

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«08» февраля 2024 г.

## **Рабочая программа дисциплины**

### **К.М.07.01.06 Элементарная математика**

Направление подготовки

#### **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) подготовки  
**«Математика и Информатика»**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Очная, заочная*

Год набора 2023

Новокузнецк 2024

**Лист внесения изменений**  
в РПД К.М.07.01.06 Элементарная математика  
(код по учебному плану, название дисциплины)

**Сведения об утверждении:**

утверждена Ученым советом факультета информатики, математики и экономики  
(протокол Ученого совета факультета № 7 от 09.02.2023 г.)

для ОПОП 2023 года набора \_\_\_\_\_ на 2024 / 2025 учебный год  
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями  
подготовки) \_\_\_\_\_

(код и название направления подготовки)

направленность (профиль) программы «Математика и Информатика» \_\_\_\_\_

Одобрена на заседании методической комиссии факультета \_\_\_\_\_  
протокол методической комиссии факультета № \_\_ от \_\_.\_\_.20\_\_ г.)

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры математики, физики и математического  
моделирования

протокол № \_\_ от \_\_.\_\_.20\_\_ г. \_\_\_\_\_ Решетникова Е.В.

## Оглавление

1 Цель дисциплины .....	4
Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки .....	4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации .....	4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	5
3.1 Учебно-тематический план .....	5
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	7
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	9
5.1 Учебная литература .....	9
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	10
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	10
6 Иные сведения и (или) материалы.....	10
6.1.Примерные темы письменных учебных работ .....	10
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации .....	13

## 1 Цель дисциплины.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач

## Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные ПК 1.4 Использует специальные научные знания для реализации образовательного процесса по математике в системе общего образования	Знать: - структуру, состав и дидактические единицы математического анализа как учебного предмета; Уметь: - осуществлять отбор учебного содержания математического анализа для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО; Владеть: - методами, приемами решения задач математического анализа и технологией обучения решению таких задач в школьном курсе математики

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения	
	ОФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	432	432
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	157	35
Аудиторная работа (всего):	157	35
в том числе:		
лекции	72	14
практические занятия, семинары	82	18
практикумы		
лабораторные работы		
Внеаудиторная работа (всего):		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем		

подготовка курсовой работы (проекта) /контактная работа <sup>1</sup>	3	3
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)	72	22
творческая работа (эссе)		
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	203	375
4 Промежуточная аттестация обучающегося – 4 семестр – зачет с оценкой 5 семестр – экзамен 6 семестр - экзамен		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной / заочной форм обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.) Очно/ заочно	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
<b>Семестр 4</b>									
	<b>1. Алгебра и элементарные функции</b>								
1	Действительные числа. Степени и корни. Метод математической индукции.	30/28	2	4	24	1	1	26	Контрольная работа № 1
2	Тождественные преобразования рациональных выражений. Иррациональные выражения. Абсолютная величина.	30/28	2	4	24	1	1	26	Контрольная работа № 1
3	Логарифмы. Свойства. Тождественные преобразования логарифмических выражений.	30/28	2	4	24	1	1	26	Контрольная работа № 1
4	Элементарные функции, их основные свойства и графики.	30/28	2	4	24	1	1	26	Контрольная работа № 1
5	Уравнения: линейные, квадратные, рациональные, с модулями, иррациональные, показательные, логарифмические.	30/28	2	4	24	1	1	26	Контрольная работа № 1
6	Неравенства: линейные, квадратные, рациональные, с модулями, иррациональные, показательные, логарифмические.	30/36	2	4	24	1	1	34	Контрольная работа № 1
	Промежуточная аттестация – зачет с оценкой	-/4						4	Зачет с оценкой
<b>ИТОГО по 4 семестру</b>		180	12	24	144	6	6	168	
<b>Семестр 5</b>									
	<b>2. Тригонометрия</b>								

№ недели п/л	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.) Очно/ заочно	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
7	Тригонометрические функции угла. Единичная окружность.	14/22	2	2	10	1	1	20	Контрольная работа № 2
8	Тригонометрические функции числового аргумента и их графики.	16/22	2	4	10	1	1	20	Контрольная работа № 2
9	Преобразование тригонометрических выражений.	16/22	2	4	10	1	1	20	Контрольная работа № 2
10	Обратные тригонометрические функции и их графики.	16/22	2	4	10	1	1	20	Контрольная работа № 2
11	Тригонометрические уравнения.	22/23	2	8	12		1	22	Контрольная работа № 2
12	Тригонометрические неравенства.	21/21	2	8	11		1	20	Контрольная работа № 2
	Курсовой проект	3/3			3			3	Курсовая работа
	Промежуточная аттестация – экзамен	36/9			36			9	экзамен
ИТОГО по 5 семестру		144	12	30	102	4	6	134	
<b>Семестр 6</b>									
	<b>3. Планиметрия</b>								
13	Основные понятия. Измерение геометрических величин. Перпендикулярные и параллельные прямые.	6/7	2	2	2		1	6	Контрольная работа № 3
14	Геометрические места точек. Окружность. Длина окружности. Круг. Площадь круга. Метрические соотношения в круге.	8/9	2	4	2	1		8	Контрольная работа № 3
15	Геометрические фигуры на плоскости. Треугольники. Метрические соотношения в треугольнике. Решение треугольников.	8/7	2	4	2		1	6	Контрольная работа № 3
16	Геометрические фигуры на плоскости: прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция.	8/9	2	4	2	1		8	Контрольная работа № 3
17	Площади треугольников и четырехугольников.	8/7	2	4	2		1	6	Контрольная работа № 3
18	Подобие геометрических фигур. Подобное преобразование фигур (гомотетия).	6/9	2	2	2		1	8	Контрольная работа № 3

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.) Очно/ заочно	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Ауди-торн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
19	Правильные многоугольники	6/7	2	2	2			7	Контрольная работа № 3
	<b>4. Стереометрия</b>								
20	Прямые и плоскости в пространстве.	6/15	2	2	2	1		14	Контрольная работа № 4
21	Геометрические фигуры в пространстве. Призма. Параллелепипед. Цилиндр.	8/16	2	4	2	1	1	14	Контрольная работа № 4
22	Геометрические фигуры в пространстве. Пирамида. Конус. Шаровая поверхность. Шар.	8/13	2	4	2		1	12	Контрольная работа № 4
	Промежуточная аттестация – экзамен	36/9			36			9	экзамен
ИТОГО по 6 семестру		108	20	32	56	4	6	98	
ВСЕГО									

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы <i>max</i>
<b>4 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (6 занятий)	<b>2 балла</b> - посещение 1 лекционного занятия	12
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (12 занятия).	<b>2 балла</b> - посещение 1 практического занятия <b>до 3 баллов</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	58
		Контрольные работы (1 работа)	<b>За одну КР:</b> <b>от 0 до 4 баллов</b> (выполнено менее 51% заданий) <b>от 5 до 6 баллов</b> (выполнено 51-67% заданий) <b>от 7 до 8 баллов</b> (выполнено 68 - 84% заданий) <b>от 9 до 10 баллов</b> (выполнено 85 - 100% заданий)	10
<b>Итого по текущей работе в семестре (41 балл – пороговое значение)</b>				<b>41 – 80</b>

Промежуточная аттестация (зачет)	20	Устный опрос	10 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету с оценкой)</b>				<b>10 - 20</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации</b> <b>51 – 100 баллов</b>				
<b>5 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (6 занятий)	1 балл - посещение 1 лекционного занятия	6
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (15 занятий).	0,5 баллов - посещение 1 практического занятия до 2 баллов – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	34
		Контрольные работы (1 работа)	За одну КР: от 0 до 4 баллов (выполнено менее 51% заданий) от 5 до 6 баллов (выполнено 51-67% заданий) от 7 до 8 баллов (выполнено 68 - 84% заданий) от 9 до 10 баллов (выполнено 85 - 100% заданий)	10
		Курсовая работа	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
<b>Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение)</b>				<b>31- 60</b>
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	20 баллов (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение)	20-40
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>20 – 40</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации</b> <b>51 – 100 баллов</b>				
Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы <i>max</i>
<b>6 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (10 занятий)	1 балл – посещение 1 лекционного занятия	10
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (16 занятий).	0,5 балла - посещение 1 практического занятия до 2 баллов – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	30
		Контрольные работы (2 работы)	За одну КР: от 0 до 4 баллов (выполнено менее 51% заданий) от 5 до 6 баллов (выполнено 51-67% заданий) от 7 до 8 баллов (выполнено 68 - 84% заданий) от 9 до 10 баллов (выполнено 85 - 100% заданий)	20
<b>Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение)</b>				<b>31 – 60</b>
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	20 балла (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение)	20-40



Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы <i>max</i>
<b>4 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (6 занятий)	<b>2 балла</b> - посещение 1 лекционного занятия	12
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (12 занятия).	<b>2 балла</b> - посещение 1 практического занятия <b>до 3 баллов</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	58
		Контрольные работы (1 работа)	<b>За одну КР:</b> <b>от 0 до 4 баллов</b> (выполнено менее 51% заданий) <b>от 5 до 6 баллов</b> (выполнено 51-67% заданий) <b>от 7 до 8 баллов</b> (выполнено 68 - 84% заданий) <b>от 9 до 10 баллов</b> (выполнено 85 - 100% заданий)	10
<b>Итого по текущей работе в семестре (41 балл – пороговое значение)</b>				<b>41 – 80</b>
Промежуточная аттестация (зачет)	<b>20</b>	Устный опрос	<b>10 баллов</b> (пороговое значение) <b>20 баллов</b> (максимальное значение)	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету с оценкой)</b>				<b>10 - 20</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации</b> <b>51 – 100 баллов</b>				
<b>5 семестр</b>				
замен)				
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>20 – 40</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации</b> <b>51 – 100 баллов</b>				

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу и контрольную работу выдается на установочной сессии.

## **5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.**

### **5.1 Учебная литература**

#### **Основная учебная литература**

1. Антонов, В. И. Элементарная математика для первокурсника [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. — Электронные текстовые данные. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 102 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/5701/>

#### **Дополнительная литература**

1. Гулиян, Б. Ш. Математика. Базовый курс [Электронный ресурс] : учебник / Б. Ш. Гулиян, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Электронные текстовые данные. - Москва : МФПА, 2011. - 712 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=451279>

2. Чулков, П. В. Практические занятия по элементарной математике (2-й курс): учебное пособие / П. В. Чулков. - Электронные текстовые данные. – Москва : Прометей, 2012. - 102 с. - Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=213013](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=213013)

## 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Элементарная математика	309, 310, 325 Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654000, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19, корпус 4
-------------------------	--	---

## 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

## 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1.Примерные темы письменных учебных работ

#### Контрольная работа № 1

#### Алгебра и элементарные функции

Вариант (образец)

1. Найдите НОД и НОК нескольких чисел, используя их представление в канонической форме: 297, 495, 693
2. Докажите, что произведение любых трех последовательных натуральных чисел делится на 6.
3. Постройте графики данных функций с помощью геометрических преобразований:  
1)  $y = \lg|2x| + 3$ ;                      2)  $y = 2 - \sin(x + \frac{\pi}{4})$ .
4. Решите уравнения:  
1)  $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ ;                      2)  $||2x - 3| - x| = x + 2$ ;  
3)  $3^{+2\sqrt{x^2-1}} + 3^{\frac{+}{2}+1+\sqrt{x^2-1}} = 4$ ;                      4)  $\sqrt{2\lg(-x)} = \lg\sqrt{x^2}$ .

5. Решите неравенства:

1)  $2^{2x+1} - 21 \cdot (0,5)^{2x+3} + 2 \geq 0$ ;      2)  $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x^2 + 3)$ ;

3)  $\sqrt{3x} - \sqrt{2x+1} \geq 1$ .

6. Решите систему уравнений:

1) 
$$\begin{cases} \log_y x - \log_x y = \frac{8}{3}, \\ x - y = 16. \end{cases}$$

2) 
$$\begin{cases} 4x^2 - 3xy - y^2 = 0, \\ 32x^2 - 36xy + 9y^2 = 6. \end{cases}$$

### Контрольная работа № 2

#### Тригонометрия

Вариант (образец)

1. Постройте графики функций:

1)  $y = \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x)$ ;      2)  $y = \cos x - \sin x$ .

2. Выведите формулы сложения тригонометрических функций.

3. Выведите формулы решения уравнений  $\cos x = a$  и  $\operatorname{ctg} x = a$ . Рассмотрите частные случаи.

4. Докажите тождество и числовые равенства:

1)  $\cos 4\alpha + 4 \cos 2\alpha + 3 = 8 \cos^4 \alpha$ ;      2)  $16 \sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ = 1$ .

5. Вычислите без таблиц  $\cos 795^\circ + \sin 1065^\circ$ .

6. Решите уравнения:

1)  $(1 + \sin 2x) = (\cos 3x + \sin 3x)^2$ ;      2)  $\arcsin \frac{x+2}{x+3} = 2 \arcsin \frac{\sqrt{3}x}{4}$ .

7. Вычислите  $\sin\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{4}\right)$ .

8. Решите неравенство  $\left(\cos 2x - \frac{1}{2}\right)\left(\sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \leq 0$ .

### Контрольная работа № 3

#### Планиметрия

Вариант (образец)

1. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен  $\sqrt{3}$ . Через центр окружности проведена прямая, параллельная одной из сторон треугольника. Найти отрезок этой прямой, заключенный между двумя другими сторонами треугольника.
2. Дан параллелограмм и непересекающая его прямая, параллельная одной из диагоналей. Доказать, что продолжения параллельных сторон высекают на прямой равные отрезки.
3. Хорда  $AB$  и два радиуса  $OA$  и  $OB$  образуют треугольник  $AOB$ . Касательная к окружности  $CD$  параллельна хорде  $AB$  и пересекает продолжения радиусов  $OA$  и  $OB$  в точках  $C$  и  $D$ . Найти длину  $CD$ , если  $OA = OB = R = \sqrt{3}$ , а  $\angle BOA = 60^\circ$ .
4. В параллелограмме  $ABCD$  точки  $E, P, K, M$  – середины сторон  $AB, BC, CD, DA$ . Отрезки  $BK$  и  $DE$  пересекают отрезки  $AP$  и  $CM$  в точках  $X, O$  и  $H, T$  соответственно. Доказать, что  $XOHT$  – параллелограмм.
5. Из точки  $A$ , взятой на окружности, проведены диаметр  $AB = 10$  см и хорда  $AC$ . Из точки  $B$  проведены к хорде перпендикуляр длиной 6 см и касательная, пересекающая продолжение хорды в точке  $D$ . Найти длину касательной.

- Доказать, что если четыре вершины одного параллелограмма лежат соответственно на четырех сторонах другого параллелограмма, то точки пересечения их диагоналей совпадают.

### Контрольная работа № 4

#### Стереометрия

##### Вариант (образец)

- В основании прямой призмы лежит треугольник  $ABC$ , в котором  $AB=BC=a$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ . Высота призмы  $2a$ . Точки  $P, M, N$  – середины ребер  $BB_1, CC_1, AC$ . Построить сечение призмы плоскостью  $PMN$ . Найти площадь получившегося сечения.
- В шар вписан конус, площадь осевого сечения которого равна  $S$ , а угол между высотой и образующей равен  $\alpha$ . Найти объем шара.
- В шар радиуса  $R$  вписан конус, а в этот конус вписан равносторонний цилиндр. Найти площадь полной поверхности цилиндра, если угол между образующей конуса и плоскостью его основания равен  $\alpha$ .
- Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Сторона куба равна  $a$ . Точка  $N$  – середина ребра  $CD$ . Точка  $P$  принадлежит ребру  $AB$  и  $AP:AB = 1:3$ . Построить сечение куба плоскостью  $A_1 PN$ . Найти площадь получившегося сечения.
- Найти площадь диагонального сечения куба, объем которого равен  $4\sqrt{2}$ .
- Отношение высоты конуса к радиусу описанного около него шара равно  $q$ . Найти отношение объема конуса к объему шара.

#### Темы курсовых работ (6 семестр)

- Векторный метод решения планиметрических задач.
- Векторный метод в стереометрии.
- Симметрия в геометрии и природе.
- Треугольники. Метрические соотношения в треугольнике.
- Задачи на построение циркулем и линейкой.
- Правильные многогранники.
- Координатный метод в пространстве в математике.
- Инверсия и её применение к решению задач элементарной геометрии.
- Симметрии правильных многогранников.
- Применение метода координат к элементарной математике.
- Вписанные и описанные многоугольники.
- Геометрические построения.
- Многогранники в курсе математики средней школы.
- Тела вращения в курсе математики средней школы.
- Движение и равенство геометрических фигур.
- Геометрические преобразования на плоскости в курсе математики средней школы.
- Четырехугольники в средней школе.
- Треугольники, их виды и элементы.
- Изучение площади в курсе геометрии средней школы.
- Изучение объема в курсе геометрии средней школы.

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

4 семестр – зачет с оценкой

5 семестр – экзамен

6 семестр – экзамен

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
<b>4 семестр</b>		
<b>1. Алгебра и элементарные функции</b>		
Действительные числа. Степени и корни.	1. Натуральные числа. Простые и составные числа. 2. Признаки делимости. НОД и НОК. 3. Целые числа. Рациональные числа. Действительные числа. Представление рациональных чисел десятичными дробями. 4. Числовая ось. Координаты. 5. Степени. Степени с натуральными, рациональными, действительными показателями. Свойства степеней. 6. Корни. Алгоритм извлечения квадратного корня.	1. Найти НОД чисел: а) 48 и 54; б) 245, 105 и 441. 2. Чему равны целые и дробные части чисел: а) $17/3$ ; б) $-22/5$ . 3. Дана точка $A(2; -3)$ . Указать координаты точек, симметричных с $A$ относительно оси $Ox$ , оси $Oy$ , начала координат. 4. Упростить $\sqrt[3]{3^4 \sqrt[4]{9^6 \sqrt[6]{81}}}$ . 5. Вычислить $\frac{2^{-2} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}}{2^{-3} \cdot 5^2 \cdot 10^{-6}}$ . 6. Вычислить квадратный корень из числа $\sqrt{2753}$ с точностью до 0,01.
Тождественные преобразования рациональных выражений.	7. Рациональные алгебраические выражения. Формулы сокращенного умножения. 8. Бином Ньютона. 9. Иррациональные алгебраические выражения.	1. Разложить на множители $x^2 + xy + x - y - 2$ . 2. Раскрыть скобки в выражении $(5x^2 + 4x - 3)^2$ . 3. Освободиться от иррациональности в знаменателе $\frac{2a-1}{\sqrt{a^2+1+a}}$ .
Логарифмы. Свойства. Тождественные преобразования логарифмических выражений.	10. Логарифмы по произвольному основанию. Свойства логарифмов. 11. Десятичные логарифмы. Натуральные логарифмы.	1. Выразить в виде логарифма по основанию 2: $\log_4 a + \log_8 \sqrt[3]{a} + \frac{1}{\log_8 8}$ . 2. Найти $\log_{0,54} 2,7$ .
Функции, их основные свойства и графики	12. Определение функции. График функции. Элементарное исследование поведения функции. 13. Сложная функция. Обратная функция. 14. Элементарные функции, их исследование. 15. Преобразование графиков.	1. Построить график функции $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ . 2. Построить график функции $y =  x^2 + 5 x  + 6 $ . 3. Построить график функции $y = x^2 - 6x + 1$ . 4. Построить график функции $y = 2^x + 1$ .
Уравнения: линейные, квадратные, рациональные, с модулями, иррациональные, показательные, логарифмические.	16. Уравнение. Корни уравнения. Равносильные уравнения. Системы уравнений. Графическое решение уравнений. 17. Алгебраические уравнения с одной неизвестной. Квадратные уравнения. Формулы Виета. Разложение квадратного трехчлена на множители. 18. Системы алгебраических уравнений.	1. Решить уравнение $\frac{x^3-27}{x-3} = 27$ . 2. Решить уравнение $\sqrt[3]{15+2x} + \sqrt[3]{13-2x} = 4$ . 3. Решить уравнение $4\sqrt[4]{81} - 12\sqrt[4]{36} + 9\sqrt[4]{16} = 0$ . 4. Решить уравнение $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$ .

	<p>19. Иррациональные уравнения и методы их решения.</p> <p>20. Уравнения, содержащие модуль, и методы их решения.</p> <p>21. Показательные уравнения и методы их решения.</p> <p>22. Логарифмические уравнения и методы их решения.</p>	<p>5. Найти наибольшие корни <math>lg(x^2 - x) = 1 - lg5</math>.</p> <p>6. Решить уравнение <math>log_2(\sqrt{3}(2x - 1)) = \frac{1}{log_3 4}</math>.</p> <p>7. Решить уравнение <math> x + 3  -  5 - 2x  = 2 - 3x</math>.</p>
<p>Неравенства: линейные, квадратные, рациональные, с модулями, иррациональные, показательные, логарифмические.</p>	<p>23. Алгебраические неравенства. Свойства неравенств.</p> <p>24. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства. Графическое решение неравенств.</p> <p>25. Линейные неравенства. Системы линейных неравенств.</p> <p>26. Методы решения иррациональных неравенств.</p> <p>27. Методы решения показательных неравенств.</p> <p>28. Методы решения логарифмических неравенств.</p>	<p>1. Решить неравенство и указать наименьшее целое положительное решение <math> 2x - 1  +  x - 3  \leq 4</math>.</p> <p>2. Решить неравенство <math>\sqrt{2x^2 - 18x + 16} &lt; x - 4</math>.</p> <p>3. Решить неравенство <math>\sqrt{x^2 - 3x + 1} &gt; x + 1</math>.</p> <p>4. Решить неравенство <math>8 \cdot 2^{x^2 - 3x} &lt; (0,5)^{-1}</math>.</p> <p>5. Решить неравенство <math>log_{x-1}(4 - x) &lt; 1</math>.</p> <p>6. Найти наибольшее значение <math>x</math>, удовлетворяющие неравенству <math>lg2^{3x-1} - lg2^{x+2} &lt; lg4</math>.</p>
<b>5 семестр</b>		
<b>2. Тригонометрия</b>		
<p>Тригонометрические функции угла. Единичная окружность.</p>	<p>29. Тригонометрические функции произвольного угла. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла.</p> <p>30. Четность, нечетность и периодичность тригонометрических функций.</p> <p>31. Формулы приведения. Мнемоническое правило.</p>	<p>1. Вычислить <math>\frac{\left(\sin \frac{11\pi}{4} - \cos \frac{13\pi}{4}\right) \sin(-2,5\pi)}{\cos\left(-\frac{25\pi}{3}\right)}</math>.</p> <p>2. Доказать равенство <math>\frac{5 \cos 20^\circ - 4 \sin 110^\circ}{\cos 340^\circ} = 1</math>.</p> <p>3. Вычислить значение выражения <math>\sin^2 \alpha</math>, если <math>\cos 2\alpha = \frac{1}{4}</math>.</p>
<p>Тригонометрические функции числового аргумента и их графики.</p>	<p>32. Тригонометрические функции числового аргумента. Области определения и области изменения значений тригонометрических функций.</p> <p>33. Графики тригонометрических функций. Их построение и преобразование.</p>	<p>1. Построить график функции <math>y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)</math>.</p> <p>По графику найти: а) область значений функции; б) промежутки возрастания и убывания функции.</p> <p>2. Построить график функции: а) <math>y = tg(\pi - x)</math>; б) <math>y =  ctg x </math>.</p>
<p>Преобразование тригонометрических выражений.</p>	<p>34. Формулы сложения и вычитания.</p> <p>35. Формулы для двойного и половинного аргумента. 36. Преобразование в сумму выражений. Преобразование сумм в произведение.</p> <p>37. Преобразование некоторых</p>	<p>1. Упростить выражение <math>\sin(3x + 2y) \cos(x + 2y) - \sin(x + 2y) \cos(3x + 2y)</math>.</p> <p>2. Вычислить <math>\frac{tg \alpha - ctg \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}</math>, если <math>\sin \alpha - \cos \alpha = -1,2</math>.</p>

	выражений в произведения с помощью введения вспомогательного аргумента.	3. Записать в виде произведения $\sin 13^\circ + \sin 15^\circ + \sin 17^\circ$ .
Обратные тригонометрические функции и их графики.	38. Обратные тригонометрические функции. Их графики. 39. Операции над обратными тригонометрическими функциями.	1. Вычислить: а) $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)$ ; б) $\sin\left(\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ . 2. Найти все углы $\alpha$ , для каждого из которых: а) $\operatorname{tg}\alpha = 0$ ; б) $\operatorname{tg}\alpha = 1$ ; в) $\operatorname{tg}\alpha = -1$ ; г) $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}$ .
Тригонометрические уравнения.	40. Уравнения, разрешенные относительно одной из тригонометрических функций. 41. Способ приведения к одной функции одного и того же аргумента. 42. Решение с помощью универсальной тригонометрической подстановки. 43. Введение вспомогательного аргумента. 44. Решение тригонометрических уравнений преобразованием произведения в сумму или разность. 45. Решение систем тригонометрических уравнений.	1. Решить уравнение $\sin x + 5\cos x = 0$ . 2. Решить уравнения и найти корни, расположенные на заданном промежутке: а) $\cos\frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ на $[-360^\circ; 0^\circ)$ . 3. Решить уравнения и найти корни, расположенные на заданном промежутке: $2\sin^2 2x - 1 = 0$ на $(0^\circ; 45^\circ)$ 4. Решить уравнение $\sin x + 2\sin 2x + \sin 3x = 0$ 5. Решить уравнение $\cos 2x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}(\cos x + \sin x)$ 6. Решить уравнение $\sin(2x - 3) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
Тригонометрические неравенства.	46. Способы и правила решения тригонометрических неравенств. 47. Тригонометрические неравенства, сводящиеся к простейшим.	1. Решить неравенство $2\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x < 1 + \sqrt{3}$ 2. Решить неравенства: а) $2\cos^2 x - \sin x > 1$ ; б) $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x < 0$ .
<b>6 семестр</b>		
<b>3. Планиметрия</b>		
Основные понятия. Измерение геометрических величин.	1. Точка, прямая, плоскость. Фигуры и тела. 2. Измерение геометрических величин.	1. Какой угол составляет часовая и минутная стрелки в 15 часов 20 мин.? 2. Для углов в 1,86 радиана, 3,07 радиана написать выражения в градусной мере.
Перпендикулярные и параллельные прямые.	3. Перпендикуляр и наклонные. Свойство перпендикуляра, проведенного к отрезку в его середине. 4. Параллельные прямые. Перпендикулярные прямые.	1. Через точку $A$ , не лежащую на прямой $a$ , проведены три прямые, пересекающие прямую $a$ . Докажите, что по крайней мере две из них не перпендикулярны к прямой $a$ . 2. В треугольнике $ABC$ угол $A$ равен $40^\circ$ , а угол $BCE$ , смежный с углом $ACB$ , равен $80^\circ$ . Докажите, что биссектриса угла $BCE$ параллельна пря-

		мой $AB$ .
Геометрические места точек. Окружность.	5. Геометрические места точек. Свойство биссектрисы угла. 6. Окружность. Касательная и секущая. Хорда и диаметр. Сектор и сегмент. 7. Взаимное расположение двух окружностей.	1. Найти геометрическое место точек, удаленных от данной окружности на заданное расстояние (берется кратчайшее расстояние). Исследовать решение задачи в зависимости от заданного расстояния и величины радиуса окружности. 2. Построить угол, равный одной четверти прямого угла. 3. Построить геометрическое место точек, равноудаленных от двух данных параллельных прямых.
Треугольники.	8. Стороны и углы треугольника. Биссектрисы треугольника. Медианы и высоты. 9. Равнобедренные треугольники. Свойства. 10. Прямоугольные треугольники. Свойства.	1. Построить треугольник по стороне $AB$ , медиане $BM$ и углу $A$ . Сколько решений имеет задача. 2. Построить равнобедренный треугольник по основанию $b$ и высоте $h_a$ . 3. Построить прямоугольный треугольник по катету и медиане, делящей его пополам.
Параллелограммы.	11. Четырехугольники. Параллелограмм и его свойства. 12. Прямоугольник. Ромб. Квадрат.	1. Доказать, что параллелограмм, имеющий равные высоты – ромб. 2. Показать, что середины сторон ромба служат вершинами прямоугольника, а середины сторон прямоугольника – вершинами ромба.
Трапеция.	13. Трапеция. Средняя линия трапеции. 14. Деление отрезка на равные части.	1. Построить равнобокую трапецию по двум основаниям и углу при большом основании. 2. Боковая сторона равнобокой трапеции равна 5 см, средняя линия – 7 см. Чему равен периметр трапеции?
Площади треугольников и четырехугольников.	15. Площадь параллелограмма. 16. Площадь треугольника. 17. Площадь трапеции.	1. Найти площадь параллелограмма со сторонами 14 и 6 и острым углом $30^\circ$ . 2. Площадь треугольника $ABC$ равна $S$ . Сторона его $AB$ разделена точкой $P$ в отношении $AP : PB = 1 : 2$ , сторона $BC$ разделена точкой $Q$ в отношении $BQ : QC = 1 : 3$ . Найти площадь треугольника $BPQ$ , отсеченного от данного треугольника отрезком $PQ$ . 3. Средняя линия трапеции разбивает её на две трапеции, площади которых относятся, как 2 : 1. Чему равно отношение оснований трапеции?
Подобие геометрических фигур.	18. Пропорциональные отрезки. 19. Свойства биссектрис внутреннего и внешнего углов треугольника.	1. Периметр треугольника равен 32. Биссектриса угла $A$ делит сторону $BC$ на части, равные 5 и 3. Найти длины сторон треугольника. 2. Основание равнобедренного треугольника равно $a$ , боковая сторона $b$ . Найти длину отрезка, соединяющего точки пересечения биссектрис углов основания с боковыми сторонами.
Подобное преобразо-	20. Определение гомотетичных	1. Выбрать фигуру, центр подобия, и



вание фигур (гомотетия).	фигур. Свойства преобразования подобия. 21. Подобные фигуры. Периметры и площади подобных треугольников.	построить фигуру, подобную выбранной с коэффициентом подобия $k = 2/3$ . 2. В данный треугольник $ABC$ вписать квадрат так, чтобы одна его сторона лежала на стороне $BC$ треугольника, а две вершины находились на двух других сторонах треугольника.
Метрические соотношения в круге.	22. Углы и пропорциональные отрезки в круге. 23. Четырехугольники, вписанные в окружность, описанные около окружности.	1. Дуга содержит $40^\circ$ . Под каким углом видна из её точек стягивающая её хорда? 2. Определить угол при вершине равнобедренного треугольника, у которого сумма основания и высоты, проведенной к основанию, равна диаметру описанного круга.
Метрические соотношения в треугольнике.	24. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике. 25. Теорема Пифагора. 26. Теорема косинусов. 27. Теорема синусов. 28. Формула Герона. 29. Радиусы вписанной и описанной окружностей.	1. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу в отношении $2 : 3$ . Найти отношение каждого из катетов к гипотенузе. 2. Стороны треугольника равны 13, 14, 15. Найти проекцию каждой из них на две остальные. 3. Известны две стороны треугольника $a = 10$ , $c = 6$ и медиана $m_b = 7$ . Найти третью сторону треугольника. 4. Основания равнобедренной трапеции, описанной около окружности, равны $a$ и $b$ . Найти радиус окружности. 5. Даны две стороны треугольника $b = 5$ , $c = 4$ и угол между ними $30^\circ$ . Найти радиусы вписанной и описанной окружностей. 6. Известны стороны треугольника $a$ , $b$ , $c$ . Чему равны отрезки, на которые они разбиваются точками касания вписанной окружности со сторонами треугольника?
Решение треугольников.	30. Таблицы функций. Решение треугольников. Сводка основных формул. 31. Решение прямоугольных треугольников. 32. Решение косоугольных треугольников.	1. Найти острый угол $x$ по таблицам Брадиса, если известно, что $lg \sin x = 1,5430$ . 2. Решить прямоугольный треугольник по указанным данным ( $a$ , $b$ – катеты, $c$ – гипотенуза): $a = 19,7$ , $A = 52^\circ$ , используя таблицы тригонометрических функций. 3. Решить треугольник по указанным данным: $a = 30$ , $A = 18^\circ$ и $B = 46^\circ$ .
Правильные многоугольники.	33. Выпуклые многоугольники. Правильные многоугольники. 34. Периметр и площадь правильного $n$ -угольника.	1. Построить правильные 12-угольники, вписанные в данную окружность и описанные вокруг неё. 2. Вычислить отношение площади вписанного $n$ -угольника к площади описанного $n$ -угольника при $n = 3, 4, 6$ .
Длина окружности и	35. Длина окружности.	1. Хорда окружности делит перпен-

площадь круга.	36. Площадь круга и его частей.	<p>дикулярный к ней радиус пополам, Длина её равна 10 см. Найти длину дуг и площади сегментов, на которые она разбивает окружность и круг.</p> <p>2. Две касательные к окружности радиуса <math>R</math> пересекаются под углом <math>45^\circ</math>. Найти площадь фигуры, ограниченной ими и меньшей дугой окружности, соединяющей точки касания.</p>
<b>4. Стереометрия</b>		
Прямые и плоскости в пространстве.	<p>37. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей.</p> <p>38. Двугранные и многогранные углы.</p>	<p>1. Наклонная длины 10 образует с плоскостью угол <math>30^\circ</math>. Какой угол образует с плоскостью наклонная, проведенная из той же точки, если её длина равна 20?</p> <p>2. Из некоторой точки плоскости проведены два луча, образующих с плоскостью углы, равные <math>30^\circ</math>, а между ними угол в <math>60^\circ</math>. Найти угол между их проекциями на плоскость.</p>
Призма. Параллелепипед. Цилиндр.	<p>39. Цилиндры и призмы. Их объемы и площади поверхностей.</p> <p>40. Параллелепипеды. Объем и площадь поверхности.</p>	<p>1. Диагонали боковых граней прямоугольного параллелепипеда наклонены к плоскости основания под углами, соответственно равными <math>\alpha</math> и <math>\beta</math>. Найти угол наклона к той же плоскости диагонали параллелепипеда.</p> <p>2. В правильной шестиугольной призме через сторону основания <math>AB = a</math> проведены два сечения:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) содержащее противоположную сторону верхнего основания,</li> <li>2) содержащее центр верхнего основания. При какой высоте призмы угол между плоскостями сечений имеет наибольшую величину и чему он равен в этом случае?</li> </ol>
Пирамида. Конус.	<p>41. Свойства пирамиды и конуса. Объем пирамиды и конуса. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды и конуса</p> <p>42. Усеченный конус и усеченная пирамида.</p>	<p>1. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно <math>l</math>, а двугранный угол при ребре основания <math>\alpha</math>. Найти боковую поверхность и объем пирамиды.</p> <p>2. Найти полную поверхность и объем конуса, вписанного в правильный тетраэдр с ребром <math>a</math>.</p>
Шаровая поверхность. Шар.	<p>43. Шар и шаровая поверхность.</p> <p>44. Объем шара и его частей. Площадь поверхности шара и её частей.</p>	<p>1. Найти объем и поверхность шара, описанного около правильного тетраэдра с ребром, равным <math>a</math>.</p> <p>2. Отношение объема шара к объему вписанного в него цилиндра равно <math>16/9</math>. Определить угол между диагональю осевого сечения цилиндра и его осью.</p>

Составитель (и): Долматова Т.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))