Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.11.01 Линейная алгебра

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Физика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2021

Новокузнецк 2024

Оглавление

1 Цель дисциплины. 3
1.1 Формируемые компетенции 3
1.2 Индикаторы достижения компетенций 3
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине 4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. 5
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 6
3.1 Учебно-тематический план 6
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы 6
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. 8
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины 9
5.1 Учебная литература 9
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины 10
5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 10
6 Иные сведения и (или) материалы 11
6.1.Примерные темы письменных учебных работ 11
6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации 12

1 Цель дисциплины.

Целью изучения дисциплины является формирование необходимой базы знаний для использования математических методов и математических моделей в решении профессиональных задач, а также развитие математического мышления и культуры у обучающихся. Изучение этого курса дает возможность студентам понять основные подходы к формированию линейных математических моделей, применяемых в различных областях знаний.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция **ПК-1** (способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности)

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Профессиональная		**ПК-1** способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ПК-1 способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности	ПК 1.4 Демонстрирует владение специальными научными знаниями в предметной области “Математика”, позволяющими осуществлять образовательный процесс в данной предметной области в системе основного и среднего общего образования	Б1.О.10.02 Математический анализ Б1.О.10.03 Геометрия Б1.О.10.04 Теория чисел Б1.О.10.05 Алгебра многочленов Б1.О.10.06 Элементарная математика Б1.О.10.07 Дискретная математика Б1.О.10.08 Теория изображений Б1.О.10.09 Математическая логика Б1.О.10.10 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.11.02 Математические модели физических процессов Б1.О.12 Методика обучения и воспитания по профилю "Математика"

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
		Б1.3.01 Математика в историческом развитии Б1.В.03 Оценивание и мониторинг образовательных результатов обучающегося по математике Б1.В.05 Численные методы Б1.В.07 Решение задач государственной итоговой аттестации по математике Б1.В.09 Математические методы обработки результатов научных исследований Б1.В.ДВ.01.01 Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б1.В.ДВ.01.02 Организация проектной деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1 способен использовать специальные научные знания дисциплин профиля "Математика" в педагогической деятельности	ПК 1.4 Демонстрирует владение специальными научными знаниями в предметной области “Математика”, позволяющими осуществлять образовательный процесс в данной предметной области в системе основного и среднего общего образования	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области “Линейная алгебра”, лежащее в основе преподаваемого учебного предмета “Математика” - методы проведения научного исследования в предметной области “линейная алгебра”; Уметь: - использовать научные знания предметной области “Линейная алгебра” в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области “Линейная алгебра” при

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
		разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области линейной алгебры; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Линейная алгебра”

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	144	-	-
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	44		
Аудиторная работа (всего):	44		
в том числе:			
лекции	22		
практические занятия, семинары	22		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	14		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):	100		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	100		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	экзамен		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО						
			Аудиторн. занятия		СРС				
			лекц.	практ.					
Семестр 1									
	1. Теория решения систем линейных уравнений		16	16	52				
1	Матрицы и определители		8	8	26				Контрольная работа № 1
2	Системы линейных уравнений		8	8	26				Контрольная работа № 2
	2. Векторные пространства		6	6	12				
3	Конечномерные векторные пространства		6	6	12				Контрольная работа № 3
	Промежуточная аттестация -	36							экзамен
ИТОГО по семестру …		144	22	22	64				

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 1	
Содержание лекционного курса		
1	Теория решения систем линейных уравнений	
1.1	Определители	Матрица. Перестановки и подстановки. Определители квадратных матриц второго и третьего порядков. Миноры,

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		алгебраические дополнения. Определитель n- го порядка, его свойства и способы вычисления. Определитель транспонированной матрицы. Определитель произведения двух матриц.
1.2	Матрицы	Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Свойства арифметических операций над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Связь с транспонированием. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Ранг матрицы как максимальное количество линейно независимых строк. Применение матриц к решению задач. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы и способы ее нахождения.
1.3	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
1.4	Способы решения систем линейных уравнений	Правило Крамера для систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными, трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Системы линейных уравнений в матричной форме. Решение матричных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение однородных систем.
2	Векторные пространства	
2.1	Конечномерные векторные пространства	Понятие линейного пространства. Вектор как элемент линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Базис линейного конечномерного пространства. Координаты вектора в базисе. Размерность линейного пространства. Матрица перехода от старого базиса к новому. Понятие линейного подпространства линейного пространства.
Содержание практических занятий		
1	Теория решения систем линейных уравнений	
1.1	Определители	Перестановки и подстановки. Определители: формулы для вычисления, свойства определителей.
1.2	Матрицы. Операции над матрицами	Матрицы. Основные понятия и определения, основные виды матриц. Операции над матрицами
1.3	Обратная матрица	Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений
1.4	Ранг матрицы	Минор порядка к для матрицы (определителя). Базисный минор и ранг матрицы, теоремы о рангах.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
1.5	Системы линейных алгебраических уравнений	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
1.6	Решение систем линейных уравнений	Методы нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод)..
1.7	Однородные системы и их решение	Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия и определения. Фундаментальная система решений.
2	Векторные пространства	
2.1	Основные понятия	Понятие векторного пространства над полем. Простейшие свойства векторных пространств. Подпространства векторного пространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка множества векторов.
2.2	Линейная зависимость и независимость системы векторов	Линейная зависимость и независимость системы векторов арифметического n–мерного векторного пространства. Свойства линейной зависимости системы векторов.
2.3	Базис и размерность векторного пространства	Базис и ранг системы векторов. Базис пространства
2.4	Способы построения подпространств	Пересечение и сумма векторных подпространств. Прямая сумма. Критерий прямой суммы подпространств. Линейные многообразия, их свойства.
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	**60**	Лекционные занятия (конспект) (11 занятий)	**1 балла** посещение 1 лекционного занятия	0 - 11
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (11 занятий).	**1 балл** - посещение 1 практического занятия **3 балла** – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	11 - 33

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
		Контрольные работы (3 работы)	**За одну КР** **от 2 до 4 балла** (выполнено 51 - 65% заданий) **5 балла** (выполнено 66 - 85% заданий) **7 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий)	12-21
Итого по текущей работе в семестре				23 - 65
Промежуточная аттестация (зачет)	40	1 вопрос и 2 задачи	**10 балла** (ответ на вопрос) **15 баллов** (решение одной задачи)	10-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				40 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Бурмистрова Е.Б. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е.Б. Бурмистрова, С.Г. Лобанов. - Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт, 2017. - 421 с. - Режим доступа: http://biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-2833187BA668
2. Рудык Б. М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. М. Рудык. - Электронные текстовые данные. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=363158
3. Постников М.М. Линейная алгебра. [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Постников. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 400 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/319

б) дополнительная литература

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/246

2. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра. [Электронный ресурс] : учебник / Л. Я. Окунев. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/289

3. Ильин В.А. Линейная алгебра [Текст] : учебник.- Издание 6-е, стереотипное. – Москва: Физматлит, 2007.-280 с.

4. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - Изд. 5-е ; стер. - Москва; Санкт-Петербург Краснодар : Лань, 2009. - 470 с.

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Линейная алгебра	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1

5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.

6 Иные сведения и (или) материалы

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа №1

Вариант (образец)

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя)

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2 Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду. Указать базисный минор.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

3 Найти матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$.

4. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Контрольная работа №2

Вариант (образец)

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:
1) с помощью обратной матрицы;
2) по правилу Крамера;

2. Решить систему методом Гаусса.
3. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.

1. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 10x_4 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 + 15x_2 + 11x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$

Контрольная работа №3

Вариант (образец)

1. Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a_1}$=(5;2;-3;1), $\mathbf{a_2}$=(4:1;-2;3), $\mathbf{a_3}$=(1;1;-1;-2), $\mathbf{a_4}$=(3;4;-1;2).
2. Найти матрицу перехода от базиса **e1** = (-2, 1, -1) , **e2**= (1, -1, 3), **e3** = (1, 2, -1) к базису **e'1** = (-1, 2, 3) , **e'2** = (2,1 ,2), **e'3** = (0, 2, 1).
3. Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M=x_0+L$, если известны вектор сдвига x_0 и базис a_1, a_2 подпространства L. x_0=(-1;1;0;1), a_1=(1;-5;11;0), a_2=(-3:1;0;11).
4. Даны подпространства $L_1(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\mathbf{a_3})$ и $L_2(b_1,\mathbf{b_2},\mathbf{b_3})$.Найти базисы и размерности подпространств L_1, L_2, $L_1 \cap L_2$, $L_1 + L_2$. $\mathbf{a_1}$=(1,1,1,1), $\mathbf{a_2}$=(1,-1,1,-1), $\mathbf{a_3}$=(1,3,1,3), $\mathbf{b_1}$=(1,2,0,2), $\mathbf{b_2}$=(1,2,1,2), $\mathbf{b_3}$=(3,1,3,1).

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
1. Теория решения систем линейных уравнений		

1.1 Матрицы и определители	1. Перестановки и подстановки. 2. Определители 2-го и 3-го порядка. 2. Определители n-порядка. Свойства определителя. 4. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о каждом члене произведения $a_{ij} \cdot A_{ij}$. Теорема о разложении определителя. 5.Вычисление определителя n-порядка. 6.Операции над матрицами и их свойства. 7.Обратные матрицы. Вычисление обратной матрицы. 8.Ранг матрицы и его вычисление. 9.Теорема о ранге матрицы.	1.Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 2. Найдите матрицу $C = 3A - 4B$, если $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$ 3. Дана матрица $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & a & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$ Найдите минор и алгебраическое дополнение элемента a. 4. Найдите матрицу X, если $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 18 & -1 \end{bmatrix}$ 5. Докажите, что матрица $A = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 6 & -5 & 1 \end{bmatrix}$ имеет обратную и найдите ее. Найдите ранг матрицы A $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 11 & 6 & 1 & 10 \\ 5 & 12 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix}$ 6.
1.2 Системы линейных уравнений	10.Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. 11.Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования системы. 12.Правило Кремера 13.Решение систем с помощью обратной матрицы. 14.Критерий совместности системы линейных уравнений 15.Решение системы линейных уравнений методом	7. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами: 1) с помощью обратной матрицы; 2) по правилу Крамера; $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$ 8.Решите систему $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$

	последовательного исключения неизвестных.	
2. Векторные пространства		
2.1 Конечномерные векторные пространства	16.Определение, примеры и простейшие свойства векторных пространств. 17.Линейная зависимость и независимость системы векторов. 18.Подпространство. Линейная оболочка векторных пространств. 19.Сумма подпространств. 20.Линейные многообразия. 21.Базис и размерность векторного пространства. 22.Изоморфизм векторных пространств.	9.Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a_1}$=(5;2;-3;1), $\mathbf{a_2}$=(4:1;-2;3), $\mathbf{a_3}$=(1;1;-1;-2), $\mathbf{a_4}$=(3;4;-1;2). 10.Найти матрицу перехода от базиса **e1** = (-2, 1, -1) , **e2**= (1, -1, 3), **e3** = (1, 2, -1) к базису **e'1** = (-1, 2, 3) , **e'2** = (2,1 ,2), **e'3** = (0, 2, 1). 11.Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M=x_0+L$, если известны вектор сдвига x_0 и базис a_1, a_2 подпространства L. x_0=(-1;1;0;1), a_1=(1;-5;11;0), a_2=(-3:1;0;11). 12.Даны подпространства $L_1(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\mathbf{a_3})$ и $L_2(b_1,\mathbf{b_2},\mathbf{b_3})$.Найти базисы и размерности подпространств L_1, L_2, $L_1 \cap L_2$, $L_1 + L_2$. $\mathbf{a_1}$=(1,1,1,1), $\mathbf{a_2}$=(1,-1,1,-1), $\mathbf{a_3}$=(1,3,1,3), $\mathbf{b_1}$=(1,2,0,2), $\mathbf{b_2}$=(1,2,1,2), $\mathbf{b_3}$=(3,1,3,1).

Составитель (и): Осипова Л.А.., доцент каф. МФММ

(*фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей)*)