

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-04-24 00:00:00

471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан ФИМЭ

А.В. Фомина

«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.11.02 Математический анализ

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

«Математика и Физика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2021

Новокузнецк 2024

Оглавление

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | Цель дисциплины | 3 |
| 1.1 | Формируемые компетенции | 3 |
| 1.2 | Индикаторы достижения компетенций | 3 |
| 1.3 | Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине | 4 |
| 2 | Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации..... | 5 |
| 3 | Учебно-тематический план и содержание дисциплины..... | 6 |
| 3.1 | Учебно-тематический план | 6 |
| 3.2 | Содержание занятий по видам учебной работы | 8 |
| 4 | Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. | 13 |
| 5 | Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины | 15 |
| 5.1 | Учебная литература | 15 |
| 5.2 | Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины..... | 16 |
| 5.3 | Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. | 16 |
| 6 | Иные сведения и (или) материалы. | 17 |
| 6.1 | Примерные темы письменных учебных работ | 17 |
| 6.2 | Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации | 21 |

1 Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является овладение студентами методами: дифференциального и интегрального исчисления; исследования числовых, функциональных и степенных рядов; решения дифференциальных уравнений в объёме, необходимом для изучения всех последующих курсов, использующих аппарат непрерывной математики.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция

ПК 1. Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности.

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

| Наименование вида компетенции | Наименование категории (группы) компетенций | Код и название компетенции |
|-------------------------------|---|---|
| Профессиональная | | ПК 1. Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности. |

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|---|--|---|
| ПК 1. Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности. | ПК 1.1 Проектирует элементы образовательной программы и рабочую программу по математике, формулирует дидактические цели и задачи обучения математике и реализовывает их в учебном процессе, моделирует и реализовывает различные организационные формы обучения математике (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу), планирует и комплексно применяет различные средства обучения математике ПК 1.2 Использует педагогические технологии для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучающихся в предметной области "Математика" ПК 1.3 Демонстрирует владение методикой преподавания по предмету "Математика" различных категорий обу- | Б1.О.10.01 Линейная алгебра Б1.О.10.02 Математический анализ Б1.О.10.03 Геометрия Б1.О.10.04 Теория чисел Б1.О.10.05 Алгебра много-членов Б1.О.10.06 Элементарная математика Б1.О.10.07 Дискретная математика Б1.О.10.08 Теория изображений Б1.О.10.09 Математическая логика Б1.О.10.10 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.11.02 Математические модели физических процессов Б1.О.12 Методика обучения и воспитания по профилю "Математика" |

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|----------------------------|---|---|
| | <p>чающихся в соответствии с основной образовательной программой на основе деятельностного подхода и владения современными педагогическими технологиями</p> <p>ПК 1.4 Использует специальные научные знания для реализации образовательного процесса по математике в системе общего образования</p> | <p>Б1.В.01 Математика в историческом развитии</p> <p>Б1.В.03 Оценивание и мониторинг образовательных результатов обучающегося по математике</p> <p>Б1.В.05 Численные методы</p> <p>Б1.В.07 Решение задач государственной итоговой аттестации по математике</p> <p>Б1.В.09 Математические методы обработки результатов научных исследований</p> <p>Б1.В.ДВ.01.01 Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин</p> <p>Б1.В.ДВ.01.02 Организация проектной деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин</p> <p>Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика</p> <p>Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена</p> <p>Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p> |

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|--|--|--|
| <p>ПК 1. Способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности.</p> | <p>ПК 1.4 Использует специальные научные знания для реализации образовательного процесса по математике в системе общего образования.</p> | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - научное содержание и современное состояние предметной области "Математический анализ", лежащее в основе преподаваемого учебного предмета "Математика"; - методы проведения научного исследования в предметной области "Математический анализ"; <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать научные знания предметной области "Математический анализ" в педагогической деятельности по профилю подго- |

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|----------------------------|--|--|
| | | <p>товки;</p> <p>- применять научные знания предметной области “Математический анализ” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности;</p> <p>Владеть:</p> <p>- методами научного исследования в области математического анализа;</p> <p>- способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Математический анализ”.</p> |

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах | Объём часов по формам обучения | | |
|--|--------------------------------|------|-----|
| | ОФО | ОЗФО | ЗФО |
| 1 Общая трудоемкость дисциплины | 396 | | |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 126 | | |
| Аудиторная работа (всего): | 126 | | |
| в том числе: | | | |
| лекции | 50 | | |
| практические занятия, семинары | 76 | | |
| практикумы | | | |
| лабораторные работы | | | |
| в интерактивной форме | | | |
| в электронной форме | | | |
| Внеаудиторная работа (всего): | | | |
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем | | | |
| подготовка курсовой работы /контактная работа | | | |
| групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем) | 72 | | |
| творческая работа (эссе) | | | |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 198 | | |

| | |
|---|---|
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося | 1 семестр – экзамен (36 ч.); 2 семестр – экзамен (36 ч.); 4 семестр - зачет |
|---|---|

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|------------------|---|---------------------------------|-----------------------------|---|-----|-------------------|--|------------------------|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| лекц. | практ. | лекц. | практ. | | | | | | |
| Семестр 1 | | | | | | | | | |
| | 1. Функции, пределы, непрерывность | | | | | | | | |
| 1 | 1.1 Функция: определение, способы задания. Свойства функций. Элементарные функции и их графики. | 10 | 2 | 2 | 6 | | | Контрольная работа № 1 | |
| 2 | 1.2 Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Непрерывность функции. | 12 | 2 | 4 | 6 | | | Контрольная работа № 1 | |
| | 2. Дифференциальное исчисление | | | | | | | | |
| 3 | 2.1 Производная функции. Геометрический и физический смыслы. Правила дифференцирования и производные элементарных функций. | 12 | 2 | 4 | 6 | | | Контрольная работа № 2 | |
| 4 | 2.2 Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Свойства дифференцируемых функций. | 14 | 2 | 4 | 8 | | | Контрольная работа № 2 | |
| 5 | 2.3 Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы. Асимптоты. Построение графиков функций. Формула Тейлора. | 10 | 2 | 2 | 6 | | | Контрольная работа № 2 | |

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|---------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|----|-----|-------------------|--|-----|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| лекц. | практ. | лекц. | практ. | | | | | | |
| | 3. Интегральное исчисление | | | | | | | | |
| 6 | 3.1 Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. | 14 | 2 | 4 | 8 | | | | Контрольная работа № 3 |
| 7 | 3.2 Интегрирование дробно-рациональных функций, тригонометрических выражений, простейших иррациональностей. | 14 | 2 | 4 | 8 | | | | Контрольная работа № 3 |
| 8 | 3.3 Определенный интеграл, его свойства. Приближенное вычисление определенного интеграла. | 10 | 2 | 2 | 6 | | | | Контрольная работа № 3 |
| 9 | 3.4 Геометрические приложения определенного интеграла. | 12 | 2 | 4 | 6 | | | | Контрольная работа № 3 |
| | Промежуточная аттестация – экзамен | 36 | | | | | | | экзамен |
| ИТОГО по 1 семестру | | 144 | 18 | 30 | 60 | | | | |
| Семестр 2 | | | | | | | | | |
| | 4. Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных | | | | | | | | |
| 11 | 4.1 Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал. | 18 | 4 | 6 | 18 | | | | Контрольная работа № 4 |
| 12 | 4.2 Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. | 18 | 4 | 6 | 20 | | | | Контрольная работа № 4 |
| 13 | 4.3 Двойные интегралы. Криволинейные интегралы. | 16 | 2 | 6 | 20 | | | | Контрольная работа № 4 |
| | 5. Ряды | | | | | | | | |
| 14 | 5.1 Числовые ряды. Функциональные ряды. | 18 | 2 | 6 | 20 | | | | Контрольная работа № 5 |
| 15 | 5.2 Степенные ряды. | 18 | 4 | 6 | 20 | | | | Контрольная работа № 5 |

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|---------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|----|-----|-------------------|--|-----|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| лекц. | практ. | лекц. | практ. | | | | | | |
| | Промежуточная аттестация – экзамен | 36 | | | | | | | экзамен |
| ИТОГО по 2 семестру | | 180 | 16 | 30 | 98 | | | | |
| Семестр 4 | | | | | | | | | |
| | 6. Дифференциальные уравнения | | | | | | | | |
| 16 | 6.1 Дифференциальные уравнения первого порядка, их частные случаи. | 18 | 4 | 4 | 10 | | | | Контрольная работа № 6 |
| 17 | 6.2 Дифференциальные уравнения высших порядков. | 27 | 6 | 6 | 15 | | | | Контрольная работа № 6 |
| 18 | 6.3 Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 27 | 6 | 6 | 15 | | | | Контрольная работа № 6 |
| | Промежуточная аттестация – зачет | | | | | | | | зачет |
| ИТОГО по 4 семестру | | 72 | 16 | 16 | 40 | | | | |
| ВСЕГО | | 396 | 50 | 76 | 198 | | | | |

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-------------------------------------|---|---|
| Семестр 1 | | |
| <i>Содержание лекционного курса</i> | | |
| 1 | Функции, пределы, непрерывность | |
| 1.1 | Функция: определение, способы задания. Свойства функций. Элементарные функции и их графики. | Понятие функции. Способы задания функции. Обзор элементарных функций и их графиков: целая рациональная функция; дробно-рациональная функция; степенная функция; показательная функция; логарифмическая функция. Понятие обратной функции. Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции. Сложная функция. |
| 1.2 | Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Непрерывность | Предел числовой последовательности. Число e . Натуральные логарифмы. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах и их применение. Первый замечательный пре- |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|----------|---|--|
| | функции. | дел. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных на сегменте. |
| 2 | <i>Дифференциальное исчисление</i> | |
| 2.1 | Производная функции. Геометрический и физический смыслы. Правила дифференцирования и производные элементарных функций. | Задачи, приводящие к понятию производной: задача о скорости движущейся точки; задача о наклоне касательной. Определение производной. Правила дифференцирования и производные элементарных функций: вывод общих правил дифференцирования; производные элементарных функций. |
| 2.2 | Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Свойства дифференцируемых функций. | Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Таблица дифференциалов. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Правило Лопиталя. |
| 2.3 | Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы. Асимптоты. Построение графиков функций. Формула Тейлора. | Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы функций. Наибольшее и наименьшее значения функции. Исследование функций на экстремум с помощью второй производной. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Применение формулы Тейлора к элементарным функциям. Приближенные формулы. |
| 3 | <i>Интегральное исчисление</i> | |
| 3.1 | Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. | Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; замена переменной (метод подстановки); интегрирование по частям. |
| 3.2 | Интегрирование дробно-рациональных функций, тригонометрических выражений, простейших иррациональностей. | Интегрирование дробно-рациональных функций: выделение правильной рациональной дроби; интегрирование простейших рациональных дробей; разложение правильной рациональной дроби на простейшие; метод неопределенных коэффициентов; интегрирование правильных рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование простейших иррациональностей. |
| 3.3 | Определенный интеграл, его свойства. Приближенное вычисление определенного интеграла. | Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла: задача о пройденном пути; задача о площади криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|--|--|---|
| | ла. | Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о среднем. Приближенное вычисление определенного интеграла. |
| 3.4 | Геометрические приложения определенного интеграла. | Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление площади в полярных координатах. Вычисление длины дуги и площади поверхности вращения. Вычисление объема. |
| <i>Содержание практических занятий</i> | | |
| 1 | <i>Функции, пределы, непрерывность</i> | |
| 1.1 | Функция: определение, способы задания. Свойства функций. Элементарные функции и их графики. | Функции и способы их задания. Область определения функции. Элементы поведения функции. Элементарные функции. Обратная функция. |
| 1.2 | Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. | Функции целочисленного аргумента. Функции непрерывного аргумента. Бесконечные величины. Признаки существования предела. Нахождение пределов. Сравнение бесконечно малых. |
| 1.3 | Предел функции. Нахождение пределов. Непрерывность функции. | Нахождение пределов. Раскрытие неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции. |
| 2 | <i>Дифференциальное исчисление</i> | |
| 2.1 | Производная функции. Геометрический и физический смыслы. | Производная. Скорость изменения функции. Производная функции. Геометрический смысл производной. |
| 2.2 | Правила дифференцирования и производные элементарных функций. | Дифференцирование функций: степенных, тригонометрических, обратных тригонометрических, логарифмических, показательных. Логарифмическое дифференцирование. Обратные функции. Функции, заданные неявно. |
| 2.3 | Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. | Нахождение дифференциала функции. Нахождение производных и дифференциалов высших порядков. |
| 2.4 | Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Свойства дифференцируемых функций. | Функции, заданные параметрически. Повторное дифференцирование функций, заданных в явном виде и функций, заданных в неявном виде. Дифференциалы высших порядков. |
| 2.5 | Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы. Асимптоты. Построение графиков функций. Формула Тейлора. | Исследование функций и их графиков. Поведение функции. Применение первой производной. Задачи на нахождение наибольших и наименьших значений функций. Применение второй производной: экстремумы. Общее исследование функций и построение их графиков. Формула Тейлора и её применение. |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-------------------------------------|--|--|
| 3 | <i>Интегральное исчисление</i> | |
| 3.1 | Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. | Простейшие приемы интегрирования. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование. |
| 3.2 | Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. | Основные методы интегрирования: интегрирование по частям; замена переменной. |
| 3.3 | Интегрирование дробно-рациональных функций. | Дробно-рациональная функция. Интегрирование дробно-рациональных функций. |
| 3.4 | Интегрирование тригонометрических выражений, простейших иррациональностей. | Интегрирование тригонометрических выражений: интегралы вида: $\int \sin ax \sin bxdx$, $\int \cos ax \cos bxdx$, $\int \sin ax \cos bx dx$. Нахождение интегралов с линейной иррациональностью; интегралов с квадратичной иррациональностью. |
| 3.5 | Определенный интеграл, его свойства. Приближенное вычисление определенного интеграла. | Определенный интеграл и его простейшие свойства. Вычисление интегралов суммированием. Среднее значение функции. Интеграл с переменным пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Приближенные методы. |
| 3.6 | Геометрические приложения определенного интеграла. | Нахождение площадей фигур, длин дуг кривых. |
| 3.7 | Геометрические приложения определенного интеграла. | Нахождение объемов тел вращения. Нахождение площадей поверхностей вращения. |
| | Промежуточная аттестация - экзамен | |
| | Семестр 2 | |
| <i>Содержание лекционного курса</i> | | |
| 4 | <i>Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных</i> | |
| 4.1 | Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал. | Определение функции нескольких переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Понятие области. Основные свойства непрерывных функций двух переменных. Частные производные первого порядка. Полный дифференциал функции. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям. Производные и дифференциал сложной функции. |
| 4.2 | Частные производные и дифференциалы высших | Частные производные высших порядков. Признак полного дифференциала. Дифференциалы высших порядков. |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|--|--|---|
| | порядков. Экстремум функции двух переменных. | Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Метод наименьших квадратов. |
| 4.3 | Двойные интегралы. Криволинейные интегралы. | Определение двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов: случай прямоугольной области; случай произвольной области. Определение криволинейных интегралов, их свойства. Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. |
| 5 | <i>Ряды</i> | |
| 5.1 | Числовые ряды. Функциональные ряды. | Основные понятия. Основные свойства рядов. Положительные ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. |
| 5.2 | Степенные ряды. | Степенной ряд и его область сходимости. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям. |
| <i>Содержание практических занятий</i> | | |
| 4 | <i>Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных</i> | |
| 4.1 | Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. | Область определения функций двух переменных. Предел, непрерывность функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. |
| 4.2 | Функции нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал. | Частные производные. Дифференциалы. Приближенные вычисления. Применения к вычислениям. Дифференцирование сложных функций. Неявно и параметрически заданные функции. |
| 4.3 | Частные производные и дифференциалы высших порядков. | Повторное дифференцирование. Замена переменных. |
| 4.4 | Экстремум функции двух переменных. | Экстремумы функций двух переменных. Наибольшие и наименьшие значения. Условные экстремумы. |
| 4.5 | Двойные интегралы. Криволинейные интегралы. | Двойной интеграл. Прямоугольная область. Произвольная область. Вычисление криволинейных интегралов по длине. Вычисление криволинейных интегралов по координатам. |
| 5 | <i>Ряды</i> | |
| 5.1 | Числовые ряды. Функциональные ряды. | Сходимость числового ряда. Ряды с положительными членами. Ряды с произвольными членами. Абсолютная |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|--|--|---|
| | | сходимость. Сходимость функциональных рядов. Равномерная сходимость. Интегрирование и дифференцирование рядов. |
| 5.2 | Степенные ряды. | Разложение функции в степенные ряды. Интервал сходимости. Вычисление приближенных значений функций. |
| Промежуточная аттестация - экзамен | | |
| Семестр 4 | | |
| <i>Содержание лекционного курса</i> | | |
| 6 | <i>Дифференциальные уравнения</i> | |
| 6.1 | Дифференциальные уравнения первого порядка, их частные случаи. | Основные понятия. Дифференциальное уравнение первого порядка, его общее решение и начальные условия. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. |
| 6.2 | Дифференциальные уравнения высших порядков. | Основные понятия. Случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. |
| 6.3 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных. |
| <i>Содержание практических занятий</i> | | |
| 6.1 | Дифференциальные уравнения первого порядка, их частные случаи. | Уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. |
| 6.2 | Дифференциальные уравнения высших порядков. | Частные случаи уравнений второго порядка. Частные случаи уравнений более высоких порядков. |
| 6.3 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных. Системы дифференциальных уравнений. |
| Промежуточная аттестация - зачет | | |

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы.

Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы |
|--|--------------|--|--|----------------|
| 1 семестр | | | | |
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | 60 | Лекционные занятия (конспект) (9 занятий) | 1 балл - посещение 1 лекционного занятия | 5 - 9 |
| | | Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (15 занятий) | 1 балл - посещение 1 практического занятия до 3 баллов – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы | 17 - 36 |
| | | Контрольные работы (3 работы) | За одну КР: от 0 до 2 баллов (выполнено менее 51% заданий) 3 балла (выполнено 51-67% заданий) 4 балла (выполнено 68 - 84% заданий) 5 баллов (выполнено 85 - 100% заданий) | 9 - 15 |
| Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение) | | | | 31 – 60 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 40 | Устный опрос | 20 баллов (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение) | 20-40 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 20 – 40 |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации | | | | |
| 51 – 100 баллов | | | | |
| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы |
| 2 семестр | | | | |
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | 60 | Лекционные занятия (конспект) (8 занятий) | 1 балл – посещение 1 лекционного занятия | 4 - 8 |
| | | Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (15 занятий) | 1 балл - посещение 1 практического занятия 2-3 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы | 18 - 37 |

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы |
|--|--------------|----------------------------------|--|------------------------|
| 1 семестр | | | | |
| | | Контрольные работы (3 работы) | За одну КР: от 0 до 2 баллов (выполнено менее 51% заданий) 3 балла (выполнено 51-67% заданий) 4 балла (выполнено 68 - 84% заданий) 5 баллов (выполнено 85 - 100% заданий) | 9 - 15 |
| Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение) | | | | 31 – 60 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 40 | Устный опрос | 20 балла (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение) | 20-40 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 20 – 40 |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации | | | | 51 – 100 баллов |

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. — (Бакалавр. Академический курс).— Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/427808>.

Дополнительная учебная литература

1. Бурмистрова, Е. Б. Математический анализ и дифференциальные уравнения [Текст] : учебник для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - Москва : Академия, 2010. - 367 с. - (Университетский учебник. Высшая математика и ее приложения к экономике). - Библиогр.: с. 361-362. – ISBN 9785769562655 Количество: 15

2. Бордовский, Г. А. Физические основы математического моделирования : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Г. А. Бордовский, А. С. Кондратьев, А. Чоудери. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издатель-

ство Юрайт, 2019. — 319 с. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437069>. (Глава 2, с. 101 – 108)

3. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для академического бакалавриата / В. В. Палин, Е. В. Радкевич. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 222 с. — (Бакалавр. Академический курс).— Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/438305>

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»:

| | | |
|-----------------------|--|--|
| Математический анализ | <p>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p> <p>Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья</p> <p>Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран</p> <p>Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС</p> | 654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1 |
|-----------------------|--|--|

5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа № 1

Функции, пределы, непрерывность

Вариант (образец)

1. Найти область определения функций: а) $f(x) = \lg(x + 7) - \frac{1}{2} \lg(2x - 1)$; б) $f(x) = \log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3$.
2. Выяснить, является ли заданная функция четной или нечетной или не является ни четной, ни нечетной: а) $y = x^3 - 2x^5$; б) $y = \frac{3x \cdot \operatorname{tg} 3x}{x^2 + 4}$.
3. Построить графики функций: а) $y = 4 - 4x^2$; б) $y = 4 \sin x$.
4. Изобразить точками на плоскости последовательность, заданную общим членом $a_n = \frac{n+1}{2n}$.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2 - x}{7x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2} - \sqrt{9-2x+x^2}}{x^2 - 3x + 2}$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$; ж) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$.

6. Пользуясь методом замены бесконечно малых эквивалентными, найти пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 10^x}{3^x - 7^x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{\arcsin x}$.

Контрольная работа № 2

Дифференциальное исчисление

Вариант (образец)

1. Найдите производные функций:

1) $y = 5x^6 - \cos x + \operatorname{tg} x$; 2) $y = x^6 - \frac{2}{x^2} + \operatorname{arctg} x$; 3) $y = \ln(\cos 2x - \sqrt{x})$;

4) $y = \cos^2(\sqrt{2x} - 5^{2x})$; 5) $y = \sin 2x \cdot \cos 5x$; 6) $y = e^{2x} \cdot \operatorname{tg}(6x - 1)$;

7) $y = \frac{2 \cos 5x}{\sin^3 2x}$; 8) $y = \frac{13\sqrt{x}}{\sin(2x - 1)}$.

2. Найти производные второго порядка:

1) $y = \sin^2 x$; 2) $y = \sqrt{1 + x^2}$; 3) $y = \ln(2x - 3)$.

3. Исследовать функцию и построить её график:

1) $y = x^3 - 3x$; 2) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2$; 3) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$; 4) $y = x^2 \ln^2 x$.

Контрольная работа № 3

Интегральное исчисление

Вариант (образец)

1. Найти интегралы:

1) $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx$; 2) $\int (x^4 + \sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}) dx$;

3) $\int e^{\cos x} \sin x dx$; 4) $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

2. Вычислить интегралы:

1) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$; 2) $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$; 3) $\int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx$; 4) $\int_1^2 \frac{dx}{x}$;

5) $\int_0^{\pi} \sin x dx$; 6) $\int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx$; 7) $\int_0^4 \left(1 + e^{\frac{x}{4}}\right) dx$; 8) $\int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt{3x+4}}$.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

- 1) $x = 1/2y^2$, $x = 0$, $y = 1$, $y = -3$; 2) $y = x^2$, $y^2 = -x$.
4. Найти объем тела вращения, образованного линиями:
- 1) $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$ вокруг оси Ox ;
- 2) $y = x^3$, $x = 0$, $y = 8$ вокруг оси Oy .

Контрольная работа № 4

Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных

Вариант (образец)

1. Найти область определения функций:
- 1) $z = 4 - x + 2y$; 2) $z = \frac{3}{x^2 + y^2}$.
2. Найти частные производные первого порядка
- 1) $z = 2x^5 + 3x^3y^2 - y^2 - 5x^4y$; 2) $z = \frac{xy}{x - y}$;
- 3) $z = \sin(x + y)$; 4) $z = x^2y + (2x - 3y)^2$.
3. Найти частные производные для функции в указанной точке:
 $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$ в точке $B(1; 1)$.
4. Дана функция $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$. Доказать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}$.
5. Найти указанные частные производные третьего порядка от функции
 $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - ?$ $\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} - ?$ от $z = x^5 + 3y^3 + 2x - y$.
6. Найти полный дифференциал функции $z = 2y + e^{x^2 - y} + 1$.
7. Вычислить интегралы: 1) $\int_0^2 dx \int_0^x 3dy$; 2) $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y)dy$.
8. Поменять порядок интегрирования:
- 1) $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y)dy$; 2) $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y)dy$; 3) $\int_0^1 dx \int_{x^2 - 1}^{\sqrt{1 - x^2}} f(x, y)dy$.
9. Вычислить двойные интегралы по указанным областям G :
- 1) $\iint_G x\sqrt{y} dx dy$, $G: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$; 2
- $\iint_G (x + 2y) dx dy$, $G: y = x^2, y = 0, x + y - 2 = 0$

Контрольная работа № 5

Ряды

Вариант (образец)

1. Выяснить сходимость и найти сумму ряда:

1) $1 + q + q^2 + q^3 + \dots, |q| < 1$; 2) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$;

3) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$; 4) $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$

2. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sin \frac{1}{n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

3. Исследовать на сходимость ряд:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$; 4) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+2^n}$.

4. Исследовать сходимость ряда:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2^n}$.

Контрольная работа № 6

Дифференциальные уравнения

Вариант (образец)

1. Решить дифференциальные уравнения: 1) $x^2 y' + y = 0$; 2) $y' = -\frac{y}{x}$.

2. Найти интегральную кривую уравнения, проходящую через точку M :

1) $xy' = 2y, M(2;3)$; 2) $y'(x^2 - 4) = 2xy, M(0;1)$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $(1 + e^{2x})y^2 \cdot y' = e^x$; 2) $y' + (2y+1)\operatorname{ctg}x = 0$; 3) $xy' + y = e^{-x}$;

4) $xy' = x^3 + y$; 5) $y'x + y = -xy^2$; 6) $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$;

7) $y'' = xe^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$.

4. Проверить, будут ли указанные функции общими решениями для данного дифференциального уравнения: $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$ для $y'' + y = 0$.

5. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям:

1) $y'' + 5y' + 6y = 0; y(0) = 1, y'(0) = -6$; 2) $y'' - 10y' + 25y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 1$.

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задачи |
|---|--|---|
| 1 семестр | | |
| 1. Функции, пределы, непрерывность | | |
| 1.1 Функция: определение, способы задания. Свойства функций. Элементарные функции и их графики. | 1. Понятие функции. Способы задания функции. 2. Элементарные функции и их графиков: целая рациональная функция; дробно-рациональная функция; степенная функция; показательная функция; логарифмическая функция. 3. Понятие обратной функции. 4. Тригонометрические функции. 5. Обратные тригонометрические функции. 6. Сложная функция. | 1. Найти область определения функции $y = \frac{5-\sqrt{x-2}}{\sqrt{5-x}}$. 2. Указать интервалы возрастания и убывания и интервалы постоянства функции $y = x - x$. 3. Найти функцию, обратную данной $y = x^2 - 2x$. 4. Построить график функции $y = 5 \cos 2x$. 5. Выяснить, для какого интервала изменения x справедливо тождество $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$. 6. Построить график функции $y = \cos 2x$ |
| 1.2 Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Непрерывность функции. | 7. Предел числовой последовательности. 8. Число e . Натуральные логарифмы. 9. Предел функции. 10. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. 11. Основные теоремы о пределах и их применение. 12. Первый замечательный предел. 13. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных на сегменте. | 1. Изобразить точками на плоскости последовательность, заданную общим членом: $a_n = \frac{3n+1}{n}$. 2. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$. 3. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{x^2} \right)^{x^4}$. 4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$. 5. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{если } 0 \leq x < 3, \\ 3 - x, & \text{если } 3 \leq x \leq 4, \end{cases}$ в точке $x = 3$. |
| 2. Дифференциальное исчисление | | |
| 2.1 Производная функции. Геометрический и физический смыслы. Пра- | 14. Задачи, приводящие к понятию производной: задача о скорости движущейся точки; за- | 1. Найти производную функции, пользуясь определением производной $y = \sqrt{1+x^2}$. 2. Используя правила и формулы диф- |

| | | |
|--|--|---|
| <p>вила дифференцирования и производные элементарных функций.</p> | <p>дача о наклоне касательной. 15. Определение производной. Правила дифференцирования. 16. Производные элементарных функций: вывод общих правил дифференцирования; производные элементарных функций.</p> | <p>ференцирования, найти производные функций $y = \ln(x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 3})$. 3. Найти производную второго порядка $y = \sin^2 x$.</p> |
| <p>2.2 Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Свойства дифференцируемых функций.</p> | <p>17. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. 18. Дифференциал сложной функции. Таблица дифференциалов. 19. Применение дифференциала для приближенных вычислений. 20. Производные и дифференциалы высших порядков. 21. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. 22. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. 23. Правило Лопиталья.</p> | <p>1. Найти дифференциал функции $y = \sin^2 x$. 2. Найти дифференциал сложной функции $y = \arctg x^2$. 3. Найти с помощью дифференциала приближенное значение выражения $\sqrt[5]{1,02}$. 4. Найти дифференциал третьего порядка функции $y = x^3 + 3x^2 + 4$. 5. Используя правило Лопиталья, найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$.</p> |
| <p>2.3 Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы. Асимптоты. Построение графиков функций. Формула Тейлора.</p> | <p>24. Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы функций. 25. Наибольшее и наименьшее значения функции. 26. Исследование функций на экстремум с помощью второй производной. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функции. 27. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Применение формулы Тейлора к элементарным функциям. Приближен-</p> | <p>1. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{x}{x^2 + 4}$. 2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 8x^2 + 3$ на отрезке $[-2; 2]$. 3. Исследовать функцию и построить график $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$. 4. Разложить многочлен $x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x + 4$ по степеням двучлена $x - 4$.</p> |

| | ные формулы. | |
|---|--|---|
| 3. Интегральное исчисление | | |
| 3.1 Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. | 28. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. 29. Свойства неопределенного интеграла. 30. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; замена переменной (метод подстановки); интегрирование по частям. | 1. Вычислить интеграл $\int (2+5x)^9 dx$. 2. Вычислить интеграл $\int x \cos x dx$. |
| 3.2 Интегрирование дробно-рациональных функций, тригонометрических выражений, простейших иррациональностей. | 31. Интегрирование дробно-рациональных функций: выделение правильной рациональной дроби; интегрирование простейших рациональных дробей; разложение правильной рациональной дроби на простейшие; метод неопределенных коэффициентов; интегрирование правильных рациональных дробей. 32. Интегрирование тригонометрических выражений. 33. Интегрирование простейших иррациональностей. | 1. Вычислить интеграл $\int \frac{2x-1}{2x+3} dx$. 2. Вычислить интеграл $\int \sin 2x \cos 2x dx$. 3. Вычислить интеграл $\int \sqrt{3-7x} dx$. |
| 3.3 Определенный интеграл, его свойства. Приближенное вычисление определенного интеграла. | 34. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла: задача о пройденном пути; задача о площади криволинейной трапеции. 35. Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. 36. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о среднем. 37. Приближенное вы- | 1. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi} \sin x dx$ 2. Вычислить интеграл $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$ 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2, y = 1$. 4. Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}$. |

| | | |
|--|---|--|
| | числение определенного интеграла. | |
| 3.4 Виды несобственных интегралов, их сходимость. | 38. Интегралы с бесконечными пределами. 39. Интегралы от неограниченных функций. | 1. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}.$ 2. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость) $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$ |
| 3.5 Геометрические приложения определенного интеграла. | 40. Вычисление площадей плоских фигур. 41. Вычисление площади в полярных координатах. 42. Вычисление длины дуги и площади поверхности вращения. 43. Вычисление объема. | 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, уравнения которых $y^2 = 2x + 1$ и $x - y - 1 = 0$. 2. Найти длину дуги линии $y = \ln x$ (от $x_1 = \sqrt{3}$ до $x_2 = \sqrt{8}$). 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением параболы $y^2 = 4x$ вокруг своей оси (параболоид вращения), и плоскостью, перпендикулярной к его оси и отстоящей от вершины параболы на расстояние, равное единице. 4. Найти площадь поверхности, образованной вращением параболы $y^2 = 4ax$ вокруг оси абсцисс от вершины до точки с абсциссой $x = 3a$. |

2 семестр

4. Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных

| | | |
|--|---|--|
| 4.1 Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал. | 1. Определение функции нескольких переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. 2. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Основные свойства непрерывных функций двух переменных. 3. Частные производные первого порядка. 4. Полный дифференциал функции. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям. 5. Производные и диф- | 1. Найти область определения функций $z = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}$. 2. Доказать, что функция $z = x^2 + y^2$ непрерывна в любой точке плоскости Oxy . 3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$: $z = x \sin y, \quad x = 1 + 3t, \quad y = \sqrt{1+t^2}.$ 4. Найти значение полного дифференциала функции $z = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ при $x = 3, y = 4, \Delta x = 0,1, \Delta y = 0,2$. |
|--|---|--|

| | | |
|---|---|--|
| | ференциал сложной функции. | |
| 4.2 Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. | 6. Частные производные высших порядков. 7. Дифференциалы высших порядков. 8. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. 9. Метод наименьших квадратов. | 1. Найти частные производные первого порядка $z = x^2 y + (2x - 3y)^2$. 2. Дана функция $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$. Доказать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}$. 3. Найти частные производные второго порядка $z = \ln(x + e^{xy})$. 4. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ для функции $z = e^x \cos y$. 5. Исследовать на экстремум функцию $u = 2x^2 + 6xy + 5y^2 - x + 4y - 5$ |
| 4.3 Двойные интегралы. Криволинейные интегралы. | 10. Определение двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. 11. Вычисление двойных интегралов: случай прямоугольной области; случай произвольной области. 12. Определение криволинейных интегралов, их свойства. Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. | 1. Вычислить двойной интеграл по указанному прямоугольнику $\iint_G (x^2 + y) dx dy$, $1 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$. 2. Вычислить интеграл $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y) dy$. 3. Найдите прямоугольный параллелепипед наибольшего объема при данной сумме $12a$ всех его ребер. |
| 5. Ряды | | |
| 5.1 Числовые ряды. Функциональные ряды. | 13. Основные понятия. Основные свойства рядов. Положительные ряды. 14. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимости. 15. Область сходимости функционального ряда. 16. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. | 1. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$. 2. Выяснить сходимость и найти сумму ряда: $1 + q + q^2 + q^3 + \dots$, $ q < 1$. 3. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n - 1}$. |
| 5.2 Степенные ряды. | 17. Степенной ряд и его область сходимости. Свойства степенных рядов. 18. Разложение функ- | 1. Исследовать ряд на равномерную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n nx}{n^2}$. 2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{n+1}$. |

| | | |
|--|---|---|
| | ций в степенные ряды. Ряд Тейлора. 19. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций. | 3. Разложить в ряд по степеням x функцию $\sin x^2$. |
| 6. Дифференциальные уравнения | | |
| 6.1 Дифференциальные уравнения первого порядка, их частные случаи. | 20. Дифференциальное уравнение первого порядка. Основные понятия, его общее решение и начальные условия. 21. Уравнения с разделяющимися переменными. 22. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. | 1. Найти общее и частное решение уравнения при заданных начальных условиях $x^2 y' + y^2 = 0, y = 1$ при $x = -1$. 2. Решить дифференциальное уравнение $x^2 y' + y = 0$. 3. Решить дифференциальные уравнения $xy' = x^3 + y$. |
| 6.2 Дифференциальные уравнения высших порядков. | 23. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. 24. Случаи понижения порядка дифференциального уравнения. 25. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 1. Решить уравнение: $y'' = xe^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$. 2. Проверить, будет ли указанная функция общим решением для данного уравнения: $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$ для $y'' - y' - 2y = 0$. 3. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям: $y'' - 10y' + 25y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 1$ 4. Найти решение уравнения: $y'' - 9y = 2 - x$. |
| 6.3 Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 26. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. 27. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. 28. Метод вариации произвольных постоянных. | 1. Ускорение прямолинейного движения пропорционально квадрату времени. Найдите зависимость между s и t , если при $t = 0, v = 0, s = 1$ и при $t = 1, s = 2$. 2. Дана струна, закрепленная на концах $x = 0, x = 1$. Пусть в начальный момент форма струны имеет вид ломаной. Найдите форму струны для любого момента времени t , если начальные скорости отсутствуют. 3. Проверить, является ли функция $u = x^2 + 2xy - y^2$ гармонической. |

Составитель (и): Долматова Т. А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))