Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.11.08 Дискретная математика

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Физика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2021

Новокузнецк 2024

Оглавление

1 Цель дисциплины 3
1.1 Формируемые компетенции 3
1.2 Индикаторы достижения компетенций 3
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине 4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. 5
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 5
3.1 Учебно-тематический план 6
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы 7
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. 11
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины 12
5.1 Учебная литература 12
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины 13
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 13
6 Иные сведения и (или) материалы. 14
6.1. Примерные темы письменных учебных работ 14

1 Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является формирование системы фундаментальных знаний о понятиях и методах дискретной математики; приобретение практических умений и навыков, необходимых для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция

ПК-1 (Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Профессиональная		**ПК-1** способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ПК-1 способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности	ПК 1.4 Демонстрирует владение специальными научными знаниями в предметной области “Математика”, позволяющими осуществлять образовательный процесс в данной предметной области в системе основного и среднего общего образования	Б1.О.10.01 Линейная алгебра Б1.О.10.02 Математический анализ Б1.О.10.03 Геометрия Б1.О.10.04 Теория чисел Б1.О.10.05 Алгебра многочленов Б1.О.10.06 Элементарная математика Б1.О.10.07 Дискретная математика Б1.О.10.08 Теория изображений Б1.О.10.09 Математическая логика Б1.О.10.10 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.11.02 Математические модели физических процессов Б1.О.12 Методика обучения и воспитания по профилю "Математика" Б1.В.03 Оценивание и мониторинг образовательных результатов обучающегося по математике Б1.В.05 Численные методы Б1.В.07 Решение задач государственной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
		итоговой аттестации по математике Б1.В.09 Математические методы обработки результатов научных исследований Б1.В.ДВ.01.01 Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б1.В.ДВ.01.02 Организация проектной деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1 (способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности)	ПК 1.4 Использует специальные научные знания для реализации образовательного процесса по математике в системе общего образования	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области “Дискретная математика”, лежащее в основе преподаваемого учебного предмета “Математика” - методы проведения научного исследования в предметной области “Дискретная математика”; Уметь: - использовать научные знания предметной области “Дискретная математика” в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области “Дискретная математика” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области дискретной математики; - способами получения информации о современном состоянии научных

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
		исследований в предметной области “Дискретная математика”

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	108		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	48		
Аудиторная работа (всего):	36		
в том числе:			
лекции	12		
практические занятия, семинары	24		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	20		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	72		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	8 семестр – зачет		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 8									
	1. Теория множеств и отношений								
1	1.1 Множества. Способы задания. Операции над множествами. Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	14	2	4	8				Контрольная работа № 1
	2. Элементы математической логики								
2	2.1 Высказывания. Основные операции над высказываниями. Основные равносильности и законы алгебры логики. Нормальные формы. Предикаты. Кванторы	14	2	4	8				Контрольная работа № 2
	3. Конечные суммы и рекуррентные соотношения								
3	3.1 Рекуррентные соотношения	11	1	2	8				Контрольная работа № 3
4	3.2 Исчисление и оценка конечных сумм. Введение в асимптотические методы	11	1	2	8				Контрольная работа № 3
	4. Комбинаторика								
5	4.1 Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики	11	1	2	8				Контрольная работа № 4
6	4.2 Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты	9	1	2	6				Контрольная работа № 4
	5. Теория графов								
7	5.1 Определения графов. Элементы графов	9	1	2	6				Контрольная работа № 5
8	5.2 Виды графов и операции над графами. Способы зада-	9	1	2	6				Контрольная работа № 5

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
	ния графов.								
9	5.3 Операции над графами. Компоненты связности графов.	9	1	2	6				Контрольная работа № 5
10	5.4 Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и леса. Раскраска графов	11	1	2	8				Контрольная работа № 5
	Промежуточная аттестация – *зачет*								зачет
	ВСЕГО	108	12	24	72				

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 8	
Содержание лекционного курса		
1	***Теория множеств и отношений***	
1.1	Множества. Способы задания. Операции над множествами	Понятие множества. Основные определения. Способы задания: перечисление элементов, характеристическое свойство. Конечные множества. Основные операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, разность. Декартово произведение. Декартова степень. Диаграммы Эйлера-Венна.
1.2	Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	Бинарные отношения и их свойства. Эквивалентности и разбиения множества, фактор-множество. Отношения порядка.
2	***Элементы математической логики***	
2.1	Высказывания. Основные операции над высказываниями. Основные равносильности и законы алгебры логики	Понятие высказывания. Основные логические операции над высказываниями (дизъюнкция (логическое сложение), конъюнкция (логическое умножение), импликация, эквиваленция, отрицание). Понятие формулы логики. Таблица истинности и методика ее построения. Тождественно истинные формулы, тождественно ложные формулы. Равносильные формулы. Законы логики. Методика упрощения формул логики с помощью равносильных

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		преобразований.
2.2	Нормальные формы. Предикаты. Кванторы	Понятие элементарной конъюнкции (элементарного произведения); понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ). Методика построения таблицы истинности для ДНФ упрощенным методом. Понятие элементарной дизъюнкции (элементарной суммы), понятие конъюнктивной нормальной формы (КНФ). Понятие совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ). Понятие конъюнктивной нормальной формы (СКНФ). Понятие предиката: теоретико-множественный и логический подходы. Область определения и область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные. Логический вывод. Классификация формул алгебры предикатов. Тавтология алгебры предикатов. Приведенная форма для алгебры предикатов. Исчисление предикатов. Модели исчисления предикатов. Формализация предложений с помощью логики предикатов.
3	***Конечные суммы и рекуррентные соотношения***	
3.1	Рекуррентные соотношения	Рекуррентные соотношения. Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Неоднородное линейное рекуррентное соотношение. Способы решения рекуррентных соотношений.
3.2	Исчисление о оценка конечных сумм. Введение в асимптотические методы	Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Методы нахождения оценок сумм. Символы ~, o, O. Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений.
4	***Комбинаторика***	
4.1	Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики	Принцип метода математической индукции. Некоторые разновидности (модификации) метода математической индукции. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения. Размещения, перестановки, сочетания без повторений и с повторениями. Основные определения и вывод формул.
4.2	Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты	Формула Бинома Ньютона . Биномиальные коэффициенты. Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Некоторые применения бинома Ньютона. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты. Применение полиномиальной формулы.
5	***Теория графов***	
5.1	Определения графов. Элементы графов	История теории графов. Прикладные задачи: задача о Кёнигсбергских мостах; задача о трёх домах и трёх колод-

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		цах; задача о четырёх красках. Основное определение. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. Изоморфизм графов. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр.
5.2	Виды графов и операции над графами. Способы задания графов	Виды графов: тривиальный, полный, клика. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети. Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. Списки смежности. Массив дуг. Обходы графов.
5.3	Операции над графами. Компоненты связности графов	Основные операции над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа, объединение графов, пересечение графов, соединение графов. Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности.
5.4	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и леса. Раскраска графов	Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Эйлеровость графа. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра. Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. Хроматическое число. Хроматическое число графа и его дополнения. Точный алгоритм раскрашивания. Приближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках.
Содержание практических занятий		
1	***Теория множеств и отношений***	
1.1	Множества. Способы задания. Операции над множествами	Применение аппарата теории множеств к решению содержательных задач. Решение разноуровневых заданий и задач. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна. Решение разноуровневых заданий и задач.
1.2	Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	Исследование бинарных отношений на свойства. Решение разноуровневых заданий и задач.
2	***Элементы математической логики***	
2.1	Высказывания. Основные операции над высказываниями. Основные равносильности и законы алгебры логики	Понятие высказывания. Основные логические операции над высказываниями (дизъюнкция (логическое сложение), конъюнкция (логическое умножение), импликация, эквиваленция, отрицание). Понятие формулы логики.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		Таблица истинности и методика ее построения. Тождественно истинные формулы, тождественно ложные формулы. Равносильные формулы. Законы логики. Методика упрощения формул логики с помощью равносильных преобразований.
2.2	Нормальные формы. Предикаты. Кванторы	Понятие элементарной конъюнкции (элементарного произведения); понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ). Методика построения таблицы истинности для ДНФ упрощенным методом. Понятие элементарной дизъюнкции (элементарной суммы), понятие конъюнктивной нормальной формы (КНФ). Понятие совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ). Понятие конъюнктивной нормальной формы (СКНФ). Понятие предиката: теоретико-множественный и логический подходы. Область определения и область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные. Логический вывод. Классификация формул алгебры предикатов. Тавтология алгебры предикатов. Приведенная форма для алгебры предикатов. Исчисление предикатов. Модели исчисления предикатов. Формализация предложений с помощью логики предикатов.
3	***Конечные суммы и рекуррентные соотношения***	
3.1	Рекуррентные соотношения	Рекуррентные соотношения. Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Неоднородное линейное рекуррентное соотношение. Способы решения рекуррентных соотношений.
3.2	Исчисление о оценка конечных сумм. Введение в асимптотические методы	Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Методы нахождения оценок сумм. Символы ~, o, O. Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений.
4	***Комбинаторика***	
4.1	Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики	Принцип метода математической индукции. Некоторые разновидности (модификации) метода математической индукции. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения. Размещения, перестановки, сочетания без повторений и с повторениями. Основные определения и вывод формул.
4.2	Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты	Формула Бинома Ньютона . Биномиальные коэффициенты. Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Некоторые применения бинома Ньютона. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты. Применение полиномиальной фор-

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		мулы.
5	***Теория графов***	
5.1	Определения графов. Элементы графов	История теории графов. Прикладные задачи: задача о Кёнигсбергских мостах; задача о трёх домах и трёх колодцах; задача о четырёх красках. Основное определение. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. Изоморфизм графов. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр.
5.2	Виды графов и операции над графами. Способы задания графов	Виды графов: тривиальный, полный, клика. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети. Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. Списки смежности. Массив дуг. Обходы графов.
5.3	Операции над графами. Компоненты связности графов	Основные операции над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа, объединение графов, пересечение графов, соединение графов. Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности.
5.4	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и леса. Раскраска графов	Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Эйлеровость графа. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра. Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. Хроматическое число. Хроматическое число графа и его дополнения. Точный алгоритм раскрашивания. Приближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках.
	Промежуточная аттестация - *зачет*	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
8 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	**80**	Лекционные занятия (конспект) (6 занятий)	**2 балла -** посещение 1 лекционного занятия	0 – 12
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (12 занятия).	**1 балл** - посещение 1 практического занятия **2 балла** – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	0 - 43
		Контрольные работы (5 работ)	**За одну КР:** **от 0 до 2 баллов** (выполнено менее 51% заданий) **3 балла** (выполнено 51-67% заданий) **4 балла** (выполнено 68 - 84% заданий) **5 баллов** (выполнено 85 - 100% заданий)	0 - 25
Итого по текущей работе в семестре (4**1 балл** – пороговое значение)				**0 – 80**
Промежуточная аттестация (зачет)	**20**	Устный опрос	**10 баллов** (пороговое значение) **20 баллов** (максимальное значение)	10-20
Итого по промежуточной аттестации (зачету)				**10 – 20**
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации **51 – 100 баллов**				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 193 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-07065-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/432994.

Дополнительная учебная литература

1. Асеев Г. Г. Дискретная математика [Текст] : учебное пособие для вузов / Г. Г. Асеев, О. М. Абрамов, Д. Э. Ситников. - Ростов-на-Дону [и др.] : Феникс [и др.], 2003. - 143 с. (35 экз.)
2. Тишин В. В. Дискретная математика в примерах и задачах [Текст] : учебное пособие для вузов / В. В. Тишин. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2008. - 337 с. (15 экз.)

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Дискретная математика	207 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска мел-маркер, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: компьютер с монитором, проектор, экран, акустическая система Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 2

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/

2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа № 1

Теория множеств и отношений

Вариант (образец)

1. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9,10\}$.
Найти $A\bigcup B$, $A\bigcap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A\Delta B$.
2. Найти множество всех подмножеств множества $A = \{1, 2, 3\}$.
3. Для данных множеств $A = [2, 8]$ и $B = (5, 9)$ найти
$A\bigcup B$, $A\bigcap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A\Delta B$. Изобразить все множества.
4. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверить, равны ли множества
$A\bigcup(B \bigcap C)$ и $(A\bigcup B)\bigcap C$.
5. Пусть универсальным множеством является множество точек плоскости. Требуется изобразить множества:
$A = \{(x, y) / x + y \le 1, x, y\in R\}$ 2 2 , $B = \{(x, y) / x + (y - 1) \le 1, x, y\in R\}$ 2 2 ,
$A\bigcup B$, $A\bigcap B$, $A\bigcap B$, $(A \setminus B)\bigcup(B \setminus A)$.
6. Пусть имеется универсальное множество U . Бинарное отношение ρ задано следующим образом: $\rho = \{(A,B) / A = B, A,B \subseteq U\}$. Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли данное отношение отношением эквивалентности, отношением порядка?

Контрольная работа № 2

Элементы математической логики

Вариант (образец)

1. Найти истинностное значение формул:
а) (5 <10) ИЛИ (4 - простое число)
б) (10⋮5) И (4 – нечетное число)
в) ЕСЛИ (2 – простое число), ТО (2⋮3)
г) (2 = 3) ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА (1≤10)
2. Построить таблицу истинности составного высказывания

$F = ((A \leftrightarrow B) \vee C) \wedge (A \rightarrow C)$

3. Следующие высказывания могут быть интерпретированы как составные. Указать элементарные высказывания их составляющие, написать формулы данных высказываний и построить таблицы истинности. Указать, какие из высказываний равносильны.

1) F : A неверно сделал расчет или если B решил задачу правильно, то и C сделал это без ошибок.

2) F : Если A правильно решил задачу, то либо B ошибся, либо C сделал ее верно.

3) F : Либо A неверно решил задачу, либо B решил ее верно в том и только в том случае, если C решил ее верно.

4. Указать множество наборов, удовлетворяющих уравнению:

$F = ((A \wedge B) \rightarrow (B \wedge C)) \vee A \vee B \vee C = Л$

5. Изобразить множества истинности предикатов

а) $P(x) : x + 3 = 4, x \in R$

б) $Q(x, y) : 2x + 3y \geq 5, x, y \in R$

в) $E(x, y) : 0\ 2\ 2\ x + y >, x, y \in R$

г) $H(x, y, z) : x + y \leq z\ 2\ 2, x, y, z \in R$

Контрольная работа № 3

Конечные суммы и рекуррентные соотношения

Вариант (образец)

1. Решить рекуррентное уравнение.

1) $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, a_1 = 13, a_2 = 29;$ 2) $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n, a_1 = 10, a_2 = 24;$

2. Найти сумму, используя метод приведения $S_n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k (2k + 3)$.

3. Используя метод суммирующего множителя, решить рекуррентное соотношение $D_n = 3D_{n-1} + 2, D_0 = 0\ (n \geq 1)$.

4. Найти производящую функцию следующей последовательности $\{3(n - 4) + 5^{n+2}\}$.

5. Найти общий член a_n последовательности, для которой функция $f_a(x)$ является производящей $f_a(x) = \int_0^x e^{-t} dt$.

Контрольная работа № 4

Комбинаторика

Вариант (образец)

1. В отделе научно-исследовательского института работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык, 6 человек знают английский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают английский

и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Сколько знают только один язык?

2. Решить уравнение $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^{3} = 7(x-1)$;

3. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?

4. Сколько “слов” можно получить, переставляя буквы слова “парабола”?

В классе обучаются 42 ученика. Из них 16 участвуют в секции по легкой атлетике, 24- в футбольной секции, 15 – в шахматной секции, 11 – и в секции по легкой атлетике и в футбольной, 8 – и в легкоатлетической, и в шахматной, 12 – и в футбольной и в шахматной, а 6 – во всех трех секциях. Остальные школьники увлекаются только туризмом. Сколько школьников являются туристами?

5. При каком значении *x* четвертое слагаемое разложения $\left(\sqrt{2^{x-1}} + \sqrt[3]{2^{-x}}\right)^{m}$ в 20 раз больше *m*, если биномиальный коэффициент четвертого слагаемого относится к биномиальному коэффициенту второго слагаемого как 5:1?

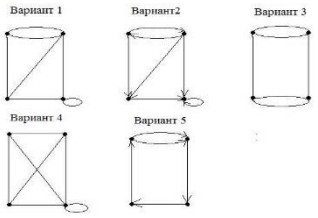
6. Раскрыть скобки в выражении $(x+y+z)^5$.

Контрольная работа № 5

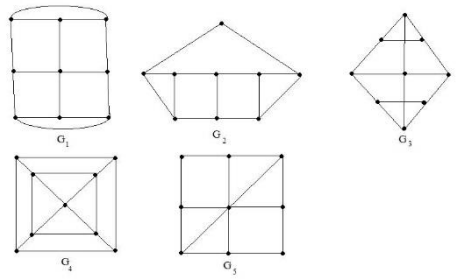
Теория графов

Вариант (образец)

1. Задать граф множествами вершин и ребер, матрицами инцидентности, смежности, списком ребер. Найти степени вершин графа.

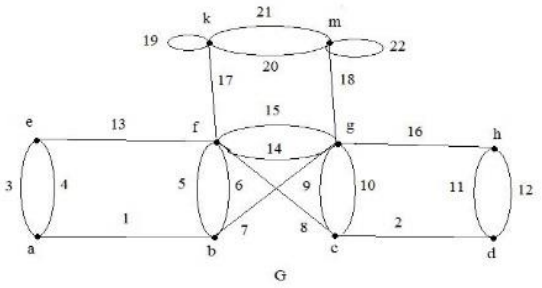


2. Задать граф матрицей смежности

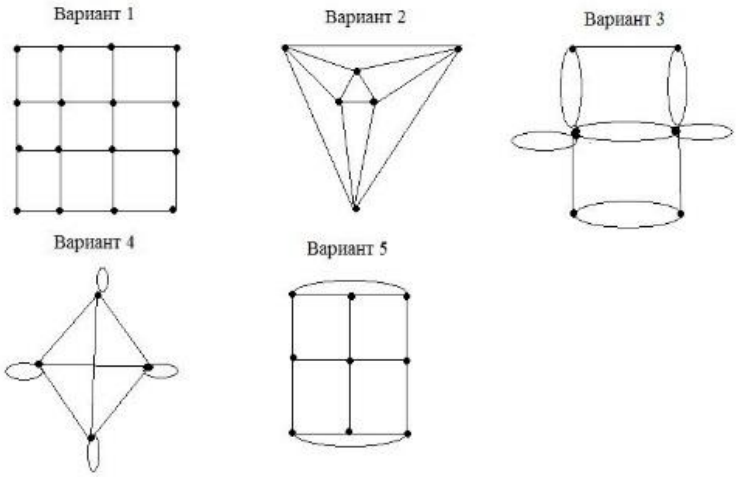


3. Определить, является ли следующая часть H_i графа G подграфом, суграфом, покрывающим суграфом. Найти $\overline{H_i}(i=\overline{1,10})$.

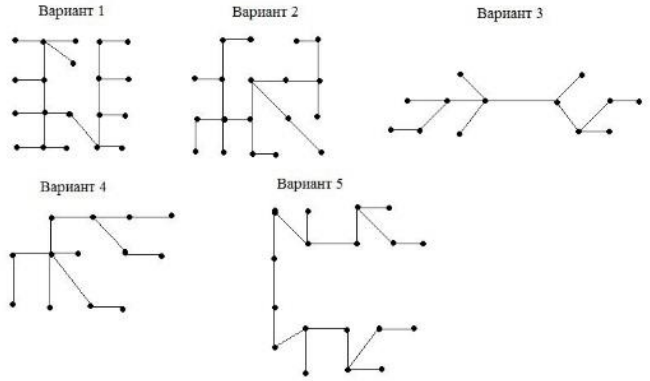
$V(H_1)=\{a,b,e,f\}, E(H_1)=\{1,3,4,6\}$;



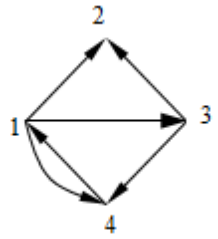
4. Имеет ли граф эйлеров цикл (цепь)? Каковы расстояния между вершинами? Какие вершины являются центрами? Найти радиус графа.



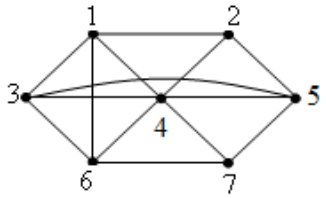
5. Сколько вершин максимального типа имеется в графе? Каково цикломатическое число графа? Каково хроматическое число графа?



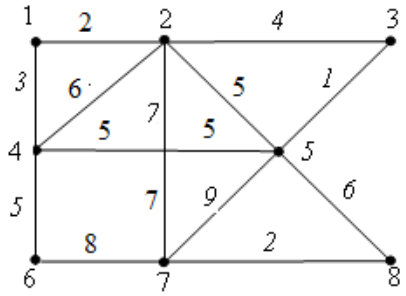
6. С помощью матрицы смежности найти компоненты сильной связности орграфа



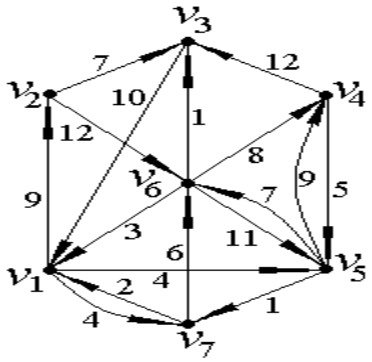
7. Найти эйлерову цепь.



8. Найти минимальное оставное дерево



9. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершину 1.



6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

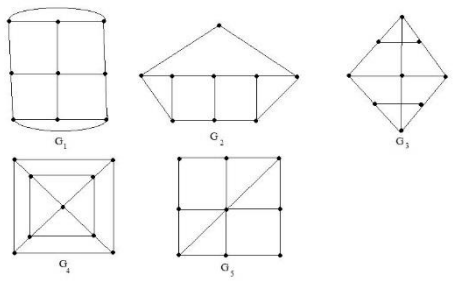
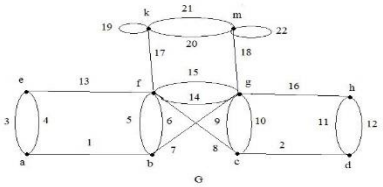
Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

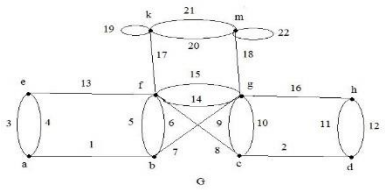
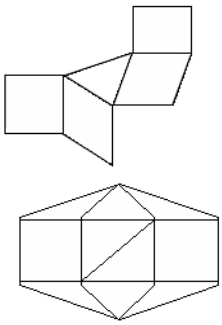
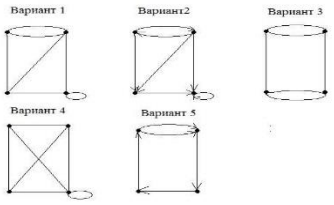
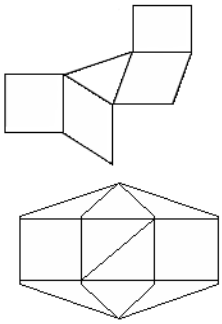
Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
8 семестр		
1. Теория множеств и отношений		
1.1 Множества. Способы задания	1. Понятие множества. Основные определения. 2. Способы задания: перечисление элементов,	1. Пусть универсальное множество *U* – множество всех студентов; *A* – множество всех студентов старше 20 лет; *B* – множество

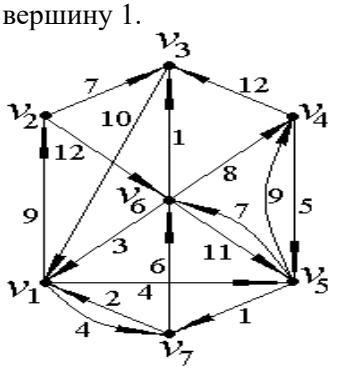
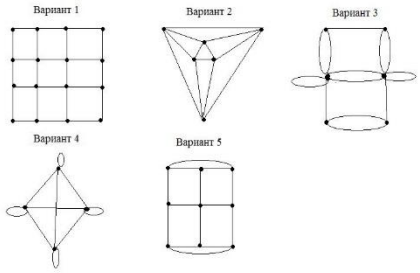
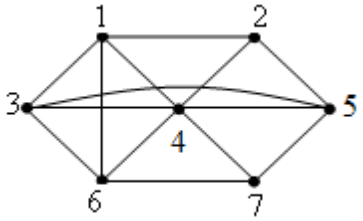
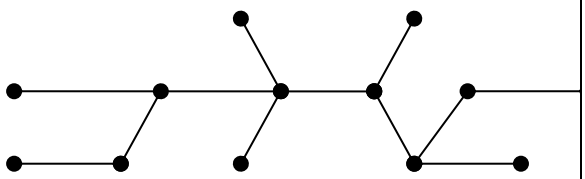
	характеристическое свойство. Конечные множества.	студентов обучающихся на 3, 4 и 5 курсах; C – множество студентов юридического факультета. Каков содержательный смысл каждого из следующих множеств: а) $A \cap B \cap C$; б) $A \cup (B \cap C)$; в) $B \setminus C$; г) $C \setminus B$. 2. Задано бинарное отношение $\rho = \left\{\frac{(a,b)}{a} = b^2, a, b \in N\right\}$ Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли оно отношением эквивалентности, отношением порядка?
1.2 Операции над множествами	3. Основные операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, разность. 4. Декартово произведение. Декартова степень. Диаграммы Эйлера-Венна.	1. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9,10\}$. Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$. 2. Среди 100 деталей прошли обработку на первом станке 42 штуки, на втором – 30 штук, а на третьем – 28. причем на первом и втором станках обработано 5 деталей, на первом и третьем – 10 деталей, на втором и третьем – 8 деталей, на всех трех станках обработано 3 детали. Сколько деталей обработано только на первом станке и сколько деталей не обработано ни на одном из станков?
1.3 Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	5. Бинарные отношения и их свойства. 6. Эквивалентности и разбиения множества, фактор-множество. Отношения порядка.	1. Пусть имеется универсальное множество U . Бинарное отношение ρ задано следующим образом: $\rho = \{(A,B) / A = B, A,B \subseteq U\}$. Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли данное отношение отношением эквивалентности, отношением порядка? 2. На множестве R бинарное отношение ρ задано следующим образом: $\rho = \{(x, y) / (x - y) \in Q, x, y \in R\}$. Докажите, что ρ – отношение эквивалентности.
2. Элементы математической логики		
2.1 Высказывания. Основные операции над высказываниями.	7. Понятие высказывания. Основные логические операции над высказываниями (дизъюнкция (логическое сложение), конъюнкция (логическое умножение), импликация, эквиваленция, отрицание). 8. Понятие формулы логики. Таблица истинно-	1. Построить таблицу истинности составного высказывания $F = ((A \leftrightarrow B) \vee C) \wedge \overline{(A \rightarrow \overline{C})}$. 2. Следующие высказывания могут быть интерпретированы как составные. Указать элементарные высказывания их составляющие, написать формулы данных высказываний и построить таблицы истинности. Указать, какие из высказываний равносильны. F_1 : A неверно сделал расчет или если B решил задачу правильно, то и C сделал это без ошибок.

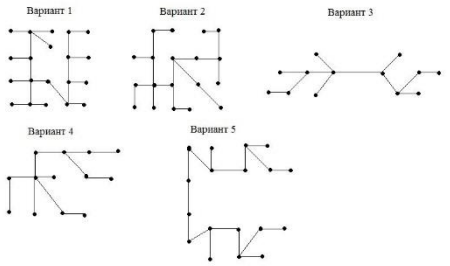
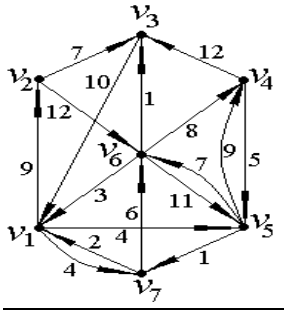
	сти и методика ее построения. Тождественно истинные формулы, тождественно ложные формулы.	F_2 : Если A правильно решил задачу, то либо B ошибся, либо C сделал ее верно. F_3 : Либо A неверно решил задачу, либо B решил ее верно в том и только в том случае, если C решил ее верно.
2.2. Основные равносильности и законы алгебры логики	9. Равносильные формулы. Законы логики. 10. Методика упрощения формул логики с помощью равносильных преобразований.	1. Проверить равносильность двух формул $F_1 = (A \to \overline{B}) \to (\overline{C} \to A)$ и $F_2 = (B \to \overline{A}) \to (\overline{A} \to C)$. 2. При составлении расписания уроков учителя просили, чтобы уроки проходили в следующем порядке: - геометрия первым или третьим уроком; - география – первым или вторым уроком; - русский язык – вторым или третьим уроком. Можно ли составить расписание таким образом, чтобы удовлетворить просьбы всех учителей.
2.3 Нормальные формы.	11. Понятие элементарной конъюнкции (элементарного произведения); понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ). Методика построения таблицы истинности для ДНФ упрощенным методом. 12. Понятие элементарной дизъюнкции (элементарной суммы), понятие конъюнктивной нормальной формы (КНФ). 13. Понятие совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ). Понятие конъюнктивной нормальной формы (СКНФ).	1. Построить КНФ для формулы $\overline{(x \to y) \wedge (y \to \bar{x})}$. 2. Привести к совершенной ДНФ (СДНФ): $x \to (y \to z)$. 3. Привести к совершенной КНФ (СКНФ): $x \wedge \bar{y} \wedge (x \to y)$.
2.4 Предикаты. Кванторы	14. Понятие предиката: теоретико-множественный и логический подходы. Область определения и область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. 15. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные. Логический вывод. Классификация формул алгебры предикатов.	1. Среди следующих предложений указать предикаты. Для найденных предикатов записать, если это возможно, их множества истинности: а) $x - 2 = 3$, $x \in R$, б) при $x = 1$ выполняется равенство $x^3 = 5$, в) $x^2 - 4x + 4 = 0$, $x \in R$. 2. Пусть предикаты $P(x, y)$, $Q(x, y)$, заданы на множестве $M = M_1 \times M_2 \subseteq R^2$. Изобразить с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества истинности следующих предикатов: а) $P(x) \wedge Q(x)$; б) $P(x) \vee Q(x)$. 3. Выясните, равносильны ли на множествах R,

	16. Тавтология алгебры предикатов. Приведенная форма для алгебры предикатов. Исчисление предикатов. Модели исчисления предикатов. Формализация предложений с помощью логики предикатов.	*Q, Z, N* следующие предикаты: $P(x): \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2} = 0$ и $Q(x): \sqrt{x^2-4} = 0.$
3. Конечные суммы и рекуррентные соотношения		
3.1 Рекуррентные соотношения	17. Рекуррентные соотношения. Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. 18. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. 19. Неоднородное линейное рекуррентное соотношение. Способы решения рекуррентных соотношений.	1. Решить рекуррентное уравнение. $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, a_1 = 13, a_2 = 29;$ 2. Найти общее решение однородного линейного рекуррентного соотношения $a_{n+k}+p_1 \cdot a_{n+k-1}+\ldots+p_k \cdot a_n=0$ в случае простых корней $\lambda_{1,\ldots,}$ $\lambda_к$ характеристического многочлена $P_a(x)=x^k+p_1 \cdot x^{k-1}+\ldots+p_k$ 3. Найти последовательность $\{a_n\}$, удовлетворяющую рекуррентному соотношению $a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n=5^n$.
3.2 Исчисление о оценка конечных сумм	20. Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. 21. Некоторые методы суммирования. Методы нахождения оценок сумм.	1. Найти кратную сумму $\sum_{k=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-k} (k-j)$. 2. Найти общий член последовательности a_n для которой функция $f_a(x)$ является производящей $f_a(x) = arctgx.$
.3.3 Введение в асимптотические методы	22. Символы ~, o, O. Основные правила использования этих символов. 23. Асимптотические решения рекуррентных соотношений.	1. Используя метод суммирующего множителя, решить рекуррентное соотношение $D_n = 3D_{n-1} + 2, D_0 = 0\ (n \geq 1)$. 2. Найти сумму, используя метод приведения $S_n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k (2k+3)$
4. Комбинаторика		
4.1 Основные законы комбинаторики	24. Принцип метода математической индукции. Некоторые разновидности (модификации) метода математической индукции. 25. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения.	1. В отделе научно-исследовательского института работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык, 6 человек знают английский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Сколько знают только один язык? 2. Сколько чисел среди первой тысячи натуральных чисел не делятся ни на 2, ни

		на 3, ни на 5, ни на 7?
4.2 Основные формулы комбинаторики	26. Размещения, перестановки, сочетания без повторений. 27. Размещения, перестановки, сочетания с повторениями.	1. Решить уравнение. $A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7} P_x$; 2. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?
4.3 Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты	28. Формула Бинома Ньютона . Биномиальные коэффициенты. 29. Треугольник Паскаля. Применения бинома Ньютона.	1. В биномиальном разложении $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ найти член разложения, не содержащий x. 2. Доказать, что выражение $2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4$ делится на 25.
4.4 Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты	30. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты. 31. Применение полиномиальной формулы.	1. Раскрыть скобки в выражении $(x + y + z)^5$ 2. Найти коэффициент при x^5 в разложении $\left(2 + x^2 - x^3\right)^9$.
5. Теория графов		
5.1 Определения графов	32. Определение графа. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. 33. Изоморфизм графов.	1. Изоморфны ли графы?;  2. Для графа G на рис.1 определить степень вершины 4. 
5.2 Элементы графов	34. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. 35. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр.	1. Определить, является ли следующая часть H_i графа G подграфом, суграфом, покрывающим суграфом. 2. Найти $\overline{H_i}(i = \overline{1,10})$. $V(H_1) = \{a, b, e, f\}, E(H_1) = \{1, 3, 4, 6\}$;

		
5.3 Виды графов и операции над графами	36. Виды графов: тривиальный, полный, клика. 37. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети.	Даны графы G и H  а) составьте для G и H степенные последовательности; б) определите, являются ли данные графы полными, пустыми; в) определите число связности графов число реберной связности;
5.4 Способы задания графов	38. Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. Списки смежности. Массив дуг. 39. Обходы графов.	1. Задать граф множествами вершин и ребер, матрицами инцидентности, смежности, списком ребер. Найти степени вершин графа. 
5.5 Операции над графами	40. Операции над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа. 41. Операции над графами: объединение графов, пересечение графов, соединение графов.	Даны графы G и H  а) укажите в графах все разделительные вершины, мосты; б) найдите радиус, диаметр и центр данного графа; в) распознайте, являются ли данные графы двудольными;

		г) распознайте, являются ли данные графы эйлеровыми; д) распознайте, являются ли графы G и H изоморфными.
5.6 Компоненты связности графов	42. Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. 43. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности.	1. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершину 1. 
5.7 Эйлеровы и гамильтоновы графы	44. Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. 45. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра.	1. Имеет ли граф эйлеров цикл (цепь)? Каковы расстояния между вершинами? Какие вершины являются центрами? Найти радиус графа.  2. Найти эйлерову цепь. 
5.8 Деревья и леса	46. Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. 47. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья.	1. На рисунке дан граф G типа дерева. В этом графе вершина максимального типа есть вершина типа: 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5. 
5.9 Раскраска графов	48. Хроматическое число графа и его дополнения. 49. Точный алгоритм раскрашивания. При-	1. Сколько вершин максимального типа имеется в графе? Каково цикломатическое число графа? Каково хроматическое число графа?

	ближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках.	 2. Применить алгоритм последовательной раскраски для графа 

Составитель (и): Фомина А.В., доцент каф. МФММ

(*фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей)*)