

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-04-24 00:00:00

471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан ФИМЭ

А.В. Фомина

«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.01.01 Линейная алгебра и алгебраические структуры

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2022

Новокузнецк 2024

Оглавление

1	Цель дисциплины.	3
1.1	Формируемые компетенции	3
1.2	Индикаторы достижения компетенций	3
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине	4
2.	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.....	5
3.	Учебно-тематический план и содержание дисциплины.	6
3.1	Учебно-тематический план	6
3.2.	Содержание занятий по видам учебной работы	7
4	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.	9
5	Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины	10
5.1	Учебная литература	10
5.2	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины	11
5.3	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.	11
6	Иные сведения и (или) материалы.	12
6.1.	Примерные темы письменных учебных работ.....	12
6.2	Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	14

1 Цель дисциплины.

Целью изучения дисциплины является формирование необходимой базы знаний для использования математических методов и математических моделей в решении профессиональных задач, а также развитие математического мышления и культуры у обучающихся. Изучение этого курса дает возможность студентам понять основные подходы к формированию линейных математических моделей, применяемых в различных областях знаний.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция **ПК-1** (Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
профессиональные компетенции		ПК-1 (Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач).

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач.	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение	К.М.07.01.01 Линейная алгебра и алгебраические структуры К.М.07.01.02 Геометрия К.М.07.01.03 Математический анализ К.М.07.01.04 Теория чисел К.М.07.01.05 Алгебра многочленов К.М.07.01.06 Элементарная математика К.М.07.01.07 Дискретная математика К.М.07.01.08 Теория изображений К.М.07.01.09 Математическая логика К.М.07.01.10 Теория вероятностей и

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	<p>математическая статистика К.М.07.01.11 Оценивание и мониторинг образовательных результатов обучающегося по математике К.М.07.01.12 Математика в историческом развитии К.М.07.01.13 Численные методы К.М.07.01.14 Математические методы обработки результатов научных исследований К.М.07.02 Методика обучения по профилю "Математика" К.М.07.05(У) Технологическая практика. Стандарты математической подготовки школьников К.М.07.06 Актуальные проблемы обучения математике К.М.07.ДВ.01.01 Решение задач государственной итоговой аттестации по математике К.М.07.ДВ.01.02 Решение конструктивных задач планиметрии К.М.09 Практика К.М.09.02(П) Педагогическая практика. Основная школа К.М.09.03(П) Педагогическая практика. Старшая школа К.М.09.04(Пд) Преддипломная практика К.М.10 Государственная итоговая аттестация К.М.10.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена К.М.10.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p>

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач.	<p>ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в</p>	<p>Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области "Линейная алгебра", лежащее в основе преподаваемого учебного предмета "Математика" - методы проведения научного</p>

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
	соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	исследования в предметной области "линейная алгебра"; Уметь: - использовать научные знания предметной области "Линейная алгебра" в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области "Линейная алгебра" при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области линейной алгебры; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области "Линейная алгебра"

2. Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины	180	-	
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	58		
Аудиторная работа (всего):	58		
в том числе:			
лекции	28		
практические занятия, семинары	30		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	10		
в электронной форме			

Внеаудиторная работа (всего):	86		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	86		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Экзамен	36	

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия	СР С	СР С	Аудиторн. занятия		СР С	
лек ц.	пра кт.	лек ц.	пр акт						
Семестр 1									
	1. Теория решения систем линейных уравнений	52	10	12	30				
1	Матрицы и определители	28	6	6	16				Контрольная работа № 1
2	Системы линейных уравнений	24	4	6	14				Контрольная работа № 2
	2. Векторные пространства	50	10	10	30				
3	Конечномерные векторные пространства	50	10	10	30				Контрольная работа № 3
	3. Алгебраические структуры	42	8	8	26				
4.	Бинарные отношения на множестве		2	2					Контрольная работа № 4
5.	Алгебраические системы		2	2					Контрольная работа № 4

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
Семестр 1									
6.	Группы, кольца и поля		4	4					Контрольная работа № 4
	Промежуточная аттестация -	36							экзамен
ИТОГО по семестру 1		180	28	30	86				

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
Семестр 1		
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1	Теория решения систем линейных уравнений	
1.1	Определители	Матрица. Перестановки и подстановки. Определители квадратных матриц второго и третьего порядков. Миноры, алгебраические дополнения. Определитель n-го порядка, его свойства и способы вычисления. Определитель транспонированной матрицы. Определитель произведения двух матриц.
1.2	Матрицы	Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Свойства арифметических операций над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Связь с транспонированием. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Ранг матрицы как максимальное количество линейно независимых строк. Применение матриц к решению задач. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы и способы ее нахождения.
1.3	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
1.4	Способы решения систем линейных уравнений	Правило Крамера для систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными, трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Системы линейных уравнений в матричной форме. Решение матричных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение однородных систем.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2	Векторные пространства	
2.1	Конечномерные векторные пространства	Понятие линейного пространства. Вектор как элемент линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Базис линейного конечномерного пространства. Координаты вектора в базисе. Размерность линейного пространства. Матрица перехода от старого базиса к новому. Понятие линейного подпространства линейного пространства.
3	3.Алгебраические структуры	
3.1	Бинарные отношения на множестве	Отображение множеств, декартово (прямое) произведение множеств, декартов квадрат, алгебраическая операция (внутренняя и внешняя)
3.2	Алгебраические системы	Алгебраическая операция, свойства, алгебраическая структура, нейтральный и симметрический элементы, мультипликативная и аддитивная формы записи алгебраической операции, закон сокращения
3.3	Группы, кольца и поля	Основные понятия. Определение группы, примеры, свойства. Циклические группы. Определения кольца, примеры, свойства. Определение поля, примеры, свойства.
<i>Содержание практических занятий</i>		
1	Теория решения систем линейных уравнений	
1.1	Определители	Перестановки и подстановки. Определители: формулы для вычисления, свойства определителей.
1.2	Матрицы. Операции над матрицами	Матрицы. Основные понятия и определения, основные виды матриц. Операции над матрицами
1.3	Обратная матрица	Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений
1.4	Ранг матрицы	Минор порядка k для матрицы (определителя). Базисный минор и ранг матрицы, теоремы о рангах.
1.5	Системы линейных алгебраических уравнений	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
1.6	Решение систем линейных уравнений	Методы нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод)..
1.7	Однородные системы и их решение	Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия и определения. Фундаментальная система решений.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2	Векторные пространства	
2.1	Основные понятия	Понятие векторного пространства над полем. Простейшие свойства векторных пространств. Подпространства векторного пространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка множества векторов.
2.2	Линейная зависимость и независимость системы векторов	Линейная зависимость и независимость системы векторов арифметического n -мерного векторного пространства. Свойства линейной зависимости системы векторов.
2.3	Базис и размерность векторного пространства	Базис и ранг системы векторов. Базис пространства
2.4	Способы построения подпространств	Пересечение и сумма векторных подпространств. Прямая сумма. Критерий прямой суммы подпространств. Линейные многообразия, их свойства.
3	3.Алгебраические структуры	
3.1	Бинарные отношения на множестве	Отображение множеств, декартово (прямое) произведение множеств, декартов квадрат, алгебраическая операция (внутренняя и внешняя)
3.2	Алгебраические системы	Алгебраическая операция, свойства, алгебраическая структура, нейтральный и симметрический элементы, мультипликативная и аддитивная формы записи алгебраической операции, закон сокращения
3.3	Группы	Основные понятия. Определение группы, примеры, свойства. Циклические группы.
3.4	Кольца и поля	Определения кольца, примеры, свойства. Определение поля, примеры, свойства.
	Промежуточная аттестация - экзамен	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в	60	Лекционные занятия (конспект)	1 балла посещение 1 лекционного занятия	0 - 16

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы)	1 балл - посещение 1 практического занятия 3 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	18 - 54
		Контрольные работы (4 работы)	За одну КР от 2 до: 3 балла (выполнено 51 - 65% заданий) 4 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 5 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	12-20
Итого по текущей работе в семестре				38 - 90
Промежуточная аттестация (зачет)	40	1 вопрос и 2 задачи	10 балла (ответ на вопрос) 15 баллов (решение одной задачи)	10-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				40 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература Основная учебная литература

1. Бурмистрова Е.Б. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е.Б. Бурмистрова, С.Г. Лобанов. - Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт, 2017. - 421 с. - Режим доступа: <http://biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-2833187BA668>
2. Рудык Б. М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. М. Рудык. - Электронные текстовые данные. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=363158>
3. Постников М.М. Линейная алгебра. [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Постников. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 400 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/319>

б) дополнительная литература

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра. [Электронный ресурс] : учебник / Л. Я. Окунев. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/289>
3. Ильин В.А. Линейная алгебра [Текст] : учебник.- Издание 6-е, стереотипное. – Москва: Физматлит, 2007.-280 с.
4. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - Изд. 5-е ; стер. - Москва; Санкт-Петербург Краснодар : Лань, 2009. - 470 с.

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Линейная алгебра	<p>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная)</p> <p>Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья</p> <p>Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран</p> <p>Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС</p>	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1
------------------	--	--

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>

2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа №1

Вариант (образец)

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя)

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду. Указать базисный минор.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$.

4. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Контрольная работа №2

Вариант (образец)

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:
 - 1) с помощью обратной матрицы;
 - 2) по правилу Крамера;
2. Решить систему методом Гаусса.

3. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.

$$1. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 10x_4 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 + 15x_2 + 11x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

Контрольная работа №3

Вариант (образец)

1. Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$, $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$, $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$, $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$.
2. Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$, $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$ к базису $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$, $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$, $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$.
3. Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M=x_0+L$, если известны вектор сдвига x_0 и базис $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ подпространства L . $x_0=(-1;1;0;1)$, $\mathbf{a}_1=(1;-5;11;0)$, $\mathbf{a}_2=(-3;1;0;11)$.
4. Даны подпространства $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$. Найти базисы и размерности подпространств $L_1, L_2, L_1 \cap L_2, L_1 + L_2$. $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$, $\mathbf{a}_2=(1,-1,1,-1)$, $\mathbf{a}_3=(1,3,1,3)$, $\mathbf{b}_1=(1,2,0,2)$, $\mathbf{b}_2=(1,2,1,2)$, $\mathbf{b}_3=(3,1,3,1)$.

Контрольная работа №4

1. Изобразите на декартовой плоскости $[1; 3] \times (-1; \infty)$.
2. На множестве $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ задано $a \rho b \Leftrightarrow a - b = 2$ бинарное отношение. Найти область определений и область значений этого отношения. Укажите, какими свойствами оно обладает.
3. Является ли данная операция * алгебраической на множестве \mathbb{R} , если $a * b = a^3 \cdot b^2$? Если да, то какими свойствами она обладает?
4. Дана мультипликативная группа, операция задана таблицей Кэли. Для каждого элемента группы найти обратный элемент.

- $a \ b \ c \ d$
- $a \ c \ d \ a \ b$
- $b \ d \ a \ b \ c$
- $c \ a \ b \ c \ d$
- $d \ b \ c \ d \ a$

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
1. Теория решения систем линейных уравнений		
1.1 Матрицы и определители	1. Перестановки и подстановки. 2. Определители 2-го и 3-го порядка. 2. Определители n-порядка. Свойства определителя. 4. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о каждом члене произведения $a_{ij} \cdot A_{ij}$. Теорема о разложении определителя. 5. Вычисление определителя n-порядка. 6. Операции над матрицами и их свойства. 7. Обратные матрицы. Вычисление обратной матрицы. 8. Ранг матрицы и его вычисление. 9. Теорема о ранге матрицы.	1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ Найдите матрицу $C = 3A - 4B$, если $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$ 2. Дана матрица $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & a & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$ 3. Найдите минор и алгебраическое дополнение элемента a . Найдите матрицу X , если $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 18 & -1 \end{bmatrix}$ 4. Докажите, что матрица $A = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 6 & -5 & 1 \end{bmatrix}$ имеет 5. обратную и найдите ее. Найдите ранг матрицы A $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 11 & 6 & 1 & 10 \\ 5 & 12 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix}$ 6.

1.2 Системы линейных уравнений	10.Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. 11.Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования системы. 12.Правило Крамера 13.Решение систем с помощью обратной матрицы. 14.Критерий совместности системы линейных уравнений 15.Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных.	7. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами: 1) с помощью обратной матрицы; 2) по правилу Крамера; $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$ 8.Решите систему $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$
2. Векторные пространства		
2.1 Конечномерные векторные пространства	16.Определение, примеры и простейшие свойства векторных пространств. 17.Линейная зависимость и независимость системы векторов. 18.Подпространство. Линейная оболочка векторных пространств. 19.Сумма подпространств. 20.Линейные многообразия. 21.Базис и размерность векторного пространства. 22.Изоморфизм векторных пространств.	9.Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$, $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$, $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$, $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$. 10.Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$, $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$ к базису $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$, $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$, $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$. 11.Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M=x_0+L$, если известны вектор сдвига x_0 и базис a_1, a_2 подпространства L . $x_0=(-1;1;0;1)$, $a_1=(1;-5;11;0)$, $a_2=(-3;1;0;11)$. 12.Даны подпространства $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$.Найти базисы и размерности подпространств $L_1, L_2, L_1 \cap L_2, L_1 + L_2$. $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$, $\mathbf{a}_2=(1,-1,1,-1)$, $\mathbf{a}_3=(1,3,1,3)$, $\mathbf{b}_1=(1,2,0,2)$, $\mathbf{b}_2=(1,2,1,2)$, $\mathbf{b}_3=(3,1,3,1)$.
3. Алгебраические структуры		
3.1 Бинарные	23.Упорядоченная	13.Изобразите на декартовой плоскости $[1; 3] \times (-1; \infty)$.

отношения	пара. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Способы задания бинарного отношения. 24.Свойства бинарных отношений 25.Классы эквивалентности и их свойства	14.На множестве $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ задано $a\rho b \Leftrightarrow a - b = 2$ бинарное отношение. Найти область определений и область значений этого отношения. Укажите, какими свойствами оно обладает. 15.Заданы множества: $\{(1,4), (1,5), (2,1), (3,2), (4,3)\}$, $\{(1,4), (3,1), (4,3), (5,2)\}$, $\{(1,3), (2,1), (3,4), (4,3), (5,5)\}$, $\{(1,4), (2,1), (3,5), (4,2), (5,3)\}$ Показать, что эти множества представляют собой бинарные отношения на множестве $N = \{1,2,3,4,5\}$. Найти область определений и область значений этих отношений. Задать эти отношения: графически, с помощью орграфа..
3.2 Алгебраически е системы	26.Алгебраическая операция и ее основные свойства. 27.Нейтральный и симметричный элементы.	16.Является ли данная операция $*$ алгебраической на множестве R , если $a * b = a^3 \cdot b^2$? Если да, то какими свойствами она обладает?
3.3. Группы, кольца и поля	28.Группа. Основные свойства. 29.Определения аддитивной и мультипликативной группы. 30.Кольцо. Поле. Примеры.	17.Дана мультипликативная группа, операция задана таблицей Кэли. Для каждого элемента группы найти обратный элемент. • $a \ b \ c \ d$ $a \ c \ d \ a \ b$ $b \ d \ a \ b \ c$ $c \ a \ b \ c \ d$ $d \ b \ c \ d \ a$

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))