

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-04-24 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35e9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.01.01 Линейная алгебра и алгебраические структуры

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная, заочная

Год набора 2023

Новокузнецк 2024

Оглавление

1 Цель дисциплины	3
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.	3
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	4
3.1 Учебно-тематический план	4
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	5
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины	6
5.1 Учебная литература	6
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	7
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	8
6 Иные сведения и (или) материалы.....	8
6.1.Примерные темы письменных учебных работ	8
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации.....	10

1 Цель дисциплины.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: - структуру, состав и дидактические единицы алгебры как учебного предмета"; Уметь: - осуществлять отбор учебного содержания алгебры для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО; Владеть: - методами, приемами решения алгебраических задач и технологией обучения решению алгебраических задач в школьном курсе математики

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО		ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	180		180
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	72		22
Аудиторная работа (всего):	72		22
в том числе:			
лекции	36		10
практические занятия, семинары	36		12
практикумы			
лабораторные работы			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с			

преподавателем			
подготовка курсовой работы (проекта) /контактная работа ¹			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	108		149
4 Промежуточная аттестация обучающегося - экзамен 1 семестр – зачет 2 семестр - экзамен			

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной / заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия	СРС	СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.				практ.			
Семестр 1									
	1. Алгебраические структуры	52	12	12	28	4	4	40	
1	Бинарные отношения на множестве.	26	6	6	14	2	2	20	Контрольная работа № 1
2	Алгебраические системы	26	6	6	14	2	2	20	Контрольная работа № 1
	2. Теория решения систем линейных уравнений	20	4	4	12	2	2	18	
3	Определители	20	4	4	12	2	2	18	Индивидуальные задания
ИТОГО по 1 семестру		72	16	16	40	6	6	58	
Семестр 2									
	2. Теория решения систем линейных уравнений	44	12	12	20				
4	Алгебра матриц	22	6	6	10	2	2	30	Контрольная работа №2
5	Системы линейных уравнений	22	6	6	10		2	30	Контрольная работа №2

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
Семестр 1									
	3. Векторные пространства	28	8	8	12	2	2	30	Контрольная работа №2
6	Основные понятия	12	4	4	4	2		10	Индивидуальные задания
7	Конечномерные векторные пространства	16	4	4	6		2	20	Контрольная работа №3
ИТОГО по 2 семестру		72	20	20	32	10	12	149	
	Промежуточная аттестация	36							Экзамен - 36

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
1 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (8 занятий)	2 балла посещение 1 лекционного занятия	8 – 16
		Практические занятия (8занятий).	1 балл - посещение 1 практического занятия 2 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	8- 16
		Контрольные работы (1 работы)	За одну КР от 1 до: 10 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 15 баллов (выполнено 66 - 85% заданий) 20 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	12 - 20
		Индивидуальное задание	5 балла (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	8 - 10
Итого по текущей работе в семестре				36 - 80

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
1 семестр				
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Устный опрос	10 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	10-20
Итого по промежуточной аттестации (зачету)				20 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				
Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
2 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (10 занятий)	1 балла посещение 1 лекционного занятия	5 - 10
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (10 занятий).	1 балл - посещение 1 практического занятия 2 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	10 - 20
		Контрольные работы (2 работы)	За одну КР от 1 до: 6 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 8 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 10 балла (выполнено 86 - 100% заданий)	10 -20
		Индивидуальное задание	8 баллов (пороговое значение) 15 баллов (максимальное значение)	8 - 15
Итого по текущей работе в семестре				34 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	20 баллов (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение)	20-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				40 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу и контрольную работу выдается на установочной сессии.

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Бурмистрова Е.Б. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е.Б. Бурмистрова, С.Г. Лобанов. - Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт, 2017. - 421 с. - Режим доступа: <http://biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-2833187BA668>

2. Рудык Б. М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. М. Рудык. - Электронные текстовые данные. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=363158>
3. Постников М.М. Линейная алгебра. [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Постников. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 400 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/319>

б) дополнительная литература

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра. [Электронный ресурс] : учебник / Л. Я. Окунев. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/289>
3. Ильин В.А. Линейная алгебра [Текст] : учебник.- Издание 6-е, стереотипное. – Москва: Физматлит, 2007.-280 с.
4. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - Изд. 5-е ; стер. - Москва; Санкт-Петербург Краснодар : Лань, 2009. - 470 с.

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Линейная алгебра и алгебраические структуры	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1
---	---	---

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа №1

Контрольная работа №1

1. Изобразите на декартовой плоскости $[1; 3] \times (-1; \infty)$.
2. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ задано $apb \Leftrightarrow a - b = 2$ бинарное отношение. Найти область определений и область значений этого отношения. Укажите, какими свойствами оно обладает.
3. Является ли данная операция * алгебраической на множестве \mathbb{R} , если $a * b = a^3 \cdot b^2$? Если да, то какими свойствами она обладает?
4. Дана мультипликативная группа, операция задана таблицей Кэли. Для каждого элемента группы найти обратный элемент.
 - $a \quad b \quad c \quad d$
 - $a \quad c \quad d \quad a \quad b$
 - $b \quad d \quad a \quad b \quad c$
 - $c \quad a \quad b \quad c \quad d$
 - $d \quad b \quad c \quad d \quad a$

Индивидуальное задание

Вариант (образец)

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя)

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Контрольная работа №2

1. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду. Указать базисный минор.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$.

43. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Индивидуальное задание (образец)

- Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:
 - с помощью обратной матрицы;
 - по правилу Крамера;
- Решить систему методом Гаусса.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.

1.
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 10x_4 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 + 15x_2 + 11x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

Контрольная работа №3

Вариант (образец)

- Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$, $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$, $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$, $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$.
- Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$, $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$ к базису $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$, $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$, $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$.
- Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M=x_0+L$, если известны вектор сдвига x_0 и базис $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ подпространства L .
 $x_0=(-1;1;0;1)$, $\mathbf{a}_1=(1;-5;11;0)$, $\mathbf{a}_2=(-3;1;0;11)$.
- Даны подпространства $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$. Найти базисы и размерности подпространств L_1 , L_2 , $L_1 \cap L_2$, $L_1 + L_2$. $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$, $\mathbf{a}_2=(1,-1,1,-1)$, $\mathbf{a}_3=(1,3,1,3)$, $\mathbf{b}_1=(1,2,0,2)$, $\mathbf{b}_2=(1,2,1,2)$, $\mathbf{b}_3=(3,1,3,1)$.

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

1 семестр – зачет

2 семестр – экзамен

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи																									
1 семестр																											
1. Алгебраические структуры																											
1.1 Бинарные отношения	1..Упорядоченная пара. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Способы задания бинарного отношения. 2.Свойства бинарных отношений 3.Классы эквивалентности и их свойства	1.Изобразите на декартовой плоскости $[1; 3] \times (-1; \infty)$. 2..На множестве $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ задано $a\rho b \Leftrightarrow a - b = 2$ бинарное отношение. Найти область определений и область значений этого отношения. Укажите, какими свойствами оно обладает. 3..Заданы множества: $\{(1,4), (1,5), (2,1), (3,2), (4,3)\}$, $\{(1,4), (3,1), (4,3), (5,2)\}$, $\{(1,3), (2,1), (3,4), (4,3), (5,5)\}$, $\{(1,4), (2,1), (3,5), (4,2), (5,3)\}$ Показать, что эти множества представляют собой бинарные отношения на множестве $N = \{1,2,3,4,5\}$. Найти область определений и область значений этих отношений. Задать эти отношения: графически, с помощью орграфа..																									
3.2 Алгебраически е системы	4.Алгебраическая операция и ее основные свойства. 5.Нейтральный и симметричный элементы.	4.Является ли данная операция * алгебраической на множестве R , если $a * b = a^3 \cdot b^2$? Если да, то какими свойствами она обладает?																									
3.3. Группы, кольца и поля	6.Группа. Основные свойства. 7.Определения аддитивной и мультипликативной группы. 8.Кольцо. Поле. Примеры.	5.Дана мультипликативная группа, операция задана таблицей Кэли. Для каждого элемента группы найти обратный элемент. <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>•</td> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>c</td> <td>d</td> <td>a</td> <td>b</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>d</td> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>d</td> <td>a</td> </tr> </table>	•	a	b	c	d	a	c	d	a	b	b	d	a	b	c	c	a	b	c	d	d	b	c	d	a
•	a	b	c	d																							
a	c	d	a	b																							
b	d	a	b	c																							
c	a	b	c	d																							
d	b	c	d	a																							
2. Теория решения систем линейных уравнений																											
2.1 Определители	9. Перестановки и подстановки. 10. Определители 2-го и 3-го порядка. 11.Определители n-порядка. Свойства определителя. 12. Миноры и алгебраические дополнения. 13.Теорема о	6.Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя) <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">2</td> <td style="padding-right: 5px;">-5</td> <td style="padding-right: 5px;">1</td> <td style="padding-right: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">-3</td> <td style="padding-right: 5px;">7</td> <td style="padding-right: 5px;">-1</td> <td style="padding-right: 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">5</td> <td style="padding-right: 5px;">-9</td> <td style="padding-right: 5px;">2</td> <td style="padding-right: 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">4</td> <td style="padding-right: 5px;">-6</td> <td style="padding-right: 5px;">1</td> <td style="padding-right: 5px;">2</td> </tr> </table>	2	-5	1	2	-3	7	-1	4	5	-9	2	7	4	-6	1	2									
2	-5	1	2																								
-3	7	-1	4																								
5	-9	2	7																								
4	-6	1	2																								

	каждом члене произведения $a_{ij} \cdot A_{ij}$. 14. Теорема о разложении определителя. 15. Вычисление определителя n -порядка.	
2 семестр		
2. Теория решения систем линейных уравнений		
2.2 Алгебра матриц	16. Операции над матрицами и их свойства. 17. Обратные матрицы. Вычисление обратной матрицы. 18. Ранг матрицы и его вычисление. 19. Теорема о ранге матрицы.	<p>Найдите матрицу $C = 3A - 4B$, если</p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$ <p>6. Дана матрица</p> $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & a & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$ <p>7. Найдите минор и алгебраическое дополнение элемента a.</p> <p>Найдите матрицу X, если $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 18 & -1 \end{bmatrix}$</p> <p>8. Докажите, что матрица $A = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 6 & -5 & 1 \end{bmatrix}$ имеет обратную и найдите ее.</p> <p>9. Найдите ранг матрицы A</p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 11 & 6 & 1 & 10 \\ 5 & 12 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix}$ <p>10.</p>
2.3 Системы линейных уравнений	20. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. 21. Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования системы. 22. Правило Крамера 23. Решение систем с помощью обратной матрицы. 24. Критерий совместности системы линейных уравнений	<p>11. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами: 1) с помощью обратной матрицы; 2) по правилу Крамера;</p> $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$ <p>12. Решите систему</p> $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$

	25.Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных.	
3. Векторные пространства		
3.1 Конечномерные векторные пространства	26.Определение, примеры и простейшие свойства векторных пространств. 27.Линейная зависимость и независимость системы векторов. 28.Подпространство. Линейная оболочка векторных пространств. 29.Сумма подпространств. 30.Линейные многообразия. 31.Базис и размерность векторного пространства. 32.Изоморфизм векторных пространств.	13.Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$, $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$, $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$, $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$. 14.Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$, $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$ к базису $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$, $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$, $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$. 15.Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M=x_0+L$, если известны вектор сдвига x_0 и базис a_1, a_2 подпространства L . $x_0=(-1;1;0;1)$, $a_1=(1;-5;11;0)$, $a_2=(-3;1;0;11)$. 16.Даны подпространства $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$.Найти базисы и размерности подпространств $L_1, L_2, L_1 \cap L_2, L_1 + L_2$. $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$, $\mathbf{a}_2=(1,-1,1,-1)$, $\mathbf{a}_3=(1,3,1,3)$, $\mathbf{b}_1=(1,2,0,2)$, $\mathbf{b}_2=(1,2,1,2)$, $\mathbf{b}_3=(3,1,3,1)$.

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))