

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.01.09 Теория вероятностей

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«**Математика и Информатика**»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная, заочная

Год набора 2023

Новокузнецк 2024

Лист внесения изменений
в РПД К.М.07.01.09 Теория вероятностей
(код по учебному плану, название дисциплины)

Сведения об утверждении:

утверждена Ученым советом факультета информатики, математики и экономики
(протокол Ученого совета факультета № 8 от 08.02.2024г.)

для ОПОП 2023 года набора на 2024 / 2025 учебный год
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями
подготовки)

(код и название направления подготовки)

направленность (профиль) программы «Математика и Информатика»

Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____
протокол методической комиссии факультета № __ от __. __.20__ г.)

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры математики, физики и математического
моделирования

протокол № __ от __. __.20__ г. _____ Решетникова Е.В.

Оглавление

_Гос137990753

| | |
|---|----|
| 1 Цель дисциплины | 4 |
| Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки | 4 |
| 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. | 4 |
| 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины..... | 5 |
| 3.1 Учебно-тематический план | 5 |
| 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации..... | 6 |
| 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. | 7 |
| 5.1 Учебная литература | 7 |
| 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины..... | 8 |
| 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы..... | 8 |
| 6 Иные сведения и (или) материалы..... | 8 |
| 6.1.Примерные темы письменных учебных работ | 8 |
| 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации | 10 |

1 Цель дисциплины.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|---|--|---|
| ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач | ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные | Знать: - структуру, состав и дидактические единицы математического анализа как учебного предмета; Уметь: - осуществлять отбор учебного содержания математического анализа для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО; Владеть: - методами, приемами решения задач математического анализа и технологией обучения решению таких задач в школьном курсе математики |

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах | Объём часов по формам обучения | |
|---|--------------------------------|-----|
| | ОФО | ЗФО |
| 1 Общая трудоёмкость дисциплины | 72 | 72 |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 32 | 12 |
| Аудиторная работа (всего): | 32 | 12 |
| в том числе: | | |
| лекции | 14 | 4 |
| практические занятия, семинары | 18 | 8 |
| практикумы | | |
| лабораторные работы | | |
| Внеаудиторная работа (всего): | | |
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем | | |
| подготовка курсовой работы (проекта) /контактная работа ¹ | | |
| групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную рабо- | | 4 |

| | | |
|---|----|----|
| ту обучающихся с преподавателем) | | |
| творческая работа (эссе) | | |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 40 | 56 |
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося – 7 семестр – зачет | | |

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной / заочной форм обучения

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) Очно/ заочно | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|------------------------------|--|--|-----------------------------|-----|-----|-------------------|-----|-----|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | СРС | СРС | Аудиторн. занятия | СРС | СРС | |
| лекц. | пра кт. | лек ц. | пра кт. | | | | | | |
| Семестр 7 | | | | | | | | | |
| 1. Случайные события | | | | | | | | | |
| 1 | Основные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности. Относительная частота. Геометрическое определение вероятности. | 10/10 | 2 | 2 | 6 | 1 | 1 | 8 | Домашняя контрольная работа № 1 |
| 2 | Теоремы сложения и умножения вероятностей. Следствия теорем сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. | 12/10 | 2 | 4 | 6 | 1 | 1 | 8 | Домашняя контрольная работа № 1 |
| 2. Случайные величины | | | | | | | | | |
| 3 | Случайные величины. Задание дискретной случайной величины (законы распределения). Числовые характеристики дискретной случайной величины. Закон больших чисел. | 10/10 | 2 | 2 | 6 | 1 | 1 | 8 | Домашняя контрольная работа № 2 |
| 4 | Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. | 12/11 | 2 | 4 | 6 | | 1 | 10 | Домашняя контрольная работа № 2 |
| 5 | Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Основные законы распределения непрерывной случайной величины. | 12/12 | 2 | 2 | 8 | | 2 | 10 | Домашняя контрольная работа № 2 |
| 6 | Система двух случайных величин. Условные законы распределения. Числовые характеристики системы двух случайных | 16/15 | 4 | 4 | 8 | 1 | 2 | 12 | Домашняя контрольная работа № 2 |

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) Очно/ заочно | Трудоёмкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|--------------|---------------------------------------|--|-----------------------------|----|-----|-------------------|---|-----|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| лекц. | практ. | лекц. | практ. | | | | | | |
| | величин. | | | | | | | | |
| | Промежуточная аттестация | -/4 | | | | | | 4 | зачет |
| ВСЕГО | | 72 | 14 | 18 | 40 | 4 | 8 | 60 | |

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы <i>max</i> |
|--|--------------|--|---|---------------------|
| 7 семестр | | | | |
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | 80 | Лекционные занятия (конспект) (7 занятий) | 2 балла - посещение 1 лекционного занятия | 14 |
| | | Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (9 занятия). | 1 балл - посещение 1 практического занятия до 4 баллов – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы | 46 |
| | | Контрольные работы (2 работы) | За одну КР: от 0 до 4 баллов (выполнено менее 51% заданий) от 5 до 6 баллов (выполнено 51-67% заданий) от 7 до 8 баллов (выполнено 68 - 84% заданий) от 9 до 10 баллов (выполнено 85 - 100% заданий) | 20 |
| Итого по текущей работе в семестре (41 балл – пороговое значение) | | | 41 – 80 | |
| Промежуточная аттестация (зачет) | 20 | Устный опрос | 10 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение) | 10-20 |
| Итого по промежуточной аттестации (зачет) | | | | 10 - 20 |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов | | | | |

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу и контрольную работу выдается на установочной сессии.

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Кательников, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. В. Кательников, Ю. В. Шапарь ; науч. ред. И. А. Шестакова ; Министерство образования и науки РФ, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - 2-е изд., перераб. - Электронные текстовые данные. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276210>
2. Теория вероятностей и математическая статистика. Математические модели [Электронный ресурс] : учебник для академического бакалавриата / В. Д. Мятлев, Л. А. Панченко, Г. Ю. Ризниченко, А. Т. Терехин. — 2-е изд., испр. и доп. — Электронные текстовые данные. - Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 321 с. — (Университеты России). — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/3BE3DA5E-63AD-4D81-ABC6-8B5C7744D7B3>

Дополнительная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие . - 12-е издание, переработанное. - М. : Высшее образование [и др.], 2009. - 479 с. - (Основы наук). - Гриф МО "Рекомендовано". - ISBN 978-5-9692-0391-4
2. Долматова, Т. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие для бакалавров / Т. А. Долматова ; Минобрнауки России, ФГБОУ ВПО "Кузбасская государственная педагогическая академия". - Новокузнецк : [РИО КузГПА], 2014. - 102 с.
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. С. Мхитарян [и др.] ; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - Электронные текстовые данные. — Москва : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=451329>
4. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. А. Гулай [и др.]. - 2-е изд., доп. – Эл. текстовые данные. - Ставрополь : АГРУС, 2013. - 260 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=514780>

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

| | | |
|---------------------|---|---|
| Теория вероятностей | 309, 310, 325 Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС | 654000, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19, корпус 4 |
|---------------------|---|---|

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Домашняя контрольная работа № 1

Случайные события

Вариант (образец)

1. Из 20 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 17. Найти вероятность того, что студент ответит правильно на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов.

2. В урне имеется 5 черных и 7 красных шаров. Последовательно (без возвращения) извлекается три шара. Найти вероятность того, что: а) все три шара будут красными; б) три шара будут красными или черными.

3. Мышь может выбрать наугад один из 5 лабиринтов. Известно, что вероятности её выхода из различных лабиринтов за три минуты равны: 0,5; 0,6; 0,2; 0,1; 0,1. Пусть оказалось, что мышь вырвалась из лабиринта через три минуты. Какова вероятность того, что она выбрала: а) первый лабиринт; б) второй лабиринт?

4. На каждой из 5 одинаковых карточек написана одна из следующих букв: А, Е, Н, С, Т. Карточки перемешиваются. Определить вероятность того, что из вынутых и положенных в ряд карточек а) можно составить слово «СТЕНА», б) из трех карточек можно составить слово «НЕТ».

5. Для поражения цели достаточно попадания хотя бы одного снаряда. Произведено два залпа из двух орудий. Найти вероятность поражения цели, если вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,46, из второго – 0,6.

6. На отдельных карточках написаны цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все карточки перемешиваются, после чего наугад берут 5 карточек и раскладывают их в ряд. Определить вероятность того, что будет получено число 12035.

7. Три экономиста предложили одновременно три экономические теории, которые считаются равновероятными. После наблюдения над состоянием экономики оказалось, что вероятность того развития, которое она получила на самом деле, в соответствии с первой теорией была равна 0,5; со второй – 0,7; с третьей – 0,4. Каким образом это изменяет вероятности правильности трех теорий?

8. В магазине имеется в продаже 20 пар обуви, из которых 7 пар 42-го размера. Найти вероятность того, что из 8 покупателей 3 выберут обувь 42-го размера.

9. В первом ящике из 6 шаров 4 красных и 2 черных, во втором – из 7 шаров 2 красных и 5 черных. Из первого ящика во второй переложили один шар, затем из второго в первый переложили один шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный после этого из первого ящика, - черный.

10. Программа экзамена состоит из 30 вопросов. Из 20 студентов группы 8 человек выучили все вопросы, 6 человек – по 25 вопросов, 5 человек – по 20 вопросов, а один человек – 10 вопросов. Определить вероятность того, что случайно вызванный студент ответит на два вопроса билета.

Домашняя контрольная работа № 2

Случайные величины

Вариант (образец)

1. Дана интегральная функция распределения: $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$, $M(X)$, $\sigma(X)$, $D(X)$.

2. НСВ X задана функцией распределения $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ (1/\pi)(x - 0,5 \sin 2x) & \text{при } 0 < x \leq \pi, \\ 1 & \text{при } x > \pi. \end{cases}$$

1) Найти плотность вероятности.

2) Построить графики $f(x)$, $F(x)$. 3) Найти вероятность попадания СВ X в интервал $(0; \pi/2)$.

3. НСВ X имеет плотность вероятности $f(x) = C/(1+x^2)$. Найти:

а) постоянную C ; б) функцию распределения $F(x)$; в) вероятность попадания в интервал $-1 < X < 1$; г) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

4. Найти $M(X)$ и $\sigma(X)$ НСВ, имеющей плотность вероятности $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{18}}$. Указать интервал, симметричный относительно $M(X)$, в который попадает СВ X с вероятностью $p = 0,9973$.

5. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка при одном выстреле 0,5, для второго – 0,4. ДСВ X – число попаданий в мишень. Найти закон распределения X ; построить многоугольник распределения; найти вероятность $X \geq 1$.

6. НСВ X распределена нормально с математическим ожиданием

$a = 10$. Вероятность попадания СВ X в интервал $(10; 20)$ равна 0,3. Чему равна вероятность попадания НСВ X в интервал $(0; 10)$?

7. Производятся 20 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,2. Найти дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях.

8. ДСВ X – число мальчиков в семьях с пятью детьми. Предполагают равновероятное рождение мальчика и девочки. Найти закон распределения СВ X . Построить многоугольник распределения.

9. Случайные величины X и Y заданы законами распределений. Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ X и Y . Составить законы распределения случайных величин $Z = X + Y$; $V = XY$. Построить многоугольник распределения вероятностей СВ Z . Найти математическое ожидание и дисперсию СВ $W = 2X - 4Y$.

| | | | |
|-------|-----|-------|-----|
| x_i | -1 | 3 | 4 |
| p_i | 0,2 | p_2 | 0,6 |

| | | |
|-------|-----|-----|
| y_i | 2 | 5 |
| q_i | 0,4 | 0,6 |

10. НСВ задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания СВ X в интервал $(a; b)$; б) дифференциальную функцию (плотность вероятности) $f(x)$; в) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ X ; г) построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{\pi^2}, & 0 < x \leq \pi, \quad a = 1, b = 2. \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

8/7 семестр – зачет

| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задачи |
|--|--|---|
| 7 семестр | | |
| 1. Случайные события | | |
| Основные понятия теории вероятностей. Определения вероятности. | 1. Основные понятия теории вероятностей: испытание и событие. Виды случайных событий. 2. Классическое определение вероятности. 3. Относительная частота. Статистическое определение вероятности. 4. Геометрические вероятности. | 1. В коробке шесть одинаковых пронумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все шесть кубиков. Найти вероятность того, что кубики появятся в возрастающем порядке. 2. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры. 3. Для определения всхожести пшеницы посеяли две серии по 200 зерен. Получено соответственно 189 и 193 всхода. Какова относительная частота всхожести в каждой серии? Чему равна процентная всхожесть пшеницы? 4. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. |
| Теоремы сложения и умножения вероят- | 5. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. | 1. Круговая мишень состоит из трех зон. Вероятность попадания в первую зону при одном выстреле 0,15, во вторую – 0,23, в третью – |

| | | |
|---|--|--|
| ностей. | Полная группа событий. Противоположные события. 6. Произведение событий. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. 7. Вероятность появления хотя бы одного события. | 0,17. Найти вероятность промаха. 2. Игральная кость брошена четыре раза. Найти вероятность того, что каждый раз выпала цифра 1. 3. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трех выстрелах равна 0,875. Найти вероятность попадания при одном выстреле. |
| Следствия теорем сложения и умножения вероятностей. | 8. Следствия теорем сложения и умножения вероятностей: теорема сложения вероятностей совместных событий; формула полной вероятности. 9. Формулы Байеса. | 1. В вычислительной лаборатории имеются 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет наугад выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя. 2. В некотором коллективе среди мужчин курящих 30%, среди женщин курящих 10%. Наугад выбранное лицо курит. По данной информации найти процентное соотношение мужчин и женщин в этом коллективе. |
| Повторение испытаний. | 10. Повторение испытаний. Формула Бернулли. 11. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. | 1. У шести животных имеется заболевание, причем вероятность выздоровления равна 0,98. Какова вероятность того, что: а) выздоровят все шестеро животных; б) не выздоровит ни одного; в) выздоровят только пятеро? 2. Найти приближенно вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2. |
| 2. Случайные величины | | |
| Случайные величины. Задача дискретной случайной величины. | 12. Виды случайных величин. Дискретная случайная величина (ДСВ). Закон распределения вероятностей ДСВ. 13. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. | 1. Стрелок производит три выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,4. За каждое попадание стрелку засчитывается 5 очков. Построить ряд распределения числа выбитых очков. 2. Среди семян ржи имеется 0,4% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 5000 семян обнаружить 5 семян сорняков? |
| Числовые характеристики дискретной случайной величины. | 14. Числовые характеристики ДСВ: математическое ожидание; дисперсия; среднее квадратическое отклонение. 15. Свойства числовых характеристик. Вероятностный смысл математического ожидания. | 1. ДСВ X принимает три возможных значения: $x_1=4$ с вероятностью $p_1=0,5$; $x_2=6$ с вероятностью $p_2=0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти значения x_3 и p_3 , зная, что $M(X)=8$. 2. Найти математическое ожидание СВ $Z=X+2Y$, если известны математические ожидания СВ X и Y : $M(X)=5$, $M(Y)=3$. |
| Закон больших чисел. | 16. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы Чебышева. | 1. Вероятность появления события A в каждом испытании равна $\frac{1}{2}$. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что число X появлений события A заключено в пределах |

| | | | | | | | | | | |
|---|--|--|-----|-----|---|----|-----|-----|-----|-----|
| | 17. Теорема Бернулли. | от 40 до 60, если будет произведено 100 независимых испытаний. 2. Дано: $P(X - M(X) < \varepsilon) \geq 0,9$ и $D(X) = 0,009$. Используя неравенство Чебышева, оценить ε снизу. | | | | | | | | |
| Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. | 18. Непрерывная случайная величина (НСВ). Функция распределения вероятностей случайной величины. График функции распределения. 19. Плотность распределения вероятностей НСВ. Вероятность попадания НСВ в заданный интервал. Свойства плотности распределения. 20. Закон равномерного распределения вероятностей. | 1. СВ задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$ Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу $(0,25, 0,75)$. 2. ДСВ X задана законом распределения <table border="1" data-bbox="896 658 1406 730"> <tr> <td>X</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>p</td> <td>0,5</td> <td>0,4</td> <td>0,1</td> </tr> </table> Построить график функции распределения этой величины. 3. Производится один опыт, в котором может появиться или не появиться событие A . Вероятность события A равна 0,3. СВ X – число появлений события A в опыте. Найти её функцию распределения. | X | 2 | 6 | 10 | p | 0,5 | 0,4 | 0,1 |
| X | 2 | 6 | 10 | | | | | | | |
| p | 0,5 | 0,4 | 0,1 | | | | | | | |
| Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины. | 21. Числовые характеристики НСВ: мода, медиана, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. 22. Показательное распределение. Нормальное распределение. | 1. СВ X задана плотностью распределения $f(x)=2x$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $f(x)=0$. Найти математическое ожидание. 2. СВ X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение X соответственно равны 20 и 10. Найти вероятность того, что отклонение по абсолютной величине будет меньше трех. | | | | | | | | |
| Система двух случайных величин. Условные законы распределения. | 23. Система двух случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. 24. Функция распределения двумерной случайной величины, её свойства. Двумерная плотность вероятности. 25. Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин и системы непрерывных случайных величин. | 1. Задана функция распределения двумерной СВ: $F(x, y) = \begin{cases} \sin x \cdot \sin y & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } y < 0 \end{cases}$ Найти вероятность попадания случайной точки (X, Y) в прямоугольник, ограниченный прямыми $x = 0, x = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{6}, y = \frac{\pi}{3}$. 2. Задана функция распределения двумерной СВ: $F(x, y) = \begin{cases} 1 - 3^{-x} - 3^{-y} + 3^{-x-y} & \text{при } x \geq 0, y \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } y < 0 \end{cases}$ Найти двумерную плотность вероятности системы $f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$. 3. Задано распределение вероятностей дискретной двумерной СВ: <table border="1" data-bbox="849 2007 1370 2074"> <tr> <td>Y</td> <td colspan="3">X</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3</td> <td>10</td> <td>12</td> </tr> </table> | Y | X | | | | 3 | 10 | 12 |
| Y | X | | | | | | | | | |
| | 3 | 10 | 12 | | | | | | | |

| | | <table border="1"> <tr> <td>4</td> <td>0,17</td> <td>0,13</td> <td>0,25</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0,10</td> <td>0,30</td> <td>0,05</td> </tr> </table> <p>Найти законы распределения составляющих X и Y.</p> | 4 | 0,17 | 0,13 | 0,25 | 5 | 0,10 | 0,30 | 0,05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|--|------|------|------|------|----|------|------|------|------|------|------|---|------|------|------|-----|-----|--|--|--|---|---|---|---|---|------|------|------|------|---|------|------|------|------|---|------|------|------|------|
| 4 | 0,17 | 0,13 | 0,25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 0,10 | 0,30 | 0,05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Числовые характеристики системы двух случайных величин. | <p>26. Числовые характеристики систем двух случайных величин.</p> <p>27. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Линейная корреляция.</p> | <p>1. Закон распределения двумерной ДСВ задан таблицей:</p> <table border="1"> <tr> <th rowspan="2">X</th> <th colspan="3">Y</th> </tr> <tr> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0,15</td> <td>0,40</td> <td>0,05</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0,20</td> <td>0,10</td> <td>0,10</td> </tr> </table> <p>Найти коэффициент корреляции r_{xy}.</p> <p>2. Двумерная СВ (X, Y) задана законом распределения:</p> <table border="1"> <tr> <th rowspan="2">X</th> <th colspan="4">Y</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0,07</td> <td>0,04</td> <td>0,11</td> <td>0,11</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0,08</td> <td>0,11</td> <td>0,06</td> <td>0,08</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0,09</td> <td>0,13</td> <td>0,10</td> <td>0,02</td> </tr> </table> <p>Проверить, зависимы ли X и Y.</p> | X | Y | | | -1 | 0 | 1 | 0 | 0,15 | 0,40 | 0,05 | 1 | 0,20 | 0,10 | 0,10 | X | Y | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 0,07 | 0,04 | 0,11 | 0,11 | 2 | 0,08 | 0,11 | 0,06 | 0,08 | 3 | 0,09 | 0,13 | 0,10 | 0,02 |
| X | Y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | -1 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0,15 | 0,40 | 0,05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0,20 | 0,10 | 0,10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| X | Y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0,07 | 0,04 | 0,11 | 0,11 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 0,08 | 0,11 | 0,06 | 0,08 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 0,09 | 0,13 | 0,10 | 0,02 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Составитель (и): Долматова Т.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))