Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

# Рабочая программа дисциплины

## Б1.В.06 Исследование операций

Направление подготовки

**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) подготовки
**«Математика и Физика»**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
*бакалавр*

Форма обучения
*Очная*

Год набора 2019

Новокузнецк 2024

Оглавление

1 Цель дисциплины. ....3

1.1 Формируемые компетенции ....3

1.2 Индикаторы достижения компетенций ....3

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине ....5

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....6

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. ....6

3.1 Учебно-тематический план ....6

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы ....8

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....11

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины ....12

5.1 Учебная литература ....12

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины ....12

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....12

6 Иные сведения и (или) материалы. ....13

6.1. Примерные темы письменных учебных работ ....13

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации ....16

## 1 Цель дисциплины.

**Целью** изучения дисциплины «Исследование операций» является формирование математической компетентности в области применения математических и количественных методов для моделирования систем, анализа их характеристик и принятия оптимальных решений, а также навыков, умений и готовности использования в будущей профессиональной деятельности полученных знаний.
В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция:
**ПК-1** (способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности).

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

| Наименование вида компетенции | Наименование категории (группы) компетенций | Код и название компетенции |
|---|---|---|
| Профессиональная | Профессиональная | **ПК-1**-способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности. |

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|---|---|---|
| ПК-1 (способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности). | ПК.1.1. Применяет специальные научные знания предметной об-ласти в педагогической деятельности по профилю подготовки<br>ПК.1.2. Владеет методами научного исследования в предметной области | Б1.О.11.01 Линейная алгебра<br>Б1.О.11.02 Математический анализ<br>Б1.О.11.03 Геометрия<br>Б1.О.11.04 Основные алгебраические структуры<br>Б1.О.11.05 Теория чисел<br>Б1.О.11.06 Алгебра многочленов<br>Б1.О.11.07 Элементарная математика<br>Б1.О.11.08 Дискретная математика<br>Б1.О.11.09 Теория изображений<br>Б1.О.11.10 Математическая логика<br>Б1.О.11.11 Дифференциальная геометрия |

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|---|---|---|
| | | Б1.О.11.12 Теория вероятностей и математическая статистика<br>Б1.О.11.13 Конструктивные задачи геометрии<br>Б1.О.12 Предметная подготовка по профилю "Физика"<br>Б1.О.12.02 Математические модели физических процессов<br>Б1.О.13 Методика обучения и воспитания по профилю "Математика"<br>Б1.В.01 Математика в историческом развитии<br>Б1.В.02 Решение задач с параметрами<br>Б1.В.03 Исследование операций<br>Б1.В.04 Численные методы<br>Б1.В.05 Математические методы обработки результатов научных исследований<br>Б1.В.07 Оценивание и мониторинг образовательных результатов обучающегося по математике<br>Б1.В.10 Решение задач государственной итоговой аттестации по математике<br>Б1.В.ДВ.01.01 Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин<br>Б1.В.ДВ.01.02 Организация проектной деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин<br>Б2.О.02(У) Проектно-технологическая практика. Учебно-исследовательская и проектная деятельность школьников<br>Б2.О.07(П) Технологическая (проектно-технологическая) практика. Учебно-исследовательская и проектная |

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|---|---|---|
| | | деятельность школьников<br>Б2.О.08(П) Педагогическая практика. Основная школа<br>Б2.О.09(П) Педагогическая практика. Старшая школа<br>Б2.О.10(Пд) Преддипломная практика |

**1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине**

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|---|---|---|
| ПК-1 (способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности). | ПК.1.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической деятельности по профилю подготовки<br>ПК.1.2. Владеет методами научного исследования в предметной области | Знать:<br>- научное содержание и современное состояние предметной области “Исследование операций”, лежащее в основе преподаваемого учебного предмета “Математика”<br>- методы проведения научного исследования в предметной области “Исследование операций”;<br>Уметь:<br>- использовать научные знания предметной области “Исследование операций” в педагогической деятельности по профилю подготовки;<br>- применять научные знания предметной области “Исследование операций” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности;<br>Владеть:<br>- методами научного исследования в области исследования операций;<br>- способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Исследование операций” |

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах | Объём часов по формам обучения | | |
|---|---|---|---|
| | ОФО | ОЗФО | ЗФО |
| 1 Общая трудоемкость дисциплины | 72 | | |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 32 | | |
| Аудиторная работа (всего): | 32 | | |
| в том числе: | | | |
| лекции | 16 | | |
| практические занятия, семинары | 16 | | |
| практикумы | | | |
| лабораторные работы | | | |
| в интерактивной форме | 16 | | |
| в электронной форме | | | |
| Внеаудиторная работа (всего): | 40 | | |
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем | | | |
| подготовка курсовой работы/контактная работа | | | |
| групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем) | | | |
| творческая работа (эссе) | | | |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 40 | | |
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося | зачет | | |

## 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость *(всего час.)* | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| | | | лекц. | практ. | | лекц. | практ. | | |
| **Семестр __7____** | | | | | | | | | |
| I | **Линейное программирование** | **18** | **4** | **4** | **10** | | | | Индивидуальное задание |
| 1 | Исследование операций как наука принятия | 8 | 2 | 2 | 4 | | | | |

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость *(всего час.)* | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| | | | лекц. | практ. | | лекц. | практ. | | |
| **Семестр __7____** | | | | | | | | | |
| | оптимальных решений. Задачи линейного программирования и алгоритмы их решения. | | | | | | | | |
| 2 | Алгоритм симплекс-метода. Двойственные задачи линейного программирования | 10 | 2 | 2 | 6 | | | | |
| II | **Транспортная задача** | **18** | **4** | **4** | **8** | | | | Индивидуальное задание |
| 3 | Закрытая транспортная задача | 8 | 2 | 2 | 4 | | | | |
| 4 | Открытая транспортная задача | 10 | 2 | 2 | 6 | | | | |
| III | **Нелинейное и динамическое программирование** | **18** | **4** | **4** | **10** | | | | Индивидуальное задание |
| 5 | Задачи нелинейного программирования. Геометрическая интерпретация. | 8 | 2 | 2 | 4 | | | | |
| 6 | Задачи динамического программирования. | 10 | 2 | 2 | 6 | | | | |
| IV | **Элементы теории матричных игр и теории систем массового обслуживания** | **18** | **4** | **4** | **10** | | | | Индивидуальное задание |
| 7 | Элементы теории матричных игр | 10 | 2 | 2 | 6 | | | | |
| 8 | Элементы теории систем массового обслуживания. Одноканальные и многоканальные СМО с ожиданием. Обслуживание с отказами, ожиданиями, приоритетами. Оптимизация обслуживания. | 8 | 2 | 2 | 4 | | | | |
| | Промежуточная аттестация - | | | | | | | | зачет |
| ИТОГО по семестру | | 72 | 16 | 16 | 40 | | | | |

### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|---|---|---|
| | **Семестр _7** | |
| *Содержание лекционного курса* | | |
| 1 | **Линейное программирование** | |
| 1.1 | Исследования операций как наука принятия оптимальных решений. Задачи линейного программирования и алгоритмы их решения. | Предмет и задачи исследования операций. Классификация моделей исследования операций. Математические модели: понятие, виды, принципы построения, этапы. Оптимизационные задачи в науке и технике. Примеры типовых задач. Однокритериальная и многокритериальная оптимизация. Построение критерия эффективности. Требования к выбору критерия эффективности. Векторный критерий эффективности. Теория линейного программирования. Алгоритм построения математической модели. Класс задач, приводимых к задаче линейного программирования (ЗЛП). Геометрическая интерпретация задач линейного программирования. |
| 1.2 | Алгоритм симплекс-метода. Двойственные задачи линейного программирования. | Понятие целевой функции и ограничений. Алгебраическая формулировка задачи линейного программирования в общем виде. Свойства решений задач линейного программирования. Алгоритм симплекс-метода. Алгоритм построения двойственных задач. Решение двойственной задачи линейного программирования; нахождение по решению двойственной задачи, решение прямой задачи. Экономическая интерпретация переменных и решений двойственной задачи. |
| 2 | **Транспортная задача** | |
| 2.1 | Закрытая транспортная задача | Нахождение опорного плана поставок транспортной задачи. Критерий оптимальности плана и оценка свободных клеток. Метод потенциалов. |
| 2.2 | Открытая транспортная задача | Открытая транспортная задача. Метод потенциалов. |
| 3 | **Нелинейное и динамическое программирование** | |
| 3.1 | Задачи нелинейного программирования. Геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования. Методы решения задач нелинейного программирования. | Постановка задачи нелинейного программирования в общем виде. Основные понятия. Область допустимых решений. Геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования. Алгоритм решения задач нелинейного программирования методом множителей Лагранжа. Градиентные методы. Метод штрафных функций. |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|---|---|---|
| | Метод множителей Лагранжа. Градиентные методы. | |
| 3.2 | Задачи динамического программирования. | Задачи динамического программирования. Многошаговые задачи принятия решений. Формулировка задачи динамического программирования, примеры (задачи распределения ресурсов, управления запасами, сетевые). Задача о путешествии. Метод динамического программирования. Принцип оптимальности и функция Беллмана. Общая характеристика задач, их экономическая и геометрическая интерпретация. Задача о распределении средств между предприятиями. |
| 4 | **Элементы теории матричных игр и теории систем массового обслуживания** | |
| 4.1 | Элементы теории матричных игр. Игры со смешанными стратегиями. | Основные понятия теории игр. Игры с нулевой суммой. Игры с чистыми стратегиями. Платежная матрица. Максимин, минимакс, решение игры. Игры со смешанными стратегиями. Геометрическая интерпретация решения игры. |
| 4.2 | Элементы теории систем массового обслуживания. Одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания (СМО). Обслуживание с отказами, ожиданиями, приоритетами. Метод имитационного моделирования СМО. | Одноканальные и многоканальные СМО с ожиданием. Обслуживание с преимуществами. Одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания (СМО). Основные понятия и определения. Пуассоновский поток событий. Обслуживание с отказами, ожиданиями, приоритетами. Оптимизация обслуживания. Метод имитационного моделирования СМО. Основные понятия. Алгоритм решения. |
| *Содержание практических занятий* | | |
| 1 | **Линейное программирование** | |
| 1.1 | Исследования операций как наука принятия оптимальных решений. Задачи линейного программирования и алгоритмы их решения. | Математические модели: понятие, виды, принципы построения, этапы. Оптимизационные задачи в науке и технике. Примеры типовых задач. Однокритериальная и многокритериальная оптимизация. Построение критерия эффективности. Требования к выбору критерия эффективности. Векторный критерий эффективности. Геометрическая интерпретация задач линейного программирования. Решение оптимизационных задач в электронных таблицах: задача определения оптимального ассортимента продукции, задача проверки сбалансированности плана, задача о раскрое, задача о смесях. |
| 1.2 | Алгоритм симплекс-метода. Двойственные задачи линейного программирования. | Понятие целевой функции и ограничений. Алгебраическая формулировка задачи линейного программирования в общем виде. Свойства решений задач линейного программирования. Алгоритм симплекс- |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|---|---|---|
| | | метода. Алгоритм построения двойственной задачи. Несимметричные двойственные задачи. Основные теоремы двойственности и их экономическое содержание. |
| 2 | **Транспортная задача** | |
| 2.1 | Закрытая транспортная задача | Экономико-математическая модель транспортной задачи. Нахождение опорного плана поставок транспортной задачи. Критерий оптимальности плана и оценка свободных клеток. Метод потенциалов. |
| 2.2 | Открытая транспортная задача | Открытая транспортная задача. Решение задач на определение оптимального плана перевозок в электронных таблицах. |
| 3 | **Нелинейное и динамическое программирование** | |
| 3.1 | Задачи нелинейного программирования. Геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования. Методы решения задач нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Градиентные методы. | Постановка задачи нелинейного программирования в общем виде. Построение математических моделей. Алгоритм решения задачи нелинейного программирования с помощью геометрической интерпретации. Алгоритм решения задач нелинейного программирования методом множителей Лагранжа. Градиентные методы. Алгоритм метода штрафных функций. |
| 3.2 | Задачи динамического программирования. | Формулировка задачи динамического программирования, примеры (задачи распределения ресурсов, управления запасами, сетевые). Построение математических моделей. Задача о путешествии. Метод динамического программирования. Принцип оптимальности и функция Беллмана. Общая характеристика задач, их экономическая и геометрическая интерпретация. Задача о распределении средств между предприятиями. |
| 4 | **Элементы теории матричных игр и теории систем массового обслуживания** | |
| 4.1 | Элементы теории матричных игр. Игры со смешанными стратегиями. | Основные понятия теории игр. Игры с нулевой суммой. Игры с чистыми стратегиями. Платежная матрица. Максимин, минимакс, решение игры. Игры со смешанными стратегиями. Геометрическая интерпретация решения игры. |
| 4.2 | Элементы теории систем массового обслуживания. Одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания (СМО). Обслуживание с отказами, ожиданиями, приоритетами. | Одноканальные и многоканальные СМО с ожиданием. Обслуживание с преимуществами. Определение типа системы. Одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания (СМО). Основные понятия и определения. Пуассоновский поток событий. Обслуживание с отказами, ожиданиями, приоритетами. Оптимизация обслуживания. Метод имитационного моделирования СМО. Основные понятия. Алгоритм решения. |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|---|---|---|
| | Метод имитационного моделирования СМО. | |
| | Промежуточная аттестация – зачет | |

**4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.**

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| **Учебная работа (виды)** | **Сумма баллов** | **Виды и результаты учебной работы** | **Оценка в аттестации** | **Баллы (17 недель)** |
|---|---|---|---|---|
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | **80** | Лекционные занятия (конспект) (8 занятий) | **1 балл** посещение 1 лекционного занятия | 0 - 8 |
| | | Практические (8 занятий). | **1 балл** - посещение 1 практического занятия<br>**3 балла** – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы, | 8 - 24 |
| | | Индивидуальные задания (4 задания) | **За одно Инд. задание:**<br>**8 балла** (выполнено 51 - 65% заданий)<br>**10 баллов** (выполнено 66 - 85% заданий)<br>**12 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий) | 32-48 |
| **Итого по текущей работе в семестре** | | | | 40 - 80 |
| Промежуточная аттестация (зачет) | 20 | Вопросы к зачету Задачи. | **10 баллов** (пороговое значение)<br>**20 баллов** (максимальное значение) | 10-20 |
| **Итого по промежуточной аттестации (зачету)** | | | | 20 баллов |
| Суммарная оценка по дисциплине:<br>Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации: 50 – 100 б.<br>Набранные баллы переводятся в оценки по следующей шкале:<br>– 51–100 – «зачтено»;<br>– 50 и менее – «не зачтено». | | | | |

## 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Учебная литература

**Основная учебная литература**

1. Математические методы и модели исследования операций : учебник / под ред. В. А. Колемаева. – Электронные текстовые данные. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 592 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114719
2. Ржевский, С. В. Исследование операций [Электронный ресурс] : учебное пособие С. В. Ржевский. — Электронные текстовые данные. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 476 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/32821

**Дополнительная учебная литература**

1. Васин, А. А. Исследование операций [Текст] : учебное пособие для вузов / А. А. Васин, П. С. Краснощеков, В. В. Морозов. - Москва : Академия, 2008. - 464 с.
2. Вентцель, Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - 5-е изд. ; стер. - Москва : КноРус , 2010. - 191 с.
3. Горлач, Б. А. Исследование операций [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Электронные текстовые данные. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 442 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/4865

### 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

| | | |
|---|---|---|
| Исследование операций | 207 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации<br>Специализированная (учебная) мебель: доска мел-маркер, столы, стулья<br>Оборудование для презентации учебного материала: компьютер с монитором, проектор, экран, акустическая система<br>Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).<br>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС | 654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 2 |

### 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

**Перечень СПБД и ИСС по дисциплине**

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.

**6 Иные сведения и (или) материалы.**

**6.1. Примерные темы письменных учебных работ**

**Темы индивидуальных заданий**

1. **Индивидуальное задание №1: Линейное программирование.**

***Темы:***

1.1 Формы записи задачи линейного программирования.
1.2 Графический метод решения задачи линейного программирования.
1.3 Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.
1.4 Двойственная задача линейного программирования.

**Вариант (образец):**

Задание 1.

Используя геометрическую интерпретацию, найдите решения задачи.

Для производства изделий $П_1$ и $П_2$ фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в следующей таблице:

| Ресурсы | Нормы затрат ресурсов на одно изделие | | Общее количество ресурсов |
|---|---|---|---|
| | $П_1$ | $П_2$ | |
| Ресурс I вида<br>Ресурс II вида | 0,2<br>0,1 | 0,1<br>0,3 | 40<br>60 |
| Трудоемкость (человеко-ч) | 1,2 | 1,5 | 371,4 |
| Прибыль от реализации одного изделия (руб.) | 600 | 800 | |

Определить, сколько изделий $П_1$ и $П_2$ следует изготовлять фабрике, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Задание 2.

Цех выпускает три вида изделия. Производственные возможности цеха характеризуются данными, представленными в таблицах. Составить план производства продукции, обеспечивающий максимальный доход от реализации изделий.

Используя исходные данные и условия задачи, необходимо:

1. построить математическую модель задачи;
2. решить полученную задачу симплексным методом;
3. составить к ней двойственную задачу;
4. по симплекс-таблице найти решение исходной и двойственной задач;
5. провести экономический анализ полученного решения, используя экономический смысл и свойства двойственных оценок:
   а) определить влияние изменения единицы каждого из имеющихся видов ресурсов на величину целевой функции в оптимальном плане;
   б) дефицитные и недефицитные ресурсы, остаток недефицитных ресурсов;
   в) рентабельную и нерентабельную продукцию.

| Наименование ресурсов | Расход ресурсов на производство одного изделия | | | Объем ресурсов |
|---|---|---|---|---|
| | 1 вида | 2 вида | 3 вида | |
| Оборудование | 2 | 3 | 4 | 780 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (станко/час) | | | | |
| Сырье (тонн) | 1 | 4 | 5 | 850 |
| Электроэнергия (кВт-час) | 3 | 4 | 2 | 790 |
| Труд (чел.-час) | 3 | 2 | 5 | 910 |
| Цена одного изделия (руб) | 18 | 9 | 7 | |

2. **Индивидуальное задание №2: Транспортная задача.**
   Темы:
   2.1 Постановка задачи и ее математическая модель.
   2.2 Построение опорного плана поставок транспортной задачи.
   2.3 Критерий оптимальности плана. Метод потенциалов.
   2.4 Открытая модель транспортной задачи.

**Вариант (образец):**

Задание 1.

Решить закрытую транспортную задачу.

$a_i$ =(60, 50, 40), $b_j$ =(20, 30, 40, 60), $C_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 2.

Решить открытую транспортную задачу.

$a_i$ =(80, 40, 20), $b_j$ =(20, 30, 30, 10), $C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

3. **Индивидуальное задание №3: Нелинейное и динамическое программирование.**
   Темы:
   3.1 Общая постановка задачи нелинейного программирования.
   3.2 Графический метод решения задачи нелинейного программирования.
   3.3 Метод множителей Лагранжа.
   3.4 Постановка задачи динамического программирования.
   3.5 Решение задач методом динамического программирования.

**Вариант (образец):**

Задание 1.

Решить графическим методом задачу нелинейного программирования.

$$f = 2x_1 - 0{,}2x_1^2 + 3x_2 - 0{,}2x_2^2 \to \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 13, \\ 2x_1 + x_2 \le 10; \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$$

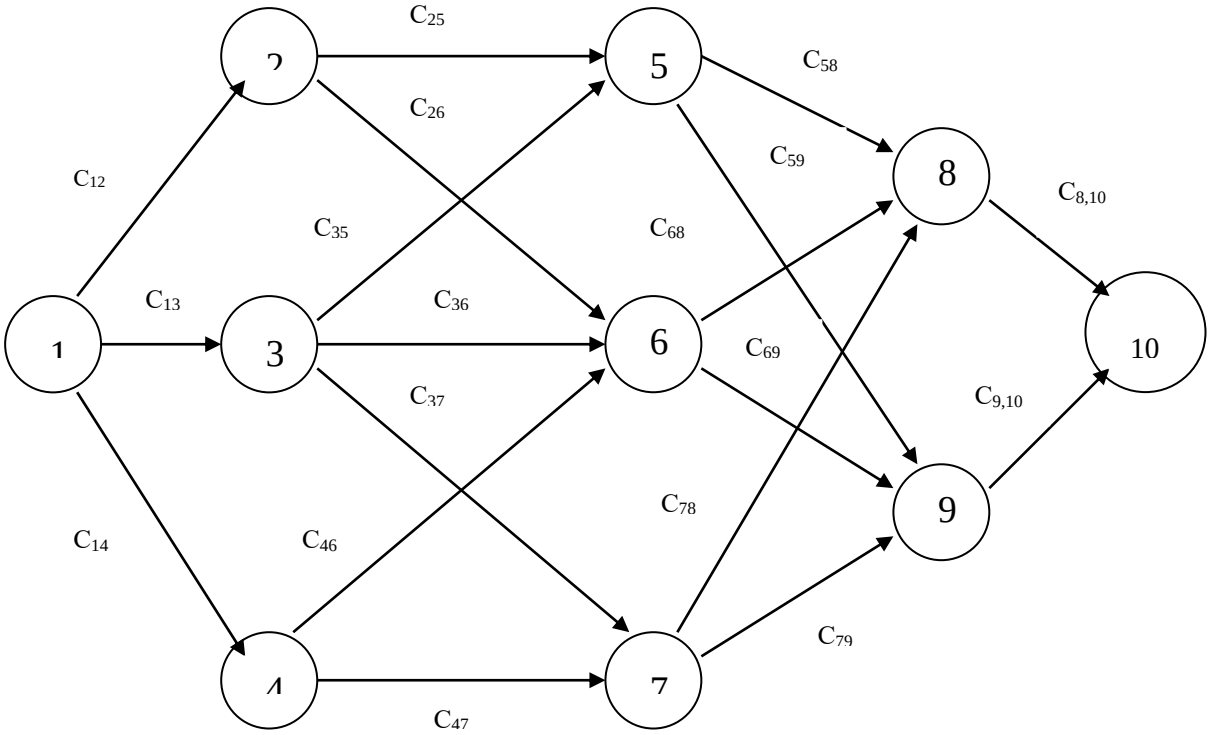
Задание 2.

Найти условные экстремумы функции, используя метод множителей Лагранжа.

$$f = 6 - 4x_1 - 3x_2, \quad \textit{если} \quad x_1^2 + x_2^2 = 1$$

Задание 3.

В транспортной сети имеется несколько маршрутов, по которым можно доставлять груз из пункта 1 в пункт 10. Стоимость проезда $C_{ij}$ между отдельными пунктами транспортной сети представлена в соответствующей таблице. Требуется определить оптимальный маршрут проезда из пункта 1 в пункт 10 с минимальными транспортными расходами.




| $C_{12}$ | $C_{13}$ | $C_{14}$ | $C_{25}$ | $C_{26}$ | $C_{35}$ | $C_{36}$ | $C_{37}$ | $C_{46}$ | $C_{47}$ | $C_{58}$ | $C_{59}$ | $C_{68}$ | $C_{69}$ | $C_{78}$ | $C_{79}$ | $C_{8,10}$ | $C_{9,10}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 3 | 5 | 2 | 7 | 9 | 3 | 1 | 8 | 4 | 5 | 2 | 6 | 1 | 9 | 4 | 3 | 8 |

Задание 4.

Имеются три предприятия, между которыми необходимо распределить 100 тыс. условных единиц средств. Значения прироста выпуска продукции на предприятиях в зависимости от выделенных средств X представлены в таблице. Составить оптимальный план распределения средств, позволяющий максимизировать общий прирост выпуска продукции.

| **X** | **$f_1(x)$** | **$f_2(x)$** | **$f_3(x)$** |
|---|---|---|---|
| **20** | 9 | 11 | 16 |
| **40** | 18 | 19 | 32 |
| **60** | 24 | 30 | 40 |
| **80** | 38 | 44 | 57 |
| **100** | 50 | 59 | 70 |

4. **Индивидуальное задание №4: Элементы теории матричных игр и теории систем массового обслуживания.**

Темы:

4.1 Основные понятия теории матричных игр.
4.2 Решение игры в смешанных стратегиях.
4.3 Графический метод решения матричных игр.
4.4 Основные понятия теории систем массового обслуживания.
4.5 Типы систем массового обслуживания и основные характеристики их работы.

**Вариант (образец):**

Задание 1.

Определите верхнюю и нижнюю цены игры и, если это возможно, то и седловую точку.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \\ -2 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Задание 2.

Найти решение игры, заданной матрицей с использованием геометрической интерпретации. Для проверки геометрического решения провести алгебраические расчеты и сравнить результаты.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Задание 3.

Определить тип СМО (системы массового обслуживания) и найти требуемые параметры.

Сортировочный центр, на который подается поток составов с интенсивностью $\lambda=2$ состава/ч., представляет собой одноканальную СМО с неограниченной очередью. Среднее время обслуживания состава $t_{обсл.}=20$ мин. Найти среднее число составов в СМО, среднее число составов в очереди, среднее время пребывания состава в СМО, среднее время пребывания состава в очереди.

## 6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

**Таблица 8 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену**

| **Разделы и темы** | **Примерные теоретические вопросы** | **Примерные практические задачи** |
|---|---|---|
| 9 семестр | | |
| **1. Линейное программирование** | | |
| 1.1 Исследование операций как наука принятия оптимальных решений. | 1.Общая задача линейного программирования.<br>2.Допустимый и оптимальный план задачи линейного программирования. | 1.Построить математическую модель задачи.<br>Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 усл.ед., жиров не менее 70 и витаминов не менее 10 усл.ед. Содержание их в продуктах $П_1$ и $П_2$ |

| | | |
|---|---|---|
| | | равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1). Стоимость 1 ед. продукта $П_1$ – 2 ден.ед., $П_2$ – 3 ден.ед. Требуется так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ. |
| 1.2 Задачи линейного программирования и алгоритмы их решения. | 3.Формы записи задачи линейного программирования.<br>4.Геометрическая интерпретация задач линейного программирования. | 2.Используя геометрическую интерпретацию, найдите решения задачи.<br>На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 20 тыс. руб. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей 72 $м^2$. Предприятие может заказать оборудование двух видов: более мощные машины типа А стоимостью 5 тыс. руб., требующие производственную площадь 6 $м^2$ (с учетом проходов) и дающие 8 тыс. единиц продукции за смену, и менее мощные машины типа Б стоимостью 2 тыс. руб., занимающие площадь 12 $м^2$ и дающие за смену 3 тыс. единиц продукции. Найти оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий максимум общей производительности нового участка. |
| 1.3 Алгоритм симплекс-метода. | 5.Симплекс-метод решения задач линейного программирования. | 3.Решить задачу симплекс-методом.<br>При производстве продукции $П_1$ и $П_2$ используют 4 группы оборудования А, В, С и Д. На выпуск единицы продукции $П_1$ расходуется в единицу времени 1; 0,5; 2 и 0 ед. оборудования А, В, С и Д соответственно, а единицы продукции $П_2$ – 1; 1; 0 и 2 ед. оборудования. Фонд рабочего времени группы А – 18, В – 12, С – 24 и Д – 18 ед. времени. Предприятие реализует единицу продукции $П_1$ по цене 40 ден. ед., $П_2$ – 60 ден. ед. Найти план выпуска продукции, при котором выручка предприятия будет максимальной. |

| | | |
|---|---|---|
| 1.4 Двойственные задачи линейного программирования. | 6.Правила построения двойственных задач.<br>7.Экономическая интерпретация двойственных задач.<br>8.Взаимосвязь решений прямой и двойственной задач | 4.Построить математическую модель задачи. Составить к ней двойственную задачу.<br>Завод производит два вида продукции: А и Б. При этом цех по сборке продукции А имеет мощность 100 тыс. штук в год, цех по сборке продукции Б – 30 тыс. Механические цеха завода оснащены взаимозаменяемым оборудованием, и одна группа цехов может производить либо детали для 120 тыс. продукции А, либо детали для 40 тыс. продукции Б, либо любую комбинацию деталей, ограниченную этими данными. Другая группа механических цехов может выпускать детали либо для 80 тыс. продукции А, либо для 60 тыс. продукции Б, либо любую допустимую их комбинацию. В результате реализации каждой тысячи продукции А завод получает прибыль в 2 тыс., а каждой тысячи продукции Б – 3 тыс.руб. Найти такое сочетание выпусков продукции, которое дает наибольшую сумму прибыли. |
| **2. Транспортная задача** | | |
| 2.1 Закрытая транспортная задача | 9.Постановка транспортной задачи и ее математическая модель.<br>10.Методы нахождения опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимального элемента.<br>11.Метод потенциалов решения транспортной задачи. | 5.Решить закрытую транспортную задачу.<br>$a_i$ =(60, 80, 100), $b_j$ =(40, 60, 80, 60),<br>$C_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 5 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. |
| 2.2 Открытая транспортная задача | 12.Несбалансированная транспортная задача. | 6.Решить открытую транспортную задачу.<br>$a_i$ =(10, 15, 25), $b_j$ =(5, 10, 10, 15),<br>$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$. |
| **3. Нелинейное и динамическое программирование.** | | |
| 3.1 Задачи нелинейного программирования. Геометрическая интерпретация. | 13.Геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования. | Решить графическим методом задачу нелинейного программирования.<br>$f = 2x_1 - 0{,}2x_1^2 + 3x_2 - 0{,}2x_2^2 \to \max$ |

<table>
<tr><td></td><td></td><td>$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 13, \\ 2x_1 + x_2 \le 10; \end{cases}$<br>$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$</td></tr>
<tr><td>3.2 Методы решения задач нелинейного программирования.</td><td>14.Метод множителей Лагранжа.</td><td>7.Найти условные экстремумы функции, используя метод множителей Лагранжа.<br>$f = x_1 \cdot x_2, \quad если \quad x_1 + x_2 = 1$</td></tr>
<tr><td>3.3 Задачи динамического программирования.</td><td>15.Динамическое программирование.<br>16.Решение задачи о выборе оптимального маршрута в транспортной сети.<br>17.Решение задачи о распределении средств между предприятиями.</td><td>8.Имеются три предприятия, между которыми необходимо распределить 100 тыс. условных единиц средств. Значения прироста выпуска продукции на предприятиях в зависимости от выделенных средств X представлены в таблице. Составить оптимальный план распределения средств, позволяющий максимизировать общий прирост выпуска продукции.
<table>
<tr><th>X</th><th>$f_1(x)$</th><th>$f_2(x)$</th><th>$f_3(x)$</th></tr>
<tr><td>20</td><td>9</td><td>11</td><td>16</td></tr>
<tr><td>40</td><td>18</td><td>19</td><td>32</td></tr>
<tr><td>60</td><td>24</td><td>30</td><td>40</td></tr>
<tr><td>80</td><td>38</td><td>44</td><td>57</td></tr>
<tr><td>100</td><td>50</td><td>59</td><td>70</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td colspan="3">4. Элементы теории матричных игр и теории систем массового обслуживания</td></tr>
<tr><td>4.1 Элементы теории матричных игр</td><td>18.Основные понятия теории матричных игр.<br>19.Игры в чистых и смешанных стратегиях.<br>20.Геометрическая интерпретация матричной игры.</td><td>9.Определите верхнюю и нижнюю цены игры и, если это возможно, то и седловую точку.<br>$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \\ -2 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$</td></tr>
<tr><td>4.2 Элементы теории систем массового обслуживания. Одноканальные и многоканальные СМО с ожиданием.</td><td>21.Модели систем и задачи массового обслуживания.<br>22.Одноканальная система массового обслуживания с отказами.<br>23.Многоканальная система массового обслуживания с отказами.</td><td>Определить тип СМО (системы массового обслуживания) и найти требуемые параметры.<br>В результате наблюдений установлено, что интенсивность телефонных звонков диспетчеру, имеющих характер простейших пуассоновских потоков, составляет 1,1 вызовов в минуту, средняя продолжительность разговора (обслуживание клиента) составляет 2,3 мин. Определить характеристики работы</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| | | диспетчера, а также количество обслуженных и необслуженных клиентов за 1 час работы. Сравнить фактическую пропускную способность с номинальной (когда каждый клиент обслуживается 2,5 мин.). |
| 4.3 Обслуживание с отказами, ожиданиями, приоритетами. Оптимизация обслуживания. | 24.Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием и ограничением на длину очереди.<br>25.Одноканальная система массового обслуживания с ожиданием и ограничением на длину очереди.<br>26.Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием и неограниченной очередью.<br>27.Одноканальная система массового обслуживания с ожиданием и неограниченной очередью. | 10.Определить тип СМО (системы массового обслуживания) и найти требуемые параметры.<br>Имеется двухканальная СМО с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda$=4 заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки $t_{обсл.}$=0,8 ч. Каждая обслуженная заявка приносит доход С=120 руб. Содержание каждого канала обходится в 80 руб/ч. Выгодно ли в экономическом отношении увеличить число каналов СМО до трех? |

Составитель (и): Фомина А.В., доцент каф. МФММ

(*фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей)*)