Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

ИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.11.06 Алгебра многочленов

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Физика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2021

Новокузнецк 2024

Оглавление

1 Цель дисциплины. 3
1.1 Формируемые компетенции 3
1.2 Индикаторы достижения компетенций 3
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине 4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. 5
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 6
3.1 Учебно-тематический план 6
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы 6
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. 8
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины 9
5.1 Учебная литература 9
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины 10
5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 10
6 Иные сведения и (или) материалы. 10
6.1.Примерные темы письменных учебных работ 10
6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации 11

1 Цель дисциплины.

Целью изучения дисциплины является формирование необходимой базы знаний для использования математических методов и математических моделей в решении профессиональных задач, а также развитие математического мышления и культуры у обучающихся. Изучение этого курса дает возможность студентам понять достоверность применяемых в школьном курсе алгоритмов.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция **ПК-1** (способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности)

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Профессиональная		**ПК-1** способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ПК-1 способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности	ПК 1.4 Демонстрирует владение специальными научными знаниями в предметной области “Математика”, позволяющими осуществлять образовательный процесс в данной предметной области в системе основного и среднего общего образования	Б1.О.10.01 Линейная алгебра Б1.О.10.02 Математический анализ Б1.О.10.03 Геометрия Б1.О.10.04 Теория чисел Б1.О.10.06 Элементарная математика Б1.О.10.07 Дискретная математика Б1.О.10.08 Теория изображений Б1.О.10.09 Математическая логика Б1.О.10.10 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.11.02 Математические модели физических процессов Б1.О.12 Методика обучения и воспитания по профилю "Математика" Б1.В.01 Математика в историческом развитии Б1.В.03 Оценивание и мониторинг образовательных результатов обучающегося по математике Б1.В.05 Численные методы

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
		Б1.В.07 Решение задач государственной итоговой аттестации по математике Б1.В.09 Математические методы обработки результатов научных исследований Б1.В.ДВ.01.01 Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б1.В.ДВ.01.02 Организация проектной деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1 способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности	ПК 1.4 Демонстрирует владение специальными научными знаниями в предметной области “Математика”, позволяющими осуществлять образовательный процесс в данной предметной области в системе основного и среднего общего образования	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области “Алгебра многочленов”, лежащее в основе преподаваемого учебного предмета “Математика” - методы проведения научного исследования в предметной области “Алгебра многочленов”; Уметь: - использовать научные знания предметной области “Алгебра многочленов” в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области “Алгебра многочленов” при разработке образовательных программ, рабочих

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
		программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области алгебры многочленов; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Алгебра многочленов”

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	144		144
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	42		
Аудиторная работа (всего):	42		16
в том числе:			
лекции	14		8
практические занятия, семинары	26		8
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	10		4
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):	104		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	104		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Зачет с оценкой		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 1									
	1. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов	48	6	12	50	4	4	62	
1.	Основные понятия. Корни многочлена	22	4	4	24	2	2	30	Индивидуальная работа № 1
2.	Наибольший общий делитель. Разложение на неприводимые множители	26	2	8	26	2	2	32	Индивидуальная работа № 2-3
	2. Многочлены над числовыми полями	60	8	16	52	4	4	62	
3.	Многочлены над полем C и R	30	4	8	26	2	2	30	Индивидуальная работа № 4
4.	Многочлены над полем Q	30	4	8	26	2	2	32	Индивидуальная работа № 5
	Промежуточная аттестация -								Зачет с оценкой
ИТОГО по семестру …		144	14	28	102				

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 1	
Содержание лекционного курса		
1	Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов	
1.1	Основные понятия. Корни многочлена	Определение кольца многочленов от одной переменной. Отношение делимости многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера и ее приложения. Формулы Виета.
1.2	Наибольший общий делитель. Разложение на неприводимые множители	НОД многочленов и их свойства. Неприводимые многочлены и их свойства. Выделение кратных множителей у многочленов.
2	Многочлены над числовыми полями	
2.1	Многочлены над полем C и R	Комплексные числа. Основная теорема алгебры и следствия из нее. Свойства многочленов с действительными коэффициентами. Система Штурма. Теорема Штурма. Алгебраические уравнения третьей и четвертой степени.
2.2	Многочлены над полем Q	Разложение на множители многочленов с рациональными коэффициентами. Неприводимость многочленов с рациональными коэффициентами. Критерий Эйзенштейна.
Содержание практических занятий		
1	Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов	
1.1	Основные понятия. Делимость многочленов.	Выполнение основных операций над многочленами. Деление многочленов с остатком.
1.2	Схема Горнера и ее приложения	Деление многочлена на линейный двучлен. Разложение многочлена по степени двучлена. Определение кратности коря. Наибольшее возможное число корней многочлена. Равенство многочленов.
1.3	НОД многочленов	Нахождение НОД многочленов и линейное представление НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное многочленов.
1.4	Кратные множители многочлена	Отделение кратных множителей многочлена
1.5	Неприводимые многочлены	Приводимые и неприводимые многочлены. Разложение многочлена в произведение неприводимых многочленов. Разложение многочленов по формуле Тейлора.
2	Многочлены над числовыми полями	

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2.1	Комплексные числа	Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.
2.2	Многочлен над полями C и R	Разложимость многочленов над полем C. Зависимость между корнями многочлена и его коэффициентами. Сопряженность корней многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей..
2.3	Отделение действительных корней многочлена	Нахождение границ действительных корней многочлена. Отделение действительных корней методом Штурма.
2.4	Уравнения третьей и четвертой степени	Решение уравнений третьей степени методом Кардано. Решение уравнений четвертой степени методом Феррари.
2.5	Многочлены над полем Q	Нахождение целых корней многочлена с целыми коэффициентами. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами. Нахождение рациональных корней многочлена с дробными коэффициентами. Критерий Эйзенштейна.
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	**60**	Лекционные занятия (конспект) (7 занятий)	**1 балла** посещение 1 лекционного занятия	0 - 7
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (14 занятий).	**1 балл** - посещение 1 практического занятия **3 балла** – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	14 - 42
		Индивидуальные работы (6 работ)	**За одну работу от 2 до:** **3 балла** (выполнено 51 - 65%	12-30

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
			заданий) **4 балла** (выполнено 66 - 85% заданий) **5 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий)	
Итого по текущей работе в семестре				26- 79
Промежуточная аттестация (зачет)	40	1 вопрос и 2 задачи	**10 балла** (ответ на вопрос) **15 баллов** (решение одной задачи)	10-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				40 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/246
2. Окунев Л.Я. Высшая алгебра [Текст] : учебник для вузов / Л.Я. Окунев. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: лань, 2009. – 335 с.

б) дополнительная литература

1. Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - Электронные текстовые данные. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645

2. Колесникова Ж. В.Методическое пособие "Лабораторные работы по теории многочленов" (Специальность: 032 100 "Математика с дополнительной специальностью", квалификация: учитель математики и информатики) [Текст] / Колесникова Ж. В., Осипова Л. А., Полещук Г. Г. ; Федеральное агентство по образованию, Кузбасская государственная педагогическая акдемия. - Новокузнецк : [КузГПА], 2007. - 66 с.

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Алгебра многочленов	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1

5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

Индивидуальная работа №1

Вариант (образец)

Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен f(x) по степеням $x - x_0$

$$f(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 8, \qquad x_0 = 3$$

Индивидуальная работа №2

Вариант (образец)

Найти НОД многочленов f(x) и g(x)

$f(x) = 3x^6 - x^5 - 3x^4 - 14x^3 - 11x^2 - 3x - 1, \in R[x]$

$g(x) = 3x^5 + 8x^4 + 9x^3 + 15x^2 + 10x + 9$

Индивидуальная работа №3

Вариант (образец)

Отделить кратные множители многочлена:

$$f(x) = f(x) = x^6 - 10x^5 + 42x^4 - 96x^3 + 128x^2 - 96x + 32$$

Индивидуальная работа №4

Вариант (образец)

Отделить действительные корни многочлена с точностью до 1, используя теорему Штурма: $f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 3x + 2$.

Индивидуальная работа №5

Вариант (образец)

Решите уравнение по формулам Феррари $x^4 + 2x^3 + x^2 - 1 = 0$

Индивидуальная работа №6

Вариант (образец)

Найти все рациональные корни многочлена $3x^4 + 5x^3 + x^2 + 5x - 2$

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к зачету

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов		
1.1 Основные понятия. Корни многочлена	1.Многочлены от одной переменной x над областью целостности K, их равенство. Операция сложения на $K[x]$, ее основные свойства..Операция умножения на $K[x]$, ее основные свойства. 2. Корни многочлена из $K[x]$, необходимое и достаточное условия корня. 3.Теорема Безу. 4..Кратные корни многочлена из $K[x]$. Теорема о наибольшем числе многочлена в области целостности. 5. Деление $f(x) \in K[x]$ на двучлен x-a, возможность и однозначность. 6. Схема Горнера и ее применение для деления $f(x) \in K[x]$ на двучлен x-a.	**1.** Найти сумму, разность и произведение многочленов: а) $f(x) = 2 + (1+i)x - 3ix^2$, $g(x) = -2ix + ix^3 + x^4 \in Z[i][x]$, где $Z[i] = \{a + bi \mid a, b \in Z\}$ — кольцо целых гауссовских чисел; б) $f(x) = 1 + (2 - i)x^2$, $g(x) = 3i + ix + (1 + i)x^2 \in Z[i][x]$; **2.** Используя схему Горнера, разделить в кольце $K[x]$ многочлен $f(x)$ на линейный двучлен $x - a$: а) $K = Z$, $f(x) = x^4 - 3x^3 + x - 1$, $a = 2$; б) $K = Z$, $f(x) = 9x^3 + 8x^2 - 10x$, $a = -3$; **5.** Используя схему Горнера, определить кратность k_i корня α_i многочлена $f(x)$ и разложить $f(x)$ на соответствующие множители: а) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$, $\alpha = 2$; б) $f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16$, $\alpha = -2$; в) $f(x) = x^5 - 15x^4 + 76x^3 - 140x^2 + 75x - 125$, $\alpha = 5$; **6.** Найти такие значения a и b, при которых число α было бы корнем многочлена $f(x)$ кратности не ниже, чем k: а) $f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 1$, $\alpha = -1$, $k = 2$; б) $f(x) = x^5 - x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1$, $\alpha = 1$, $k = 3$; в) $f(x) = ax^{n+1} + bx^n + 1$, $\alpha = 1$, $k = 2$. Разложить на простейшие дроби рациональную дробь $\frac{x^3 + 2x - 3}{(x+3)^4}$.
1.2 Наибольший общий делитель. Разложение на неприводимые множители	7.НОД *(f(x); φ(x))*, его выражение через исходные многочлены. Алгоритм Евклида. 8.Приводимые и неприводимые многочлены над полем P. Основные свойства неприводимых многочленов над полем P. 9.Теорема о разложении	1.Найти НОД и НОК многочленов г) $f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$, $g(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2 \in Q[x]$; д) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$, $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2 \in Q[x]$; е) $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$, $g(x) = x^4 - 4\sqrt{2}x^3 + 6x^2 + 4\sqrt{2}x + 1 \in R[x]$; ж) $f(x) = x^5 + (1-i)x^4 + x^3 - ix^2 - 1$, $g(x) = x^4 - ix^3 - (1-i)x^2 - x + 1 \in C[x]$. . Выделить кратные множители многочлена $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 1 \in Q[x]$. **1.** Над каким из полей Q, R или C приводимы многочлены: а) $f(x) = x^2 - 10x + 21$; б) $g(x) = 2x^2 - 3x - 5$; в) $h(x) = 3x^2 + x + 3$; г) $\varphi(x) = x^2 + 2x - 1$? **11.** Выделить кратные множители многочленов и найти их корни: а) $f(x) = x^5 - 15x^3 - 10x^2 + 60x + 72$; б) $f(x) = x^5 - 7x^3 - 2x^2 + 12x + 8$; в) $f(x) = 2x^6 + 6x^5 + 6x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x - 1$;

	многочлена из *P [x]* в произведение неприводимых множителей над полем *P*. Каноническое представление многочлена над *P*. 10.Отделение кратных множителей у многочлена из *P [x]*.	
2. Многочлены над числовыми полями		
2.1 Многочлены над полем C и R	11.Основная теорема алгебры. 12. Формулы Виета. 13.Многочлены из *R [x]* и их основные свойства. 14. Система функций Штурма. Метод Штурма. 15. Формулы Кардано. 16. Метод Феррари.	**1.** Найти нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий: а) простой корень $2+i$ и двукратный корень 1; б) простой корень —3 и двукратный корень $1-i$; **2.** Исследовать и решить «неполные» кубические уравнения: а) $x^3+12x+63=0$; б) $x^3+9x-26=0$; **4.** Сумма двух корней многочлена $f(x)=2x^3-x^2-7x+\lambda$ равна 1. Найти λ.
2.2 Многочлены над полем Q	17.Многочлены над полем *Q* , приводимость многочлена *f(x)*, где deg f(x)=2 или deg f(x)=3. 18. Лемма Гаусса 1. 19. Лемма Гаусса 2. 20. Критерий Эйзенштейна. 21. Отделение целых корней у многочленов с целыми коэффициентами. 22. Отделение рациональных корней у многочленов с целыми и дробными коэффициентами.	**1.** Найти рациональные корни многочленов: а) $f(x)=x^3-11x^2+38x-40$; б) $f(x)=3x^4+\frac{1}{2}x^3+x^2-2x+\frac{1}{2}$; **2.** Выяснить, какие из указанных ниже многочленов 2-й и 3-й степени приводимы над полем Q рациональных чисел, в случае приводимости разложить их на множители, неприводимые над полем Q: а) $f(x)=3x^2-2x-1$; б) $f(x)=2x^2-3x+4$; в) $f(x)=x^2-x+\frac{1}{4}$; г) $f(x)=3x^3+4x^2+4x+4$; **4.** Пользуясь критерием Эйзенштейна, доказать неприводимость над полем Q многочленов: а) $f(x)=2x^5-15x^3+21x-24$; б) $f(x)=3x^6-20x^4+30x^2-20x+20$; в) $f(x)=4x^7-21x^5+28x^4-14x^2-35$;

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

(*фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей)*)