика»**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника

*бакалавр*

Форма обучения

*очная*

Год набора 2022

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1	Цель дисциплины. ....	3
2.	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	4
3.	Учебно-тематический план и содержание дисциплины. ....	5
3.1.	Учебно-тематический план .....	5
4.	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....	5
5.	Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....	6
5.1.	Учебная литература .....	6
5.2.	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины. ....	7
5.3.	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....	8
6.	Иные сведения и (или) материалы. ....	8
6.1.	Примерные темы письменных учебных работ .....	8

## 1 Цель дисциплины.

**Целью изучения дисциплины** является формирование у студентов системы знаний об идеях и методах теории чисел; развитие умения решать исследовательские и профессиональные задачи в этой области, которые могут быть использованы при обучении математике в профильных классах, а также при подготовке к решению олимпиадных задач.

В ходе изучения дисциплины будут сформирована компетенция **ПК-1**.

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<b>ПК-1</b> Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика"	ИПК 1.1 Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики в области алгебры, геометрии; практические и прикладные аспекты математики ИПК 1.2 Умеет решать математические задачи соответствующей ступени образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися, олимпиадные, исследовательские задачи; проводить исследования и эксперименты в области математики; организовывать поиск закономерностей и доказательств в частных и общих случаях; ИПК 1.3 Владеет основными и эвристическими методами решения математических задач в области алгебры	<b>Знает:</b> - научные основы построения курса теория чисел; – взаимосвязь теории чисел с другими разделами математики и областями науки; —методы решения различных задач по теории чисел; – некоторые методики обучения решению задач олимпиадного типа по теории чисел <b>Умеет:</b> - объяснять, доказывать и обосновывать свои действия при решении теоретико-числовых задач; – анализировать, обобщать, оценивать и контролировать собственную деятельность и деятельность других при решении теоретико-числовых задач; – выбирать наиболее рациональный способ решения задачи по теории чисел; - решать теоретико-числовые олимпиадные и задачи части 2 Единого государственного экзамена; <b>Владеет:</b>

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- основными понятиями теории чисел, применяемыми при обучении математике в профильной школе;</li> <li>— приемами исследования задачной ситуации;</li> <li>– приемами использования методов научного познания в процессе решения теоретико-числовых задач;</li> <li>– методикой решения теоретико-числовых задач повышенной трудности.</li> </ul>

## 2. Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины	72		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	36		
Аудиторная работа (всего):	36		
в том числе:			
лекции	16		
практические занятия, семинары	20		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме			
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа/контроль групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	36		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	зачет		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1. Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость ОФО (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия	СРС	СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
<b>Семестр 1</b>									
	<b>1. Задачи на делимость</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>18</b>				
1-2	Делимость целых чисел	16	4	4	8				Проверка конспекта, выступление на семинаре.
3-4	Деление с остатком. НОД и НОК. Простые и составные числа	20	4	6	10				Индивидуальное задание
	<b>2 Теория чисел в заданиях ЕГЭ</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>18</b>				
1-2	Теория чисел в заданиях ЕГЭ базового уровня	16	4	4	8				Индивидуальное задание
3-4	Теория чисел в заданиях ЕГЭ профильного уровня	20	4	6	10				Индивидуальное задание
	Промежуточная аттестация								<i>зачет</i>
ИТОГО по семестру		72							

#### 4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы.

Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (6 недель)
Текущая учебная работа в семестре (посещение занятий по расписанию и выполнение заданий).	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (8 занятий).	<b>2 балл</b> - посещение 1 лекционного занятия.	0 - 16
		Практические занятия (семинары) (10 занятий).	<b>2 балл</b> - посещение 1 практического занятия; <b>4 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы (выступление с докладом).	20 - 40
		Индивидуальное задание	<b>10 баллов</b> (пороговое значение); <b>24 баллов</b> (максимальное значение).	20 - 24
<b>Итого по текущей работе в семестре (34 балл – пороговое значение).</b>				40 - 80
Промежуточная аттестация (зачет).	20	Устный ответ.	<b>10 баллов</b> (пороговое значение); <b>20 баллов</b> (максимальное значение).	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету).</b>				20 баллов
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.</b>				

## 5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1. Учебная литература

#### Основная учебная литература

а) основная учебная литература:

1. Бухштаб, А. А. Теория чисел [Текст] : учебное пособие /А. А. Бухштаб. - Изд. 3-е ; стер. - Санкт- Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. - 384 с.
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] : учебное пособие для вузов /И. М. Виноградов. - Изд. 12 -е; стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2009. - 176 с.
3. Данилова Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т.В. Данилова: Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Электронные текстовые данные. – Архангельск: САФУ, 2015. – 104 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368>

б) дополнительная учебная литература:

1. Избранные главы алгебры и теории чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов ИФМИЭО / М. П. Тропин ; Новосиб. гос. пед. ун-т. -

Электронные текстовые данные. - Новосибирск : НГПУ, 2012. - 89 с. - Режим доступа: <http://icdlib.nspu.ru/catalog/details/icdlib/636/>

2. Веселова, Л. В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов; Министерство образования и науки РФ ; ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Электронные текстовые данные. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 107 с.- Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287>

## 5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Избранные главы алгебры	<p><b>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике</b> Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная)</p> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран</p> <p><b>Оборудование:</b> дидактические игры, наборы цифр</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС</b></p>	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 1
-------------------------	--	---

### 5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

#### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. Mathcad-справочник по высшей математике - <http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>
4. Интернет-портал исследовательской деятельности учащихся “Исследователь. Ru” - <http://window.edu.ru/resource/540/39540>

### 6. Иные сведения и (или) материалы.

#### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

- 6-7) Каково наименьшее натуральное  $n$ , при котором  $n!$  делится на 990?
- 6-7) Может ли  $n!$  оканчиваться ровно на 5 нулей?
- 6-7) Подряд записаны числа 1, 2, ..., 2001, 2002. Каких цифр при записи этих чисел использовано больше: двоек или единиц? На сколько больше?
- 6-7) Найти двузначное число, равное сумме его цифр, увеличенной в 6 раз.
- 6-7) Найти все такие двузначные числа  $N$ , что сумма цифр числа  $N$  в пять раз меньше самого числа  $N$ .
- 6-7) Найти все натуральные числа, которые в 12 раз больше суммы своих цифр.
- 7) Доказать, что числа  $27n + 4$  и  $18n + 3$  взаимно простые при любом натуральном  $n$ .
- 7) Найти НОД чисел  $2n + 3$  и  $n + 7$ .
- 7) Доказать, что при любом натуральном  $n$  несократима дробь: а)  $\frac{12n + 1}{30n + 2}$ ; б)  $\frac{14n + 3}{21n + 4}$ .
- 7) Найти все целые  $n$ , при которых  $\frac{19n + 17}{7n + 11}$  — целое число.

7 Доказать, что произведение четырёх последовательных натуральных чисел, сложенное с единицей, есть точный квадрат.

7 Доказать, что если каждое из двух чисел есть сумма квадратов двух целых чисел, то их произведение также есть сумма двух квадратов.

7 Доказать, что при любом натуральном  $n$  число  $\frac{10^n - 1}{81} - \frac{n}{9}$  целое.

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы
<b>5 семестр</b>	
1.1 Задачи на делимость	<p>6-7 а) Доказать, что если сумма двух натуральных чисел равна 770, то их произведение не делится на 770.</p> <p>б) Доказать, что если сумма двух натуральных чисел равна 30 030, то их произведение не делится на 30 030.</p> <p>6-7 Доказать, что если <math>p</math> — простое число и <math>p &gt; 3</math>, то число <math>p^2 - 1</math> делится на 24.</p> <p>6-7 Доказать, что <math>n^3 - 4n</math> делится на 48 при чётном <math>n</math>.</p> <p>6-7 Доказать, что <math>n^6 - n^4 - n^2 + 1</math> делится на 128 при нечётном <math>n</math>.</p>
1.2 Теория чисел в заданиях ЕГЭ	<p>Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.</p> <p>а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90?</p> <p>б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88?</p> <p>в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?</p> <p>Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.</p> <p>а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?</p> <p>б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?</p> <p>в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.</p>

	<p>Найдите трёхзначное натуральное число, большее 400, которое при делении на 6 и на 5 даёт равные ненулевые остатки и первая слева цифра которого является средним арифметическим двух других цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.</p>
--	--

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*