

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины
К.М.07.01.04 Теория чисел**

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Заочная

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

Оглавление

| | | |
|------|--|---|
| 1 | Цель дисциплины. | 3 |
| 2. | Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. | 3 |
| 3. | Учебно-тематический план и содержание дисциплины. | 4 |
| 3.1 | Учебно-тематический план | 4 |
| 4 | Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. | 5 |
| 5. | Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины | 6 |
| 5.1 | Учебная литература | 6 |
| 5.2 | Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины | 7 |
| 5.3 | Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. | 7 |
| 6 | Иные сведения и (или) материалы. | 7 |
| 6.1. | Примерные темы письменных учебных работ..... | 7 |
| 6.2 | Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации .. | 9 |

1 Цель дисциплины.

Целью изучения дисциплины является подготовка к преподаванию математики, научной работе в области теории чисел и учебно-методической работе в общеобразовательных учреждениях. Учебное содержание дисциплины базируется на основных понятиях делимости целых чисел (делимое, делитель, частное и остаток), теории колец (идеал кольца, фактор-кольцо, обратимый элемент кольца) и многочленов (степень, корень многочлена, деление многочленов с остатком, теорема Безу и схема Горнера). В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция **ПК-1** (Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач).

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|---|--|--|
| ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач. | ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные | Знать: - структуру, состав и дидактические единицы теории чисел как учебного предмета; Уметь: - осуществлять отбор учебного содержания теории чисел для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО; Владеть: - методами, приемами решения задач теории чисел и технологией обучения решению таких задач в школьном курсе математики |

2. Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах | Объем часов по формам обучения | | |
|--|--------------------------------|------|-----|
| | ОФО | ОЗФО | ЗФО |
| 1 Общая трудоёмкость дисциплины | | | 144 |

| | | | |
|--|-------------|--|-----|
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | | | 10 |
| Аудиторная работа (всего): | | | 10 |
| в том числе: | | | |
| лекции | | | 4 |
| практические занятия, семинары | | | 6 |
| практикумы | | | |
| лабораторные работы | | | |
| в интерактивной форме | | | |
| в электронной форме | | | |
| Внеаудиторная работа (всего): | | | |
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем | | | |
| подготовка курсовой работы /контактная работа | | | |
| групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем) | | | |
| творческая работа (эссе) | | | |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего) | | | 125 |
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося | Экзамен - 9 | | |

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной/заочной формы обучения

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоемкость (всего час.) | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости | |
|------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|-----|-------------------|-----|-----|---|------------------------|
| | | | ОФО | | ЗФО | | СРС | | |
| | | | Аудиторн. занятия | СРС | Аудиторн. занятия | СРС | | | |
| лекц. | практ. | лекц. | практ. | СРС | | | | | |
| Семестр 4 | | | | | | | | | |
| | 1. Теория делимости | 66 | | | | 2 | 4 | 60 | |
| 1 | Делимость целых чисел. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное | 22 | | | | 1 | 1 | 20 | Контрольная работа № 1 |
| 2 | Простые и составные числа | 22 | | | | 1 | 2 | 20 | Контрольная работа № 1 |
| 3 | Числовые функции | 22 | | | | | 1 | 20 | Контрольная |

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего часов) | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|------------------|---------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|--------|-----|--------------------|----------|------------|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторные занятия | | СРС | Аудиторные занятия | | СРС | |
| | | | лек.ц. | практ. | | лек.ц. | практ. | | |
| Семестр 4 | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | работа № 1 |
| | 2 Теория сравнений | 69 | | | | 2 | 2 | 65 | Контрольная работа № 2 |
| 1 | Числовые сравнения. Классы вычетов | 32 | | | | 1 | 1 | 30 | Контрольная работа № 2 |
| 2 | Сравнения с переменной | 37 | | | | 1 | 1 | 35 | Контрольная работа № 3 |
| | Промежуточная аттестация - | 9 | | | | | | | экзамен |
| | ИТОГО по семестру 4 | 144 | | | | 4 | 6 | 125 | |

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы (17 недель) |
|--|--------------|--|---|-------------------|
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | 60 | Лекционные занятия (конспект) (2 занятия) | 1 балла посещение 1 лекционного занятия | 0 - 7 |
| | | Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (3 занятия). | 1 балл - посещение 1 практического занятия 3 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы, | 13 - 39 |
| | | Контрольные работы (3 работы) | За одну КР от 5 до: 6 балла (выполнено 51 - 65% заданий) 8 балла (выполнено 66 - 85%) | 15-30 |

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы (17 недель) |
|--|--------------|----------------------------------|--|-------------------|
| | | | заданий) 10 баллов (выполнено 86 - 100% заданий) | |
| Итого по текущей работе в семестре | | | | 28 - 76 |
| Промежуточная аттестация (зачет) | 40 | 1 вопрос и 2 задачи | 10 балла (ответ на вопрос) 15 баллов (решение одной задачи) | 10-40 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 40 баллов |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б. | | | | |

5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

а) основная учебная литература:

1. Бухштаб, А. А. Теория чисел [Текст] : учебное пособие /А. А. Бухштаб. - Изд. 3-е ; стер. - Санкт- Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. - 384 с.
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] : учебное пособие для вузов /И. М. Виноградов. - Изд. 12 -е; стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2009. - 176 с.
3. Данилова Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т.В. Данилова: Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Электронные текстовые данные. – Архангельск: САФУ, 2015. – 104 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368>

б) дополнительная учебная литература:

1. Избранные главы алгебры и теории чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов ИФМИЭО / М. П. Тропин ; Новосиб. гос. пед. ун-т. - Электронные текстовые данные. - Новосибирск : НГПУ, 2012. - 89 с. - Режим доступа: <http://icdlib.nspu.ru/catalog/details/icdlib/636/>
2. Веселова, Л. В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов; Министерство образования и науки РФ ; ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Электронные текстовые данные. - Казань :

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

| | | |
|--------------|---|---|
| Теория чисел | 614 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС. | 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19 |
|--------------|---|---|

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа №1

Вариант (образец)

1. Докажите, что для любых натуральных n , $n^5 + 4n$ делится на 5.

2. Найти НОД и НОК трех чисел двумя способами: с помощью алгоритма Евклида; с помощью канонического разложения чисел: 1023, 1518, 14883.
3. Решите систему в натуральных числах
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{5}{9}, \\ (x, y) = 26. \end{cases}$$
4. Докажите, что если p и $p^2 + 2$ простые, то число $p^3 + 2$ тоже простое.
5. Найдите наименьшее натуральное число, имеющее 10 натуральных делителей.

Контрольная работа №2

Вариант (образец)

1. Найдите m , если $41 \equiv 2 \pmod{m}$.
2. Докажите, что если $\frac{a-5b}{19} \in \mathbb{Z}$, то $\frac{10a+7b}{19} \in \mathbb{Z}$.
3. Пусть \mathbb{Z} - кольцо целых чисел, \mathbb{Z}_{12} – множество классов вычетов по $\text{mod} 12$.
 - а) Составьте таблицы операций \oplus и \otimes классов вычетов по $\text{mod} 12$;
 - б) Найдите элементы, обратные и противоположные для классов $\bar{2}$ и $\bar{3}$.
4. Сколько существует положительных правильных несократимых дробей со знаменателем 200?
5. Дано $\varphi(n) = 1959552$. Найдите n , если $n = 2^\alpha 3^\beta 7^\gamma$.
6. Найдите две последние цифры в десятичном представлении числа 63^{50} .

Контрольная работа №3

Вариант (образец)

1. Решите сравнение двумя способами: способом Эйлера и способом преобразование коэффициентов $92x \equiv 20 \pmod{284}$.
2. Решите систему
$$\begin{cases} 3x \equiv 2 \pmod{13}, \\ 5x \equiv 11 \pmod{16}, \\ 5x \equiv 2 \pmod{9}. \end{cases}$$
3. Сколько потребуется сосудов емкостью 0,5 и 0,8 л для разлива 12 л жидкости так, чтобы все взятые сосуды были наполнены?

4. Приписать справа к числу 523 такие три цифры, чтобы полученное шестизначное число делилось на 7, 8, 9.

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 5 – Типовые (примерные) контрольные вопросы и задания

| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задачи |
|--|---|---|
| 1. Теория делимости | | |
| 1.1 Делимость целых чисел. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное | 1. Отношение делимости в кольце целых чисел и его свойства. 2. Деление с остатком. 3. Наибольший общий делитель. Свойства НОД. 4. Алгоритм Евклида. 5. Вычисление НОД трех и более чисел. 6. Наименьшее общее кратное. Свойства НОК. | 1. Найти НОД и НОК трех чисел двумя способами: с помощью алгоритма Евклида; с помощью канонического разложения чисел: 819, 702, 689 2. Найти $(2n + 13, n + 7)$. 3. Сократима ли дробь $\frac{21m + 4}{14m + 3}$? 4. Решите систему в натуральных числах $\begin{cases} (x, y) = 13, \\ [x, y] = 1989. \end{cases}$ 5. Докажите, что для любых натуральных n , $n(n^2 + 5)$ делится на 6. |
| 1.2 Простые и составные числа | 7. Простые числа и их свойства. 8. Основная теорема арифметики. 9. Каноническое разложение натурального числа и его применение к нахождению НОД и НОК. 10. Бесконечность множества простых чисел | 6. Три простых числа p , q и r , больше 3, образуют арифметическую прогрессию $p=r$, $q=p+d$, $r=p+2d$. Докажите, что d делится на 6. ! 7. Показать, что если простое число больше 5, то его квадрат при делении на 30 должен давать остаток, равный 1 или 19. 8. Найти простое число p , чтобы число $2p^2 + 1$ тоже было простым. |
| 1.3 Числовые функции | 11. Число и сумма натуральных делителей натурального числа 12. Целая часть числа | 9. Некоторое натуральное число имеет два простых делителя. Его квадрат имеет всего 81 делитель. Сколько делителей имеет куб этого числа? 10. Найти натуральное число, если оно делится на 3 и на 4 и имеет 14 делителей. 11. Найти число вида $2^k 3^l$, если сумма всех его делителей равна |

| | | |
|---|---|--|
| | | <p>403.</p> <p>12. Одно число имеет 21 делитель, а другое – 10 делителей. Найти эти числа, если их наибольший делитель равен 18 и никаких простых делителей, кроме 2 и 3, искомые числа не имеют.</p> <p>13. Найти число вида $3p^2$, где p – простое число отличное от 3, если сумма всех его делителей равна 124.</p> |
| 2. Теория чисел | | |
| <p>2.1 Числовые сравнения. Классы вычетов</p> | <p>13. Определение сравнения. Необходимое и достаточное условия сравнимости двух целых чисел и следствие из него.</p> <p>14. Основные свойства сравнений</p> <p>15. Классы по модулю и их основные свойства</p> <p>16. Операции над классами</p> <p>17. Полная система вычетов и ее основные свойства</p> <p>18. Функция Эйлера и ее вычисление</p> <p>19. Приведенная система вычетов и ее основные свойства</p> <p>20. Теоремы Эйлера и Ферма</p> | <p>14. Найдите m, если $41 \equiv 2 \pmod{m}$ Найдите остаток от деления 109^{345} на 14.</p> <p>15. Пусть Z – кольцо целых чисел, Z_{12} – множество классов вычетов по $\text{mod} 12$, Z_{12}^* – подмножество Z_{12}, состоящее из классов вычетов взаимно-простых с модулем.</p> <p>а) Составьте таблицы операций \oplus и \otimes классов вычетов по $\text{mod} 12$;</p> <p>б) Найдите элементы обратные для $\bar{2}$ и $\bar{3}$;</p> <p>16. Замените числа наименьшими по абсолютной величине неположительными вычетами по модулю 16 и дополните их до соответствующей полной системы вычетов. -4226, -583, -37, -11, -9, 181, 1866, 9650.</p> <p>17. Дано $\varphi(n) = 1959552$. Найти n, если $n = 2^\alpha 3^\beta 7^\gamma$.</p> <p>18. Найдите две последние цифры в десятичном представлении числа 63^{50}.</p> <p>19. Тринадцатая степень некоторого однозначного числа имеет цифрой единиц 7. Найти это однозначное число.</p> |
| <p>2.2 Сравнения с переменной</p> | <p>21. Решение сравнений, содержащих переменную</p> <p>22. Равносильность сравнений, содержащих переменную</p> | <p>20. Решите сравнение двумя способами: способом Эйлера и способом преобразование коэффициентов $15x \equiv 21 \pmod{18}$.</p> |

| | | |
|--|--|--|
| | <p>23. Линейные сравнения и их исследование</p> <p>24. Способы решения линейных сравнений</p> <p>25. Применение линейных сравнений к решению неопределенных уравнений.</p> <p>26. Системы сравнений первой степени</p> | <p>21. Решите систему</p> $\begin{cases} 5x \equiv 9 \pmod{4}, \\ 6x \equiv 13 \pmod{5}, \\ 8x \equiv 9 \pmod{7}. \end{cases}$ <p>22. Сколько комплектов шахмат по 46 рублей и шашек по 19 рублей можно купить на 620 рублей?</p> <p>20. Найдите целые точки прямых $4x-7y=9$, $2x+9y=15$ и $5x-13y=12$, лежащие на одном перпендикуляре к оси абсцисс.</p> |
|--|--|--|

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))