

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования

«Кемеровский государственный университет»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан ФИМЭ

А.В. Фомина

«8» февраля 2024 г.

### **Рабочая программа дисциплины**

**Б1.В.ДВ.01.01 Стратегии решения нестандартных задач по  
математике**

Направление подготовки

**44.04.01 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) подготовки

**«Математика в профильном и профессиональном образовании»**

Программа магистратуры

Квалификация выпускника

*магистр*

Форма обучения

*Заочная*

Год набора 2022

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1	Цель дисциплины. ....	3
1.1	Формируемые компетенции .....	3
1.2	Индикаторы достижения компетенций .....	3
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине .....	5
2	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	7
3.	Учебно-тематический план и содержание дисциплины. ....	8
3.1.	Учебно-тематический план .....	8
3.2.	Содержание занятий по видам учебной работы .....	9
4.	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....	10
5.	Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....	11
5.1.	Учебная литература .....	11
5.2.	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины. ....	12
5.3	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....	12
6.	Иные сведения и (или) материалы. ....	13
6.1.	Примерный список задач для контрольной работы .....	13
6.2.	Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	15

## 1 Цель дисциплины.

**Целью изучения дисциплины** является формирование компетенций в области процесса решения нестандартных задач по математике, а также методики его организации в системе профильного и профессионального обучения математике.

В ходе изучения дисциплины будут сформированы компетенции: **УК-1, ПК-1, ПК-2.**

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Универсальная.	Системное и критическое мышление	<b>УК-1</b> Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий
Профессиональная	Математика  Образовательный процесс в предметной области "Математика" в системе среднего общего, среднего профессионального и высшего образования	<b>ПК-1</b> Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика"  <b>ПК-2</b> Способен руководить исследовательской работой обучающихся

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
<b>УК-1</b> Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий	ИУК 1.1. Выявляет проблемную ситуацию в процессе анализа проблемы, определяет этапы ее разрешения с учетом вариативных контекстов. ИУК 1.2. Находит, критически анализирует и выбирает	Б1.О.01.01 Современные проблемы науки и образования Б1.В.ДВ.01.01 Стратегии решения нестандартных задач по математике Б1.В.ДВ.01.02 Организация самостоятельной работы по математике Б2.О.01(У) Учебная практика. Ознакомительная практика

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	<p>информацию, необходимую для выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации.</p> <p>ИУК 1.3. Рассматривает различные варианты решения проблемной ситуации на основе системного подхода, оценивает их преимущества и риски.</p> <p>ИУК 1.4. Грамотно, логично, аргументированно формулирует собственные суждения и оценки. Предлагает стратегию действий.</p> <p>ИУК 1.5. Определяет и оценивает практические последствия реализации действий по разрешению проблемной ситуации.</p>	<p>Б3.01(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p>
<p><b>ПК-1</b> Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика"</p>	<p>ИПК 1.1 Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики в области алгебры, геометрии и математического анализа; практические и прикладные аспекты математики, в том числе математические методы статистики</p> <p>ИПК 1.2 Умеет решать математические задачи соответствующей ступени образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися, олимпиадные, исследовательские задачи; проводить исследования и эксперименты в области математики; организовывать поиск закономерностей и доказательств в частных и общих случаях;</p>	<p>Б1.В.02.01 Избранные главы математического анализа</p> <p>Б1.В.02.02 Избранные главы алгебры и геометрии</p> <p>Б1.В.ДВ.01.01 Стратегии решения нестандартных задач по математике</p> <p>Б1.В.ДВ.01.02 Организация самостоятельной работы по математике</p> <p>Б1.В.ДВ.02.01 Организация научно-исследовательской работы обучающихся по математике</p> <p>Б1.В.ДВ.02.02 Математические методы обработки результатов эксперимента и статистических данных</p> <p>Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика</p> <p>Б3.01(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p> <p>ФТД.02 Дополнительные главы элементарной математики</p>

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	ИПК 1.3 Владеет основными и эвристическими методами решения математических задач в области алгебры, геометрии и математического анализа; навыками организации самостоятельной работы, самоконтроля и самооценки в предметной области “Математика”	
<b>ПК-2</b> Способен руководить исследовательской работой обучающихся	<p>ИПК 2.1 Знает методологию, теоретические основы и технологии исследовательской деятельности обучающихся в системе среднего общего, среднего профессионального и высшего образования</p> <p>ИПК 2.2 Умеет создавать условия для интеллектуального развития обучающихся, мотивировать их деятельность по решению исследовательских и олимпиадных (нестандартных) математических задач, привлекать к активной самостоятельной и исследовательской деятельности в области математики и ее приложений</p> <p>ИПК 2.3 Владеет приемами и технологиями организации исследовательской, самостоятельной и поисковой деятельности обучающихся в области математики и ее приложений; методами математической обработки результатов исследований, экспериментов и статистических данных</p>	<p>Б1.В.ДВ.01.01 Стратегии решения нестандартных задач по математике</p> <p>Б1.В.ДВ.01.02 Организация самостоятельной работы по математике</p> <p>Б1.В.ДВ.02.01 Организация научно-исследовательской работы обучающихся по математике</p> <p>Б1.В.ДВ.02.02 Математические методы обработки результатов эксперимента и статистических данных</p> <p>Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика</p> <p>Б3.01(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p>

### 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закреплённые за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<p><b>УК-1</b> Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</p>	<p>ИУК 1.1. Выявляет проблемную ситуацию в процессе анализа проблемы, определяет этапы ее разрешения с учетом вариативных контекстов.</p> <p>ИУК 1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации.</p> <p>ИУК 1.3. Рассматривает различные варианты решения проблемной ситуации на основе системного подхода, оценивает их преимущества и риски.</p> <p>ИУК 1.4. Грамотно, логично, аргументированно формулирует собственные суждения и оценки. Предлагает стратегию действий.</p> <p>ИУК 1.5. Определяет и оценивает практические последствия реализации действий по разрешению проблемной ситуации.</p>	<p><b>Знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- базовые понятия и определения системного анализа как основы системного подхода;</li> <li>- процедуру проведения системного анализа;</li> <li>- основы современных технологий сбора, обработки и представления информации</li> </ul> <p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выявлять системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы;</li> <li>- применять на практике методы системного анализа для решения поставленных задач;</li> <li>- применять понятийно-категориальный аппарат, основные законы математических наук в социальной и профессиональной деятельности/</li> </ul> <p><b>Владет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками выбора информационных ресурсов для поиска информации в соответствии с поставленной задачей;</li> <li>- навыками систематизации обнаруженной информации, полученной из разных источников, в соответствии с требованиями и условиями задачи.</li> </ul>
<p><b>ПК-1</b> Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика"</p>	<p>ИПК 1.3 Владет основными и эвристическими методами решения математических задач в области алгебры, геометрии и математического анализа; навыками организации самостоятельной работы, самоконтроля и самооценки в предметной области "Математика"</p>	<p><b>Знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- особенности стратегий решения нестандартных задач по математике.</li> </ul> <p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать стратегии решения нестандартных задач по математике</li> </ul> <p><b>Владет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- приемами и методами решения нестандартных задач по математике</li> </ul>
<p><b>ПК-2</b> Способен руководить исследовательской работой обучающихся</p>	<p>ИПК 2.2 Умеет создавать условия для интеллектуального развития обучающихся, мотивировать их</p>	<p><b>Знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методы сбора информации для решения поставленных олимпиадных,</li> </ul>

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
	<p>деятельность по решению исследовательских и олимпиадных (нестандартных) математических задач, привлекать к активной самостоятельной и исследовательской деятельности в области математики и ее приложений</p> <p>ИПК 2.3 Владеет приемами и технологиями организации исследовательской, самостоятельной и поисковой деятельности обучающихся в области математики и ее приложений; методами математической обработки результатов исследований, экспериментов и статистических данных</p>	<p>исследовательских математических задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• научно-методические основы организации процесса решения нестандартных задач по математике;</li> <li>• основные базы данных, электронные библиотеки и электронные ресурсы, необходимые для организации поисковой деятельности по решению нестандартных задач.</li> </ul> <p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• организовать процесс поисковой деятельности по решению нестандартных математических задач обучающихся;</li> <li>• оказать помощь и содействие в поиске информации по полученному заданию, сборе, анализе данных, необходимых для решения поставленных задач;</li> <li>• оценивать качество решения нестандартных математических задач;</li> </ul> <p><b>Владеет:</b></p> <p>- приемами и технологиями организации исследовательской, самостоятельной и поисковой деятельности обучающихся в области математики и ее приложений</p>

## 2 Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объем часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины			108
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			12
Аудиторная работа (всего):			12
в том числе:			
лекции			2
практические занятия, семинары			10
практикумы			

лабораторные работы			
в интерактивной форме			8
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			92
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа/контроль			4
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)			92
4 Промежуточная аттестация обучающегося	зачет		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1. Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость ОФО (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия	СРС	СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
<b>Курс 1</b>									
1-2	Логические задачи. Метод математической индукции	18				1	1	16	Контрольная работа
3-4	Теория делимости при решении нестандартных математических задач	18				1	1	16	Контрольная работа
5-7	Инварианты	18				1	2	15	Контрольная работа
8-10	Принцип Дирихле и комбинаторика	23				1	2	20	Контрольная работа
11-14	Теория игр и нестандартные математические задачи	29					4	25	Контрольная работа



№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость ОФО (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
<b>Курс 1</b>									
	Промежуточная аттестация						4	зачет	
<b>ИТОГО за курс</b>		108				4	10	92	

### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1.	Логические задачи. Метод математической индукции	Математические высказывания. Математические софизмы. Логические текстовые задачи. Эквиваленты принципа математической индукции: принцип наименьшего элемента, принцип обрыва убывающих цепей, принцип обобщенной индукции. Анализ ошибок в рассуждениях по индукции.
2.	Теория делимости при решении нестандартных математических задач	Арифметика остатков и ее применение. Простые числа и использование основной теоремы арифметики в олимпиадных задачах. Простейшие диофантовы уравнения.
3.	Инварианты	Виды инвариантов: четность-нечетность, остатки и делимость, позиционные инварианты, раскраски, геометрические инварианты (длина, площадь, периметр). Математическая задача как задача на поиск инварианта.
4.	Принцип Дирихле и комбинаторика	Обобщенный принцип Дирихле (в дискретном и геометрическом вариантах) и его использование в комбинаторных, дискретных, теоретико-числовых и геометрических задачах. Основные понятия теории графов и их применение при решении олимпиадных задач. Комбинаторные понятия при решении олимпиадных задач.
5.	Теория игр и нестандартные математические задачи	Простейшие виды игр. Игры, в которых выигрыш определен параметрами игры. Игры, допускающие выигрышную стратегию типа “заповедник”. Игры, выигрышная стратегия для которых использует идею симметрии. Игры, допускающие ретроспективный анализ, приводящий к перечню выигрышных позиций.
<i>Содержание практических занятий (семинаров)</i>		
1.	Логические задачи. Метод математической индукции	Математические высказывания. Математические софизмы. Логические текстовые задачи. Эквиваленты принципа математической индукции: принцип наименьшего элемента, принцип обрыва убывающих цепей, принцип

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		обобщенной индукции. Анализ ошибок в рассуждениях по индукции. Задачи, допускающие рассуждения по индукции (доказательство тождеств, неравенств, задачи на делимость, конструктивные построения, комбинаторные и геометрические задачи)
2.	Теория делимости при решении нестандартных математических задач	Арифметика остатков и ее применение. Простые числа и использование основной теоремы арифметики в олимпиадных задачах. Простейшие диофантовы уравнения.
3.	Инварианты	Виды инвариантов: четность-нечетность, остатки и делимость, позиционные инварианты, раскраски, геометрические инварианты (длина, площадь, периметр). Математическая задача как задача на поиск инварианта.
4.	Принцип Дирихле и комбинаторика	Обобщенный принцип Дирихле (в дискретном и геометрическом вариантах) и его использование в комбинаторных, дискретных, теоретико-числовых и геометрических задачах. Основные понятия теории графов и их применение при решении олимпиадных задач. Комбинаторные понятия при решении олимпиадных задач.
5.	Теория игр и нестандартные математические задачи	Простейшие виды игр. Игры, в которых выигрыш определен параметрами игры. Игры, допускающие выигрышную стратегию типа “заповедник”. Игры, выигрышная стратегия для которых использует идею симметрии. Игры, допускающие ретроспективный анализ, приводящий к перечню выигрышных позиций.
	Промежуточная аттестация - <i>зачет</i>	

#### 4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы.

Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (6 недель)
Текущая учебная работа в	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (5 занятий).	<b>2 балла</b> - посещение 1 лекционного занятия.	0 - 10

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (6 недель)
семестре (посещение занятий по расписанию и выполнение заданий).		Практические занятия (семинары) (10 занятий).	<b>2 балла</b> - посещение 1 практического занятия; <b>4 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы (выступление с докладом).	20 - 40
		Контрольная работа	<b>20 баллов</b> (пороговое значение); <b>30 баллов</b> (максимальное значение).	20 - 30
<b>Итого по текущей работе в семестре (50 баллов – пороговое значение).</b>				50 - 80
Промежуточная аттестация (зачет).	20	Устный ответ.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение); <b>20 баллов</b> (максимальное значение).	5-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету).</b>				20 баллов
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.</b>				

## 5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1. Учебная литература

#### *Основная учебная литература*

1. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся [Электронный ресурс] : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. - Электронные текстовые данные. – Москва : Юрайт, 2019. - 460 с. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/metodika-obucheniya-matematike-poiskovo-issledovatel'skaya-deyatelnost-uchaschihsya-434657#page/2> . - Загл. с экрана
2. Дрозина, В. В. Механизм творчества решения нестандартных задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. В. Дрозина. — Электронные текстовые данные. — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 258 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70777> . — Загл. с экрана.

#### *Дополнительная учебная литература*

1. Далингер, В.А. Задачи в целых числах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Далингер ; Омский гос. пед. ун-т.- Электронные текстовые данные. - Омск : ОмГПУ, 2010. - 132 с. - Режим доступа: <https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/3111/read.php> . - Загл. с экрана
2. Далингер, В. А. Задачи с модулями [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Далингер. – Электронные текстовые данные. - Омск : ОмГПУ,

2010. - 360 с. - Режим доступа: <https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/3417/read.php>.

- Загл. с экрана

3. Далингер, В. А. Задачи с параметрами [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Далингер ; Омский гос. пед. ун-т. – Электронные текстовые данные. - Омск : Амфора, 2012. - 961 с. - Режим доступа: <https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/3401/read.php>. - Загл. с экрана

4. Далингер, В. А. Стереометрические задачи на построение [Электронный ресурс] : учебное пособие для пед. вузов / В. А. Далингер ; Омский гос. пед. ун-т. – Электронные текстовые данные. - Омск : ОмГПУ, 2000. - 122 с. с.120 - 122. - Режим доступа: <https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/3424/read.php>. - Загл. с экрана

## 5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Стратегии решения нестандартных задач по математике	<b>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике</b> Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) <b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья <b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран <b>Оборудование:</b> дидактические игры, наборы цифр <b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). <b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС</b>	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 1
---	--	---

## 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru>.
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. Федеральный портал "Информационно-коммуникационные технологии в образовании" - <http://www.ict.edu.ru/>.
4. Сайт Министерства образования и науки РФ. - Режим доступа: <http://www.mon.gov.ru>. Доступ свободный.
5. Сайт Федерального института педагогических измерений. – Режим доступа: <http://www.fipi.ru/>

## **6. Иные сведения и (или) материалы.**

### **6.1. Примерный список задач для контрольной работы**

(в контрольную работу включаются 4 задачи по разным темам)

I.1. Три человека поспорили. Первый сказал: « $2 \times 2 = 5$ , а второй сейчас соврёт», второй возразил: «Вы не правы, но никто из нас не знает, чему равно  $2 \times 2$ , и третий не скажет правды», а третий глубокомысленно заметил: «Если прав ровно один из нас, то остальные не знают правильного результата...». Помогите шедшему мимо прохожему разобраться, знает ли кто-нибудь из них, чему равно  $2 \times 2$ ?

I.2. За круглым столом обедают 2016 человек: некоторые из них всегда говорят правду, а другие всегда лгут. В конце каждый из них высказал слуге своё впечатление об обеде, а слуга, готовя отчёт, записал: «Все гости жаловались на то, что напротив них сидел лжец». Сколько могло быть лжецов за столом, если известно, что слуга искажил мнение двух гостей?

II.1. Двое по очереди закрашивают клетки прямоугольника  $m \times n$ , причём первый закрашивает полосу (горизонтальную или вертикальную) из 3-х клеток, а второй – квадрат  $3 \times 3$ . Проигрывает тот, кто не сможет сделать очередной ход. Кто выиграет при правильной игре?

II.2. Двое по очереди вынимают из корзины с  $n$  шарами 1 или 2 шара. Кто выиграет при правильной игре, если проигравшим считается взявший последний шар?

III.1. На сколько частей разбивают плоскость  $n$  окружностей, никакие 3 из которых не проходят через одну точку и никакие две не касаются друг друга?

III.2. Докажите, что квадрат  $256 \times 256$  с одной вырезанной клеточкой можно покрыть уголками из трёх клеток.

IV.1. При каких  $n \in \mathbb{N}$  верно, что  $2^{2^n} - 1 : 7$  ?

IV.2. Докажите, что  $n!$  делится на  $2^{n/2}$  при  $n$  чётном и на  $2^{(n-1)/2}$  при  $n$  нечётном.

V.1. Докажите, что для любого  $n \in \mathbb{N}$  найдутся два числа Фибоначчи, разность которых делится на  $n$ .

V.2. Круглый торт весом 1 кг. тремя прямолинейными разрезами, ровно два из которых проходят через центр, разделён на части. Докажите, что одна из частей весит не менее  $1/6$  кг.

VI.1. На доске написаны числа  $1, 2, 3, \dots, 2002$ . Разрешается вместо любых двух чисел написать их сумму или произведение. Может ли в конце получиться число  $501^{31}$ ?

VI.2. На складе есть 2001 плита размера  $1 \times 1$  м<sup>2</sup>. Каков максимальный внешний периметр замкнутой дорожки шириной 1 м., которую удастся замостить этими плитами?

VII.1. На белой доске  $3 \times 3$  одну клетку выкрасили в чёрный цвет. Можно ли получить белую доску, несколько раз меняя на противоположные цвета клеток в любых прямоугольниках  $2 \times 3$  или  $3 \times 2$ ?

VII.2. Докажите, что 20-тизначное число, в записи которого все цифры участвуют дважды, не может быть простым.

VIII.1. В коробке лежат попарно различные кубики, на 5-ти из которых написана буква «м» и на 6-ти – «а». Сколькими способами можно из кубиков сложить слово «мама»?

VIII.2. Сколько существует 4-значных чисел, не делящихся на 1000, у которых первая и последняя цифры чётны?

IX.1. Какое наименьшее число авиалиний нужно открыть в стране из  $n$  городов, чтобы из каждого города можно было долететь (с пересадками) до любого другого?

IX.2. Имеется 20 задач: 10 – первого уровня, 6 – второго и 4 – третьего. Сколько вариантов контрольной работы можно составить из них, если в каждом должно быть не менее 2-х задач третьего уровня, 3-х – второго и 5-ти – первого?

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы к зачету

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы
<b>1 семестр</b>	
Логические задачи. Метод математической индукции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Математическое высказывание. Примеры утверждений, не являющихся математическими высказываниями и некоторых связанных с ними парадоксов.</li> <li>2. Метод математической индукции. Применение к доказательству тождеств. Примеры.</li> <li>3. Метод математической индукции. Применение в задачах на делимость чисел. Примеры.</li> <li>4. Метод математической индукции. Применение к доказательству неравенств. Примеры.</li> <li>5. Метод математической индукции. Применения к задачам комбинаторной геометрии. Примеры.</li> </ol>
Теория делимости при решении нестандартных математических задач	<ol style="list-style-type: none"> <li>6. Простейшие понятия, связанные с делимостью, свойства делимости нацело, арифметика остатков.</li> <li>7. Простейшие методы решения некоторых диофантовых уравнений.</li> <li>8. Простые числа. Их свойства и остатки при делении на 2, 3, 4, 6, 8 с примерами использования в задачах.</li> <li>9. Основная теорема арифметики и простейшие примеры её использования в задачах.</li> <li>10. Метод бесконечного спуска и его использование при решении некоторых диофантовых уравнений.</li> </ol>
Инварианты	<ol style="list-style-type: none"> <li>11. Понятие инварианта. Виды инвариантов. Примеры решения задач.</li> <li>12. Делимость как инвариант. Примеры решения задач.</li> <li>13. Раскраска как инвариант. Примеры решения задач на замощение фигур.</li> <li>14. Площадь и периметр как инвариант. Примеры решения задач.</li> <li>15. Бариецентрические координаты. Применение к решению задач на переливание жидкостей.</li> </ol>
Принцип Дирихле и комбинаторика	<ol style="list-style-type: none"> <li>16. Принцип Дирихле. Применение к комбинаторным задачам. Примеры.</li> <li>17. Принцип Дирихле. Применение к задачам теории чисел. Примеры.</li> <li>18. Геометрическая формулировка принципа Дирихле. Примеры решения задач.</li> <li>19. Первоначальные понятия комбинаторики (размещения, размещения с повторениями, сочетания, биномиальные коэффициенты) и их использование при решении задач.</li> <li>20. Первоначальные понятия теории графов (степень вершины, связность графа, компоненты связности графа, дерево, изоморфизм графов) и простейшие примеры их использования при решении задач.</li> <li>21. Лемма о рукопожатиях и её использование при решении задач.</li> <li>22. Критерий уникальности и эйлеровости плоского графа.</li> <li>23. Формула Эйлера и её использование при решении задач.</li> </ol>
Теория игр и нестандартные математические задачи	<ol style="list-style-type: none"> <li>24. Игры. Выигрышные стратегии. Примеры решения игр с predetermined outcome.</li> <li>25. Игры. Выигрышные стратегии. Использование симметрии для нахождения выигрышной стратегии.</li> </ol>

	26. Игры. Выигрышные стратегии. Использование «заповедника» для нахождения выигрышной стратегии. 27. Игры. Выигрышные стратегии. Метод регрессионного анализа
--	--

Составитель (и): Фомина А.В., доцент каф. МФММ

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*