

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-04-24 00:00:00
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.11.03 Геометрия

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«**Математика и Физика**»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2021

Новокузнецк 2024

Оглавление

| | |
|--|----|
| 1. Цель дисциплины | 3 |
| 1.1 Формируемые компетенции | 3 |
| 1.2 Индикаторы достижения компетенций | 3 |
| 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине | 4 |
| 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации | 5 |
| 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины | 6 |
| 3.1 Учебно-тематический план | 6 |
| 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы | 8 |
| 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации | 14 |
| 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины | 15 |
| 5.1 Учебная литература | 15 |
| 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины | 16 |
| 5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. | 17 |
| 6. Иные сведения и (или) материалы. | 17 |
| 6.1. Примерные темы письменных учебных работ | 17 |
| 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации | 20 |

1. Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является: формирование геометрической культуры студента, подготовка в области алгебраического анализа геометрических объектов, овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях, вооружение конкретными знаниями, дающими возможность преподавать данный предмет в школе и квалифицированно вести факультативные курсы по геометрии.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата:

- **ПК-1** (Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

| Наименование вида компетенции | Наименование категории (группы) компетенций | Код и название компетенции |
|-------------------------------|---|---|
| профессиональная | Профессиональная | ПК-1 Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности |

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|---|--|---|
| ПК-1 Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности | ПК 1.4 Использует специальные научные знания для реализации образовательного процесса по математике в системе общего образования | Б1.О.10.01 Линейная алгебра Б1.О.10.02 Математический анализ Б1.О.10.03 Геометрия Б1.О.10.04 Теория чисел Б1.О.10.05 Алгебра многочленов Б1.О.10.06 Элементарная математика Б1.О.10.07 Дискретная математика Б1.О.10.08 Теория изображений Б1.О.10.09 Математическая логика Б1.О.10.10 Теория вероятностей и математическая статистика |

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|----------------------------|---|---|
| | | Б1.О.11.02 Математические модели физических процессов Б1.О.12 Методика обучения и воспитания по профилю "Математика" Б1.В.01 Математика в историческом развитии Б1.В.03 Оценивание и мониторинг образовательных результатов обучающегося по математике Б1.В.05 Численные методы Б1.В.07 Решение задач государственной итоговой аттестации по математике Б1.В.09 Математические методы обработки результатов научных исследований Б1.В.ДВ.01.01 Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б1.В.ДВ.01.02 Организация проектной деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы |

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|---|---|---|
| ПК-1 Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности | ПК 1.4 Использует специальные научные знания для реализации образовательного процесса по математике в | Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области "Геометрия", лежащее в основе преподаваемого учебного предмета "Математика" |

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|----------------------------|--|--|
| | системе общего образования | <p>- методы проведения научного исследования в предметной области “Геометрия”;</p> <p>Уметь:</p> <p>- использовать научные знания предметной области “Геометрия” в педагогической деятельности по профилю подготовки;</p> <p>- применять научные знания предметной области “Геометрия” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности;</p> <p>Владеть:</p> <p>- методами научного исследования в области геометрии;</p> <p>- способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Геометрия”</p> |

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах | Объём часов по формам обучения | | |
|---|--------------------------------|--|-----|
| | ОФО | | ЗФО |
| 1 Общая трудоемкость дисциплины | 324 | | |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 88 | | |
| Аудиторная работа (всего): | 88 | | |
| в том числе: | | | |
| лекции | 34 | | |
| практические занятия, семинары | 54 | | |
| практикумы | | | |
| лабораторные работы | | | |
| в интерактивной форме | 24 | | |
| в электронной форме | | | |
| Внеаудиторная работа (всего): | | | |

| | | | |
|---|--|--|--|
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем | | | |
| подготовка курсовой работы /контактная работа | | | |
| групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем | | | |
| творческая работа (эссе) | | | |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 128 | | |
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося | ОФО:2 семестр – экзамен (36 ч.); 3 семестр – экзамен (36 ч.) | | |

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоёмкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|------------------|---|---------------------------------|-----------------------------|-----|-----|-------------------|-----|-----|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | СРС | СРС | Аудиторн. занятия | СРС | СРС | |
| | | | лекц. | | | практ. | | | |
| Семестр 2 | | | | | | | | | |
| | 1. Элементы векторной алгебры | | | | | | | | 34 |
| 1 | Основные понятия векторной алгебры. Скалярное произведение векторов | 12 | 2 | 2 | 6 | 2 | | | Индивидуальные задания |
| 2 | Векторное произведение векторов и его приложения. Смешанное произведение векторов и его приложения. | 12 | 2 | 4 | 6 | | | | Индивидуальные задания |
| | 2. Аналитическая геометрия на плоскости | | | | | | | 78 | |
| 3 | Системы координат на плоскости. Простейшие задачи в координатах | 12 | 2 | 2 | 6 | 2 | 2 | | Контрольная работа № 1 |
| 4 | Прямая на плоскости. | 10 | 2 | 4 | 6 | | | | Контрольная работа № 1 |

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоёмкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|---------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|--------|-----|-------------------|--------|------------------------|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| | | | лекц. | практ. | | лекц. | практ. | | |
| Семестр 2 | | | | | | | | | |
| 5 | Кривые второго порядка: окружность, эллипс | 10 | 2 | 4 | 6 | | 2 | Контрольная работа № 1 | |
| 6 | Кривые второго порядка: гипербола, парабола. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду | 12 | | 4 | 6 | | | Контрольная работа № 1 | |
| | 3. Аналитическая геометрия в пространстве | | | | | | | 79 | |
| 7 | Плоскость. Способы задания и уравнения плоскости. | 10 | 2 | 2 | 6 | 2 | 2 | Контрольная работа №2 | |
| 8 | Прямая в пространстве | 10 | 2 | 4 | 6 | | | Контрольная работа №2 | |
| 9 | Поверхности второго порядка | 10 | 2 | 2 | 6 | | 2 | Контрольная работа №2 | |
| 10 | Метод координат на плоскости и в пространстве | 10 | | 2 | 8 | | | Индивидуальные задания | |
| | Промежуточная аттестация - | 36 | | | | | | Экзамен - 36 | |
| ИТОГО по 2 семестру | | 144 | 16 | 30 | 62 | | | | |
| Семестр 3 | | | | | | | | | |
| | 4. Преобразования плоскости | | | | | | | 50 | |
| 11 | Движение плоскости. Частные виды движений | | 4 | 4 | 10 | | 2 | Контрольная работа № 3 | |
| 12 | Подобие и гомотетия | | 2 | 4 | 8 | | | Контрольная работа № 3 | |
| 13 | Аффинные преобразования плоскости | | 2 | 2 | 8 | 2 | 2 | Контрольная работа № 3 | |
| 14 | Инверсия плоскости | | 2 | 4 | 8 | | | Контрольная работа № 3 | |

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоёмкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|---------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|--------|-----|-------------------|--------|-----|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| | | | лекц. | практ. | | лекц. | практ. | | |
| Семестр 2 | | | | | | | | | |
| 15 | Конструктивные задачи планиметрии. Методы решения конструктивных задач планиметрии | | 2 | 4 | 8 | | | | Контрольная работа № 3 |
| | 5. Основания геометрии | | | | | | | | |
| 16 | Проблема пятого постулата. Общие вопросы аксиоматики. Абсолютная геометрия. | | 2 | 2 | 8 | | | | Устный опрос |
| 17 | Системы аксиом | | 2 | 2 | 8 | | | | Устный опрос |
| 18 | Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского | | 2 | 2 | 8 | | | | Индивидуальные задания |
| | Промежуточная аттестация | 36 | | | | | | | Экзамен - 36 |
| ИТОГО по 3 семестру | | | 18 | 24 | 66 | | | | |

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-------------------------------------|---|--|
| | Семестр 2 | |
| Содержание лекционного курса | | |
| 1 | Элементы векторной алгебры | |
| 1.1 | Основные понятия векторной алгебры. Скалярное произведение векторов | Основные понятия векторной алгебры. Сложение векторов: правило треугольника, правило параллелограмма, правило многоугольника; вычитание векторов; умножение вектора на число. Свойства линейных операций над векторами. Скалярное произведение векторов, его свойства. Основные теоремы о скалярном произведении векторов. Приложения скалярного произведения векторов |
| 1.2 | Векторное произведение векторов и его приложения. Смешанное | Понятие упорядоченной тройки векторов. Определение векторного произведения векторов. Свойства векторного произведения векторов. Основные теоремы о векторном |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-------|--|---|
| | произведение векторов и его приложения. | произведении. Геометрические приложения векторного произведения векторов. Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрические приложения смешанного произведения векторов. |
| 2 | <i>Аналитическая геометрия на плоскости</i> | |
| 2.1 | Системы координат на плоскости. Простейшие задачи в координатах | Системы координат на плоскости: аффинная, декартова, полярная. Простейшие задачи в координатах: расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении |
| 2.2 | Прямая на плоскости. | Различные способы задания прямой и различные уравнения прямой: уравнение прямой, заданной точкой и вектором нормали, каноническое уравнение прямой, параметрическое уравнение прямой, уравнение прямой, заданной двумя точками, уравнения прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках, общее уравнение прямой. Взаимное расположение прямых. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. |
| 2.3 | Кривые второго порядка: окружность, эллипс | Определение окружности, каноническое и общее уравнения окружности. Взаимное расположение прямой и окружности. Определение эллипса, каноническое уравнение эллипса. Свойства эллипса, его построение. Эксцентриситет и директрисы эллипса. |
| 2.4 | Кривые второго порядка: гипербола, парабола. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду | Определение гиперболы, каноническое уравнение гиперболы, ее свойства. Асимптоты, эксцентриситет и директрисы гиперболы. Равносторонняя гипербола как график обратной пропорциональности. Сопряженные гиперболы. Определение параболы, каноническое уравнение параболы, ее свойства. Расположение параболы относительно системы координат. Парабола как график квадратичной зависимости. Директориальное свойство кривых второго порядка. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. |
| 3 | <i>Аналитическая геометрия в пространстве</i> | |
| 3.1 | Плоскость. Способы задания и уравнения плоскости. | Плоскость, заданная точкой и вектором нормали и ее уравнение. Плоскость, заданная точкой и двумя направляющими векторами и ее уравнение. Плоскость, заданная тремя точками и ее уравнение. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Взаимное расположение двух и трех плоскостей |
| 3.2 | Прямая в пространстве | Каноническое уравнение прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, заданной двумя точками. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Метрические задачи на прямую и на плоскость. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Угол между прямой и |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-------|--|---|
| | | плоскостью. Угол между двумя прямыми. |
| 3.3 | Поверхности второго порядка | Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические поверхности. Виды цилиндрических поверхностей второго порядка, их канонические уравнения. Конус второго порядка, его каноническое уравнение. Сфера, каноническое уравнение сферы. Эллипсоид, его каноническое уравнение. Свойства эллипсоида. Однополостный гиперболоид, его свойства, каноническое уравнение. Двуполостный гиперболоид, его свойства, каноническое уравнение. Эллиптический параболоид, его свойства, каноническое уравнение. Гиперболический параболоид, его свойства, каноническое уравнение. Изучение формы поверхности второго порядка методом сечений |
| | Семестр 3 | |
| 4 | <i>Преобразования плоскости</i> | |
| 4.1 | Движение плоскости. Частные виды движений | Движение плоскости и его свойства. Частные виды движений: параллельный перенос, поворот, осевая симметрия, центральная симметрия, скользящая симметрия, тождественное преобразование. |
| 4.2 | Подобие и гомотетия | Преобразование подобия. Свойства подобия. Гомотетия как частный случай подобия. Свойства гомотетии. Уравнение гомотетии. Подобие как композиция гомотетии и движения. Уравнение подобия. |
| 4.3 | Аффинные преобразования плоскости | Аффинные преобразования плоскости. Перспективно-аффинное преобразование. Косая симметрия. Сжатие и растяжение. Уравнение аффинного преобразования. Свойства аффинных преобразований. |
| 4.4 | Инверсия плоскости | Инверсия плоскости, ее свойства, уравнение. Построение инверсных точек. Инверсия окружности и прямой. Образы геометрических фигур при инверсии. |
| 4.5 | Конструктивные задачи планиметрии. Методы решения конструктивных задач планиметрии | Конструктивные задачи планиметрии. Основные аксиомы конструктивной геометрии. Схема решения задач на построение. Основные геометрические места точек (ГМТ). Методы решения конструктивных задач планиметрии. Метод ГМТ, метод спрямления. Решение конструктивных задач методом геометрических преобразований |
| 5 | <i>Основания геометрии</i> | |
| 5.1 | Проблема пятого постулата. Общие вопросы аксиоматики. Абсолютная геометрия. | Исторический обзор обоснований геометрии. Зарождение дедуктивного метода. “Начала” Евклида. Проблема V постулата. Эквиваленты пятого постулата. Общие вопросы аксиоматики. Требования, предъявляемые к системе |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|---|--|--|
| | | аксиом. Абсолютная геометрия. Некоторые теоремы абсолютной геометрии. |
| 5.2 | Системы аксиом | Система аксиом Гильберта, ее непротиворечивость. Система аксиом Вейля, ее непротиворечивость. Задачи на доказательство в аксиоматике Гильберта. Задачи на доказательство в аксиоматике Вейля. Аксиома параллельности Лобачевского, следствия из нее. Определение параллельных и расходящихся прямых на плоскости Лобачевского, их основные свойства. |
| 5.3 | Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского | Интерпретация геометрии Лобачевского: модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского. Проверка выполнимости аксиом Лобачевского на модели Пуанкаре. |
| <i>Содержание практических занятий</i> | | |
| Семестр 2 | | |
| 1 | <i>Элементы векторной алгебры</i> | |
| 1.1 | Основные понятия векторной алгебры. | Основные понятия векторной алгебры. Сложение векторов: правило треугольника, правило параллелограмма, правило многоугольника; вычитание векторов; умножение вектора на число. Свойства линейных операций над векторами. |
| 1.2 | Скалярное произведение векторов | Скалярное произведение векторов, его свойства. Основные теоремы о скалярном произведении векторов. Приложения скалярного произведения векторов |
| 1.3 | Векторное произведение векторов и его приложения. | Понятие упорядоченной тройки векторов. Определение векторного произведения векторов. Свойства векторного произведения векторов. Основные теоремы о векторном произведении. Геометрические приложения векторного произведения векторов. |
| 1.4 | Смешанное произведение векторов и его приложения. | Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрические приложения смешанного произведения векторов. |
| 2 | <i>Аналитическая геометрия на плоскости</i> | |
| 2.1 | Системы координат на плоскости. | Системы координат на плоскости: аффинная, декартова, полярная. |
| 2.2 | Простейшие задачи в координатах | Простейшие задачи в координатах: расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении |
| 2.3 | Прямая на плоскости. | Различные способы задания прямой и различные уравнения прямой: уравнение прямой, заданной точкой и вектором нормали, каноническое уравнение прямой, параметрическое уравнение прямой, уравнение прямой, |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-------|---|---|
| | | заданной двумя точками, уравнения прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках, общее уравнение прямой. |
| 2.4 | Прямая на плоскости. | Взаимное расположение прямых. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя прямыми |
| 2.5 | Кривые второго порядка: окружность, | Определение окружности, каноническое и общее уравнения окружности. Взаимное расположение прямой и окружности. Взаимное расположение двух окружностей |
| 2.6 | Кривые второго порядка: эллипс | Определение эллипса, каноническое уравнение эллипса. Свойства эллипса, его построение. Эксцентриситет и директрисы эллипса. |
| 2.7 | Кривые второго порядка: гипербола, парабола. | Определение гиперболы, каноническое уравнение гиперболы, ее свойства. Асимптоты, эксцентриситет и директрисы гиперболы. Равносторонняя гипербола как график обратной пропорциональности. Сопряженные гиперболы. Определение параболы, каноническое уравнение параболы, ее свойства. Расположение параболы относительно системы координат. Парабола как график квадратичной зависимости. |
| 2.8 | Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду | Директориальное свойство кривых второго порядка. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. |
| 3 | <i>Аналитическая геометрия в пространстве</i> | |
| 3.1 | Плоскость. Способы задания и уравнения плоскости. | Плоскость, заданная точкой и вектором нормали и ее уравнение. Плоскость, заданная точкой и двумя направляющими векторами и ее уравнение. Плоскость, заданная тремя точками и ее уравнение. |
| 3.2 | Плоскость. Способы задания и уравнения плоскости. | Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Взаимное расположение двух и трех плоскостей |
| 3.3 | Прямая в пространстве | Каноническое уравнение прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, заданной двумя точками. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. |
| 3.4 | Прямая в пространстве | Метрические задачи на прямую и на плоскость. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя прямыми. |
| 3.5 | Поверхности второго порядка | Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические поверхности. Виды цилиндрических поверхностей второго порядка, их канонические уравнения. Конус второго порядка, его каноническое уравнение. Сфера, каноническое уравнение сферы. |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-------|---|---|
| | | Эллипсоид, его каноническое уравнение. Свойства эллипсоида. Однополостный гиперболоид, его свойства, каноническое уравнение. Двуполостный гиперболоид, его свойства, каноническое уравнение. Эллиптический параболоид, его свойства, каноническое уравнение. Гиперболический параболоид, его свойства, каноническое уравнение. Изучение формы поверхности второго порядка методом сечений |
| 3.6 | Метод координат на плоскости и в пространстве | Решение задач планиметрии методом координат. Решение задач стереометрии методом координат |
| | Семестр 3 | |
| 4 | <i>Преобразования плоскости</i> | |
| 4.1 | Движение плоскости. Частные виды движений | Движение плоскости и его свойства. Частные виды движений: параллельный перенос, поворот. |
| 4.2 | Движение плоскости. Частные виды движений | Частные виды движений: осевая симметрия, центральная симметрия, скользящая симметрия, тождественное преобразование. |
| 4.3 | Подобие и гомотетия | Преобразование подобия. Свойства подобия. Гомотетия как частный случай подобия. Свойства гомотетии. Уравнение гомотетии. Подобие как композиция гомотетии и движения. Уравнение подобия. |
| 4.4 | Аффинные преобразования плоскости | Аффинные преобразования плоскости. Перспективно-аффинное преобразование. Косая симметрия. Сжатие и растяжение. Уравнение аффинного преобразования. Свойства аффинных преобразований. |
| 4.5 | Инверсия плоскости | Инверсия плоскости, ее свойства, уравнение. Построение инверсных точек. Инверсия окружности и прямой. Образы геометрических фигур при инверсии. |
| 4.6 | Конструктивные задачи планиметрии. | Конструктивные задачи планиметрии. Основные аксиомы конструктивной геометрии. Схема решения задач на построение. Основные геометрические места точек (ГМТ). |
| 4.7 | Методы решения конструктивных задач планиметрии | Методы решения конструктивных задач планиметрии. Метод ГМТ, метод спрямления. Решение конструктивных задач методом геометрических преобразований |
| 5 | <i>Основания геометрии</i> | |
| 5.1 | Проблема пятого постулата. Общие вопросы аксиоматики. Абсолютная геометрия. | Исторический обзор обоснований геометрии. Зарождение дедуктивного метода. “Начала” Евклида. Проблема V постулата. Эквиваленты пятого постулата. Общие вопросы аксиоматики. Требования, предъявляемые к системе |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-------|--|--|
| | | аксиом. Абсолютная геометрия. Некоторые теоремы абсолютной геометрии. |
| 5.2 | Системы аксиом | Система аксиом Гильберта, ее непротиворечивость. Система аксиом Вейля, ее непротиворечивость. Задачи на доказательство в аксиоматике Гильберта. Задачи на доказательство в аксиоматике Вейля. Аксиома параллельности Лобачевского, следствия из нее. Определение параллельных и расходящихся прямых на плоскости Лобачевского, их основные свойства. |
| 5.3 | Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского | Интерпретация геометрии Лобачевского: модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского. Проверка выполнимости аксиом Лобачевского на модели Пуанкаре. |
| | Промежуточная аттестация - экзамен | |

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы |
|--|--------------|---|--|--------|
| 2 семестр | | | | |
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | 60 | Лекционные занятия (конспект) (8 занятий) | 1 балла посещение 1 лекционного занятия | 3 - 8 |
| | | Практические занятия (15 занятий). | 0,5 балла - посещение 1 практического занятия 1 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы | 7 - 15 |
| | | Контрольные работы (2 работы) | За одну КР от 5 до: 6 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 8 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 10 балла (выполнено 86 - 100% заданий) | 12-20 |
| | | Индивидуальное задание | 9 баллов (пороговое значение) 17 баллов (максимальное) | 9 - 17 |

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы |
|--|--------------|---|--|-----------|
| 2 семестр | | | | |
| | | | значение) | |
| Итого по текущей работе в семестре | | | | 31 - 60 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 40 | Устный опрос | 20 балла (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение) | 20-40 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 40 баллов |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б. | | | | |
| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы |
| 3 семестр | | | | |
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | 60 | Лекционные занятия (конспект) (9 занятий) | 1 балла посещение 1 лекционного занятия | 0 - 9 |
| | | Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (12 занятий). | 0,5 балла - посещение 1 практического занятия 1 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы, | 7 - 12 |
| | | Контрольные работы (2 работы) | За одну КР от 5 до: 8 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 9 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 10 балла (выполнено 86 - 100% заданий) | 16-20 |
| | | Индивидуальное задание | 8 баллов (пороговое значение) 18 баллов (максимальное значение) | 8 - 19 |
| Итого по текущей работе в семестре | | | | 31 - 60 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 40 | Устный опрос | 20 балла (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение) | 20-40 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 40 баллов |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 50 – 100 б. | | | | |

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

1. Атанасян, С. Л. Геометрия 1: Учебное пособие / Атанасян С.Л., Покровский В.Г., - 2-е изд., (эл.) - Москва :БИНОМ. Лаб. знаний, 2017. - 334 с.: ISBN 978-5-00101-452-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/541056>

2. Атанасян, С. Л. Геометрия 2 : учебное пособие для вузов / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков ; под ред. С. Л. Атанасяна. - 2-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 547 с. - ISBN 978-5-00101-678-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1201312>

Дополнительная литература

1. Далингер, В. А. Геометрия: планиметрические задачи на построение : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 155 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05758-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454909>

2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451192>

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ

КемГУ:

| | | |
|-----------|---|--|
| Геометрия | 216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС | 654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1 |
|-----------|---|--|

5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.

6. Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа №1

Аналитическая геометрия на плоскости

Вариант (образец)

1. Найти координаты точек $M(3;1)$, $N(-1;5)$, $P(-3;-1)$ в новой системе координат, если оси координат повернуты вокруг начала координат на угол (-45°) .
2. Вывести уравнение геометрического места точек, удаленных от прямой $8x-15y-25$ на 2 единицы. Сделать чертеж в системе координат.

3. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены от оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны точка $M(2; -\frac{5}{3})$ эллипса и его эксцентриситет $e = \frac{2}{3}$.
4. Привести уравнение кривой $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$ к каноническому виду и построить ее в системе координат.
5. Дан параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$, где $A(4; -3; 2)$, $B(6; 1; -1)$, $D(-4; -2; 0)$, $A'(-2; -6; 6)$.
 - А) Сделать чертеж в системе координат.
 - Б) Найти объем $ABCD A' B' C' D'$.
 - В) Найти площадь основания $ABCD$.
 - Г) Найти высоту $A' H$, опущенную на $(ABCD)$.
 - Д) Найти угол между AB и $A' D'$.

Контрольная работа №2

Аналитическая геометрия в пространстве

I. В прямоугольной декартовой системе координат даны 4 точки A, B, C, D .

1. Построить пирамиду $ABCD$;
2. Составить уравнение граней ABC, BCD .
3. Написать уравнение перпендикуляра из D на грань ABC , найти его длину и точку падения на ABC (основание перпендикуляра);
4. Написать уравнение перпендикуляра из A на прямую BC , найти его длину и точку падения на BC ;
5. Найти угол между прямой AC и гранью BCD ;
6. Найти угол между гранями ABC и BCD ;
7. Найти угол между прямыми AD и BC ;
8. Написать уравнение биссектрисы угла BAC , найти точку ее падения на BC .

II. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением. Построить ее в системе координат $OXYZ$.

Варианты заданий

Таблица к заданию I.

| № | A | B | C | D |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1. | (2; 0; 0) | (0; 1; 0) | (0; 0; 2) | (2; 2; 0) |
| 2. | (1; 0; 0) | (0; 2; 0) | (0; 0; 2) | (2; 0; 2) |
| 3. | (2; 0; 0) | (0; 2; 0) | (0; 0; 1) | (0; 2; 2) |

Таблица к заданию II.

| № | |
|----|------------------------------|
| 1. | $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 24 = 0$ |
| 2. | $9y^2 - 4z^2 = 36$ |
| 3. | $x^2 - 2y^2 + 3z^2 + 6 = 0$ |

| | | | | |
|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 4. | (2; 0; 0) | (0; 2; 0) | (0; 0; 1) | (2; 0; 2) |
| 5. | (1; 0; 0) | (0; 2; 0) | (0; 0; 2) | (2; 2; 0) |
| 6. | (2; 0; 0) | (0; 2; 0) | (0; 0; 1) | (0; 2; 4) |
| 7. | (2; 0; 2) | (0; 1; 0) | (0; 0; 3) | (0; 2; 2) |
| 8. | (1; 0; 1) | (0; 2; 0) | (0; 0; 2) | (2; 2; 0) |
| 9. | (4; 0; 0) | (0; 1; 0) | (0; 0; 1) | (2; 0; 2) |
| 10. | (0; 4; 1) | (0; 1; 0) | (1; 0; 4) | (2; 0; 0) |

| | |
|-----|--|
| 4. | $x^2 - 2y^2 + 4z = 0$ |
| 5. | $36x^2 - 9y^2 + 4z^2 - 36 = 0$ |
| 6. | $y^2 - 2z + 4 = 0$ |
| 7. | $9x^2 + 4y^2 = 36$ |
| 8. | $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ |
| 9. | $3x^2 + 4y^2 - 12z^2 - 12 = 0$ |
| 10. | $y^2 - 2z = 1$ |

Контрольная работа №3

Преобразования плоскости

Вариант (образец)

1. Даны две стороны параллелограмма и угол между его диагоналями. Построить параллелограмм.
Указание: Сделать параллельный перенос на отрезок AB, где AB – основание параллелограмма.
2. Даны две окружности и точка A, им не принадлежащая. Построить равнобедренный треугольник ABC (AB=AC) с данным углом α при вершине A так, чтобы точки B и C лежали на двух данных окружностях (метод поворота).
3. Дан острый угол AOB и точка M внутри него. Построить окружность с центром на стороне угла BO, касающуюся другой стороны угла и проходящую через точку M (метод гомотетии и подобия).
4. Дана окружность и две точки, ей не принадлежащие. Через эти точки провести окружность, ортогональную данной (метод инверсии)

Индивидуальное задание по теме “Элементы векторной алгебры. Системы координат на плоскости и в пространстве”

Вариант (образец)

1. Доказать сочетательное свойство операции суммы векторов: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
2. Упростить векторные выражения:

а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{D_1A_1}$;

б) $\frac{1}{2}\overrightarrow{A_1C_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$, если $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{DD_1}$.

3. Образуют ли векторы $\vec{a}\left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right\}$, $\vec{b}\left\{0; \frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$, $\vec{c}\left\{-\frac{4}{3\sqrt{2}}; \frac{1}{3\sqrt{2}}; \frac{1}{3\sqrt{2}}\right\}$

ортонормированный базис?

4. В тетраэдре OABC плоские углы при вершине O – прямые. Используя векторы, найти угол между биссектрисами углов AOB и BOC.

5. Циклоидой называется траектория, описываемая точкой M окружности радиуса r, катящейся без скольжения по данной прямой l. Приняв прямую l за ось абсцисс, а начальное положение точки M за начало координат, написать уравнение циклоиды и построить ее по точкам.

Индивидуальное задание по теме “Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского”

В модели Пуанкаре построить заданную конфигурацию геометрии Лобачевского.

1. Построить треугольник с тремя данными вершинами и его медианы.
2. Построить треугольник с тремя данными вершинами и его высоты.
3. Построить треугольник с тремя данными вершинами и его биссектрисы.
4. Построить треугольник с тремя данными вершинами и его серединные перпендикуляры.
5. Построить равнобедренный треугольник и его высоту, проведенную к основанию.
6. Построить равнобедренный треугольник и его медиану, проведенную к основанию.
7. Построить трапецию и ее среднюю линию.
8. Построить равнобедренную трапецию.
9. Построить параллелограмм и одну из его высот.
10. Построить трапецию и ее высоту.
11. Построить трапецию и биссектрису одного (любого) ее острого угла.
12. Построить параллелограмм и биссектрису его острого угла.
13. Построить равнобедренный треугольник и его биссектрису, проведенную к основанию.
14. Построить два равных между собой прямоугольных треугольника.
15. Построить прямоугольный треугольник и его медиану, проведенную из вершины прямого угла.
16. Построить четырехугольник Саккери и биссектрисы его прямых углов.
17. Построить прямоугольный треугольник и его высоту, проведенную из вершины прямого угла.

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задачи |
|--|--|--|
| 2 семестр | | |
| 1. Элементы векторной алгебры | | |
| 1.1 Основные понятия и теоремы векторной алгебры | <p>1. Сложение и вычитание векторов, их определение и свойства.</p> <p>2. Умножение вектора на число, определение и свойства.</p> <p>3. Базис системы векторов. Теоремы о разложении вектора по базису.</p> <p>4. Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов.</p> <p>5. Теоремы о координатах линейной комбинации векторов.</p> | <p>1. Дан параллелограмм ABCD, M – точка пересечения его диагоналей. Выразите векторы MA, MB через векторы AB=a и AD=b.</p> <p>2. Даны векторы: $\mathbf{a}=(1;-2)$, $\mathbf{b}=(-0,5;1)$, $\mathbf{c}=(2;0)$. Найдите координаты векторов $\frac{c-2b}{2}$ и $\frac{a+b}{2}-c$.</p> <p>3. Вектор $\mathbf{a}=(5;4)$ имеет начало в точке A(-2;3). Найдите координаты конца этого вектора. Постройте этот вектор в прямоугольной декартовой системе координат.</p> <p>4. Изобразите на плоскости некоторый вектор \mathbf{a} и постройте векторы $\sqrt{2}\mathbf{a}$, $-\mathbf{a}\sqrt{3}$.</p> <p>5. Определить вид четырехугольника ABCD, если A(1, 1,4), B(1,3, -1), C(5, 5, -3), D(5, 3, 2).</p> |
| 1.2. Скалярное произведение векторов | <p>6. Скалярное произведение векторов, заданных координатами. Модуль вектора.</p> <p>7. Скалярное произведение векторов, определение и свойства..</p> | <p>6. В прямоугольной декартовой системе координат заданы координаты двух вершин треугольника A(1;-2) и B(3;4). Найдите координаты его третьей вершины C, зная, что эта вершина лежит на оси Ox и что $\angle ACB=90^0$.</p> <p>7. Найдите углы треугольника ABC, зная прямоугольные координаты его вершин: A(2;1), B(-3;2), C(0;4).</p> |
| 1.3. Векторное произведение векторов | <p>8. Определение и свойства векторного произведения векторов</p> <p>9. Векторное произведение векторов, заданных своими координатами в ортонормированном базисе</p> <p>10. Геометрические приложения векторного произведения векторов</p> | <p>8. Найдите площадь треугольника ABC, зная прямоугольные координаты его вершин: A(2;1;1), B(-3;2;3), C(0;4;1).</p> <p>9. Найдите высоту параллелограмма ABCD, опущенную на сторону AD, если $\vec{AB} = \{4; 5; 4\}$; $\vec{AD} = \{1; -1; \sqrt{7}\}$</p> |
| 1.4. Смешанное произведение векторов | <p>11. Определение и свойства смешанного произведения векторов</p> <p>12. Смешанное произведение векторов, заданных своими координатами в ортонормированном базисе</p> <p>13. Геометрические приложения смешанного произведения векторов</p> | <p>10. Найдите объем тетраэдра ABCD, если A(2;1;1); D(2;-1;2); C(-2;0;1); B(-3;2;5).</p> <p>11. Найдите высоту тетраэдра ABCD, проведенную из вершины A на грань BCD, если A(2;-1;1); D(2;-1;-2); C(-2;0;1); B(-3;-2;5).</p> <p>12. Показать, что точки A(2, -1, -2), B(1, 2, 1), C(2, 3, 0) и D(5, 0, -6) лежат в одной плоскости.</p> |

| | | |
|--|---|--|
| | | 13. Показать, что векторы $\mathbf{a}=-\mathbf{i}+3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}-4\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=-3\mathbf{i}+12\mathbf{j}+6\mathbf{k}$ компланарны. |
| 2. Аналитическая геометрия на плоскости | | |
| 2.1. Системы координат на плоскости. Простейшие задачи в координатах | 14. Аффинная системы координат на плоскости и в пространстве. Преобразование аффинной системы координат. 15. Прямоугольная система координат на плоскости. Преобразование прямоугольной системы координат. 16. Простейшие задачи аналитической геометрии: расстояние между двумя точками; деление отрезка в заданном отношении | 14. Найти площадь квадрата, если даны координаты двух его смежных вершин (1;-2) и (4; 2). 15. Зная прямоугольные координаты вершин треугольника A(1;-2), B(1;1), C(5;-2), найдите длину его медианы CM. 16. Найти, в каком отношении точка C(3;2) делит отрезок AB, если A(0;5), B(-1;6). |
| 2.2. Прямая на плоскости. | 17. Общее уравнение прямой; ее расположение относительно системы координат. 18. Параметрические и канонические уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках. 19. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, заданной точкой и вектором нормали. 20. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. | 17. В прямоугольной декартовой системе координат составьте уравнения биссектрис углов, образуемых прямыми $3x-y+5=0$ и $3x+y-4=0$. 18. Через точку пересечения прямых $3x-y=0$ и $x+4y-2=0$ проведена прямая, перпендикулярная к прямой $2x+7y=0$. Найдите уравнение этой прямой в прямоугольной декартовой системе координат. 19. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x+3y-8=0$ и $5x-y-3=0$ и точку пересечения прямых $4x-3y+3=0$ и $x+y-1=0$. 20. Даны прямоугольные координаты вершин треугольника A(2;0), B(1;1), C(5;4). Найдите длину высоты этого треугольника, проведенной из вершины A. 21. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(1, -2) и левый фокус эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. 22. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(1, 3) и правый фокус гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. 23. Найти расстояние от центра окружности $x^2 + y^2 + 2y = 0$ до прямой $y=4-2x$. |
| 2.3. Кривые второго порядка | 21. Уравнение окружности. Взаимное расположение двух | 24. Составьте уравнение параболы, если известно, что парабола симметрична относительно оси Oy, |

| | | |
|--|---|--|
| | <p>окружностей, окружности и прямой.</p> <p>22. Каноническое уравнение параболы, его свойства.</p> <p>23. Каноническое уравнение эллипса, его свойства.</p> <p>24. Каноническое уравнение гиперболы, его свойства.</p> <p>25. Парабола как график квадратичной функции.</p> <p>26. Гипербола как график обратной пропорциональной зависимости</p> | <p>фокус помещается в точке $F(0;2)$, вершина совпадает с началом координат.</p> <p>25. Составьте каноническое уравнение гиперболы, если длина действительной оси равна 6, гипербола проходит через точку $M(9;4)$.</p> <p>26. Составьте каноническое уравнение эллипса, зная, что длина малой полуоси равна 3, эксцентриситет равен.</p> <p>27. Составьте уравнение окружности с центром в точке $O(5;2)$, касающейся прямой $x-3y+2=0$.</p> <p>28. Написать уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ прямой, отсеченный осями координат.</p> |
| 3. Аналитическая геометрия в пространстве | | |
| 3.1. Плоскость. Способы задания и уравнения плоскости. | <p>27. Способы задания плоскости. Уравнения плоскости.</p> <p>28. Общее уравнение плоскости. Расположение плоскости относительно системы координат. Уравнение плоскости в отрезках.</p> <p>29. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.</p> <p>30. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.</p> | <p>29. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин $A(1; -1;2)$; $B(0;-2;1)$; $C(4;-2;3)$; $D(-5;0;1)$. Составить уравнение грани ABC.</p> <p>30. Плоскость задана своим общим уравнением: $2x+3y+12z-12=0$. Найти площадь треугольника, отсекаемого заданной плоскостью в плоскости xOy.</p> <p>31. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин $A(1; -1;2)$; $B(0;-2;1)$; $C(4;-2;3)$; $D(-5;0;1)$. Найти двугранный угол ABCD.</p> <p>32. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин $A(1; -1;2)$; $B(0;-2;1)$; $C(4;-2;3)$; $D(-5;0;1)$. Найти длину высоты на грань ABC.</p> |
| 3.2. Прямая в пространстве | <p>31. Способы задания прямой в пространстве. Уравнения прямой.</p> <p>32. Угол между двумя прямыми. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.</p> <p>33. Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости.</p> <p>34. Расстояние между скрещивающимися прямыми.</p> | <p>33. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин $A(1; -1;2)$; $B(0;-2;1)$; $C(4;-2;3)$; $D(-5;0;1)$. Найти угол между прямыми AD и BC.</p> <p>34. Найти точку пересечения прямой и плоскости, если прямая задана двумя точками $A(-1; 2; 0)$, $B(-2; 1;1)$, а плоскость задана своим общим уравнением $2x-4y+5z-8=0$</p> <p>35. В прямоугольной декартовой системе координат дан тетраэдр координатами своих вершин $A(1; -1;2)$; $B(0;-2;1)$; $C(4;-2;3)$; $D(-5;0;1)$. Найти угол между прямой AD и ABC.</p> |

| | | |
|---|---|---|
| <p>3.3. Поверхности второго порядка</p> | <p>35. Цилиндрические и конические поверхности. Цилиндр второго порядка.</p> <p>36. Поверхности вращения. Сфера, каноническое уравнение сферы. Эллипсоид, его свойства.</p> <p>37. Однополостный гиперболоид.</p> <p>38. Двуполостный гиперболоид.</p> <p>39. Эллиптический параболоид.</p> <p>40. Гиперболический параболоид</p> | <p>36. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением: $x^2+2y^2+3z^2-24=0$. Определить вид поверхности.</p> <p>37. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением: $x^2+2y^2+3z^2-24=0$. Построить поверхность в прямоугольной системе координат.</p> <p>38. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением: $x^2+2y^2+3z^2-24=0$. Найти точки пересечения данной поверхности с прямой АВ, если $A(-1; 2; 0)$; $B(2; -1; 2)$.</p> <p>39. В прямоугольной системе координат задана сфера своим уравнением $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 16$. Определить, пересекает ли плоскость $2x-4y+5z-1=0$ заданную сферу.</p> <p>40. В прямоугольной декартовой системе координат поверхность задана своим уравнением: $x^2+2y^2-24=0$. Построить поверхность в прямоугольной системе координат.</p> |
|---|---|---|

3 семестр

4. Преобразования плоскости

| | | |
|---|---|---|
| <p>4.1. Движение плоскости. Частные виды движений</p> | <p>1. Движения: определение, свойства, уравнение</p> <p>2. Параллельный перенос и его свойства.</p> <p>3. Центральная симметрия и ее свойства.</p> <p>4. Осевая симметрия и ее свойства.</p> <p>5. Поворот и его свойства.</p> <p>6. Скользящая симметрия и ее свойства</p> | <p>1. Докажите, что прямая, содержащая середины оснований равнобокой трапеции, перпендикулярна основаниям (метод осевой симметрии)</p> <p>2. Две прямые, содержащие точки пересечения диагоналей параллелограмма, пересекают его стороны соответственно в точках М и L, N и К. Докажите, что четырехугольник MNLK – параллелограмм (метод центральной симметрии)</p> <p>3. Через центр равностороннего треугольника проведены две прямые, угол между которыми равен 60° и которые не содержат вершин треугольника. Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные между сторонами треугольника, равны. (метод поворота)</p> |
| <p>4.2. Подобие и гомотетия</p> | <p>7. Подобие: определение, свойства, уравнение</p> <p>8. Гомотетия и ее свойства.</p> | <p>4. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, если $(AB/A_1B_1)=(AC/A_1C_1)= (BM/B_1M_1)$, где BM и B_1M_1 – медианы треугольников.</p> |

| | | |
|--|---|--|
| 4.3. Аффинные преобразования плоскости | 9. Аффинные преобразования. Свойства аффинных преобразований. 10. Перспективно-аффинное преобразование 11. Применение аффинных преобразований к решению задач | 5. Боковые стороны АВ и CD трапеции ABCD продолжены до взаимного пересечения в точке О. Точки Е и F – середины оснований трапеции. Докажите, что точки Е, F, О принадлежат одной прямой (метод аффинных преобразований) |
| 4.4. Инверсия | 12. Инверсия, ее свойства. Построение инверсных точек. 13. Инверсия окружности и прямой. | 6. Построить образ квадрата при инверсии, если центром инверсии является вершина квадрата, а сторона квадрата – ее радиус. |
| 5. Основания геометрии | | |
| 5.1. Проблема пятого постулата. Общие вопросы аксиоматики. Абсолютная геометрия. | 28. Аксиоматическое построение геометрии. «Начала» Евклида. 29. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Абсолютная геометрия. 30. Эквиваленты пятого постулата. | 19. Две параллельные прямые пересечены секущей. Используя аксиоматику Евклида, докажите, что биссектрисы накрест лежащих углов параллельны. 20. Две параллельные прямые пересечены секущей. Используя аксиоматику Евклида, докажите, что биссектрисы односторонних углов перпендикулярны. 21. Две параллельные прямые пересечены секущей. Используя аксиоматику Евклида, докажите, что биссектрисы соответственных углов параллельны |
| 5.2. Системы аксиом | 31. Система аксиом Гильберта ЕЗ, непротиворечивость. 32. Система аксиом Вейля ЕЗ, непротиворечивость. Аксиома параллельности Лобачевского, следствия из нее. 33. Свойства треугольников на плоскости Лобачевского. 34. Свойства четырехугольников на плоскости Лобачевского. | 22. В интерпретации Пуанкаре планиметрии Лобачевского построить равные отрезки. 23. Построить трапецию в интерпретации Пуанкаре планиметрии Лобачевского. 24. На плоскости Лобачевского дан треугольник ABC, где $\angle A=36^\circ$, $\angle B=80^\circ$, $\angle C=50^\circ$. Найти дефект треугольника ABC. 25. Даны две прямые своими уравнениями: $3x-y+1=0$ и $x+3y-2=0$. Используя понятия аксиоматики Вейля, доказать, что прямые взаимно перпендикулярны |

Составитель (и): Позднякова Е.В., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))