

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-04-24 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан ФИМЭ

А.В. Фомина

«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.01.03 Математический анализ

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

Лист внесения изменений
в РПД К.М.07.01.03 Математический анализ
(код по учебному плану, название дисциплины)

Сведения об утверждении:

утверждена Ученым советом факультета информатики, математики и экономики
(протокол Ученого совета факультета № 8 от 08.02.2024 г.)

для ОПОП 2024 года набора _____ на 2024 / 2025 учебный год
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями
подготовки) _____

(код и название направления подготовки)

направленность (профиль) программы «Математика и Информатика» _____

Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____
протокол методической комиссии факультета № __ от __.__.20__ г.)

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры математики, физики и математического
моделирования

протокол № __ от __.__.20__ г. _____ Решетникова Е.В.

Оглавление

1 Цель дисциплины	4
Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки	4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации	4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	4
3.1 Учебно-тематический план	5
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	6
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины	8
5.1 Учебная литература	8
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	9
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	9
6 Иные сведения и (или) материалы.....	9
6.1.Примерные темы письменных учебных работ	9
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	12

1 Цель дисциплины.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: - структуру, состав и дидактические единицы математического анализа как учебного предмета; Уметь: - осуществлять отбор учебного содержания математического анализа для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО; Владеть: - методами, приемами решения задач математического анализа и технологией обучения решению таких задач в школьном курсе математики

2 Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения
	ЗФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины	288
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	20
Аудиторная работа (всего):	20
в том числе:	
лекции	8
практические занятия, семинары	12
практикумы	
лабораторные работы	
Внеаудиторная работа (всего):	
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем	
подготовка курсовой работы (проекта) /контактная работа ¹	
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную рабо-	13

ту обучающихся с преподавателем)	
творческая работа (эссе)	
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	255
4 Промежуточная аттестация обучающегося – 2 семестр – зачет 3 семестр - экзамен	

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.) Заочно	Трудоемкость занятий (час.)			Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ЗФО		СРС	
			Аудиторн. занятия			
			лекц.	пра кт.		
Семестр 2						
	1. Функции, пределы, непрерывность					
1	Функция: определение, способы задания. Свойства функций. Элементарные функции и их графики.	13	1		12	Контрольная работа № 1
2	Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Непрерывность функции.	14	1	1	12	Контрольная работа № 1
	2. Дифференциальное исчисление					
3	Производная функции. Геометрический и физический смыслы. Правила дифференцирования и производные элементарных функций.	13	1		12	Контрольная работа № 2
4	Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Свойства дифференцируемых функций.	13		1	12	Контрольная работа № 2
5	Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы. Асимптоты. Построение графиков функций. Формула Тейлора.	13		1	12	Контрольная работа № 2
	3. Интегральное исчисление					
6	Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.	13		1	12	Контрольная работа № 3
7	Интегрирование дробно-рациональных функций, тригонометрических выражений, простейших иррациональностей.	15	1		14	Контрольная работа № 3
8	Определенный интеграл, его свойства. Приближенное вычисление определенного интеграла.	16	1	1	14	Контрольная работа № 3
9	Виды несобственных интегралов, их сходимость.	14			14	Контрольная работа № 3
10	Геометрические приложения определенного интеграла.	16	1	1	14	Контрольная работа № 3
	Промежуточная аттестация – зачет	4			4	зачет

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.) Заочно	Трудоемкость занятий (час.)			Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ЗФО		СРС	
			Аудиторн. занятия	лекц.		
ИТОГО по 2 семестру		144	6	6	132	
Семестр 3						
	4. Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных					
11	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал.	17	1		16	Контрольная работа № 4
12	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных.	17	1		16	Контрольная работа № 4
13	Двойные интегралы. Криволинейные интегралы.	17		1	16	Контрольная работа № 4
	5. Ряды					
14	Числовые ряды. Функциональные ряды.	17		1	16	Контрольная работа № 5
15	Степенные ряды.	17		1	16	Контрольная работа № 5
	6. Дифференциальные уравнения					
16	Дифференциальные уравнения первого порядка, их частные случаи.	17		1	16	Контрольная работа № 6
17	Дифференциальные уравнения высших порядков.	17		1	16	Контрольная работа № 6
18	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	16		1	15	Контрольная работа № 6
	Промежуточная аттестация – экзамен	9			9	экзамен
ИТОГО по 3 семестру		144	2	6	136	
ВСЕГО		288	8	12	268	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы <i>max</i>
2 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и	80	Лекционные занятия (конспект) (3 занятия)	3 балла - посещение 1 лекционного занятия	9
		Практические занятия (отчет о выполнении практической	2 балла - посещение 1 практического занятия до 15 баллов – посещение 1 заня-	41

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы <i>max</i>
2 семестр				
выполнение заданий)		работы) (3 занятия)	тия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	30
		Контрольные работы (3 работы)	За одну КР: от 0 до 2 баллов (выполнено менее 51% заданий) 5 баллов (выполнено 51-67% заданий) 8 балла (выполнено 68 - 84% заданий) 10 баллов (выполнено 85 - 100% заданий)	
Итого по текущей работе в семестре (51 балл – пороговое значение)				51 – 80
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Устный опрос	10 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	10-20
Итого по промежуточной аттестации (зачету)				10 – 20
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов				
Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы <i>max</i>
3 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (1 занятие)	3 балла – посещение 1 лекционного занятия	3
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (3 занятия)	2 балла - посещение 1 практического занятия до 12 баллов – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	42
		Контрольные работы (3 работы)	За одну КР: от 0 до 2 баллов (выполнено менее 51% заданий) 3 балла (выполнено 51-67% заданий) 4 балла (выполнено 68 - 84% заданий) 5 баллов (выполнено 85 - 100% заданий)	15
Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение)				31 – 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	20 балла (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение)	20-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 - 40
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов				

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу и контрольную работу выдается на установочной сессии.

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Кремер, Н. Ш. Математический анализ : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; ответственный редактор Н. Ш. Кремер. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 593 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16158-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/530543>

Дополнительная литература

1. Максимова, О. Д. Основы математического анализа: числовые ряды : учебное пособие для вузов / О. Д. Максимова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 97 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08225-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/494336>

2. Максимова, О. Д. Математический анализ в примерах и задачах. Предел функции : учебное пособие для вузов / О. Д. Максимова. — 2-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 200 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07222-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/494208>

3. Математический анализ. Вещественные числа и последовательности : учебное пособие для вузов / И. В. Садовничая, Т. Н. Фоменко, Е. В. Хорошилова ; под общей редакцией В. А. Ильина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 109 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08461-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/515258>

4. Хорошилова, Е. В. Математический анализ: неопределенный интеграл : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 187 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05715-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/515249>

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Математический анализ	309, 310, 325 Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654000, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19, корпус 4
-----------------------	--	---

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа № 1

Функции, пределы, непрерывность

Вариант (образец)

1. Найти область определения функций: а) $f(x) = \lg(x + 7) - \frac{1}{2} \lg(2x - 1)$;
б) $f(x) = \log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3$.
2. Выяснить, является ли заданная функция четной или нечетной или не является ни четной, ни нечетной: а) $y = x^3 - 2x^5$; б) $y = \frac{3x \cdot \operatorname{tg} 3x}{x^2 + 4}$.
3. Построить графики функций: а) $y = 4 - 4x^2$; б) $y = 4 \sin x$.
4. Изобразить точками на плоскости последовательность, заданную общим членом $a_n = \frac{n+1}{2n}$.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2 - x}{7x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$;

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2}-\sqrt{9-2x+x^2}}{x^2-3x+2}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}.$$

6. Пользуясь методом замены бесконечно малых эквивалентными, найти пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 10^x}{3^x - 7^x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{\arcsin x}.$$

Контрольная работа № 2

Дифференциальное исчисление

Вариант (образец)

1. Найдите производные функций:

$$1) y = 5x^6 - \cos x + \operatorname{tg} x; \quad 2) y = x^6 - \frac{2}{x^2} + \operatorname{arctg} x; \quad 3) y = \ln(\cos 2x - \sqrt{x});$$

$$4) y = \cos^2(\sqrt{2x} - 5^{2x}); \quad 5) y = \sin 2x \cdot \cos 5x; \quad 6) y = e^{2x} \cdot \operatorname{tg}(6x - 1);$$

$$7) y = \frac{2 \cos 5x}{\sin^3 2x}; \quad 8) y = \frac{13\sqrt{x}}{\sin(2x - 1)}.$$

2. Найти производные второго порядка:

$$1) y = \sin^2 x; \quad 2) y = \sqrt{1+x^2}; \quad 3) y = \ln(2x - 3).$$

3. Исследовать функцию и построить её график:

$$1) y = x^3 - 3x; \quad 2) y = \frac{x^4}{4} - 2x^2; \quad 3) y = \frac{x^2}{x^2-1}; \quad 4) y = x^2 \ln^2 x.$$

Контрольная работа № 3

Интегральное исчисление

Вариант (образец)

1. Найти интегралы:

$$1) \int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx; \quad 2) \int (x^4 + \sqrt[5]{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}) dx;$$

$$3) \int e^{\cos x} \sin x dx; \quad 4) \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

2. Вычислить интегралы:

$$1) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}; \quad 2) \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx; \quad 3) \int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx; \quad 4) \int_1^2 \frac{dx}{x};$$

$$5) \int_0^{\pi} \sin x dx; \quad 6) \int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx; \quad 7) \int_0^4 \left(1 + e^{\frac{x}{4}} \right) dx; \quad 8) \int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt{3x+4}}.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$1) x = 1/2y^2, x = 0, y = 1, y = -3; \quad 2) y = x^2, y^2 = -x.$$

4. Найти объем тела вращения, образованного линиями:

$$1) xy = 4, x = 1, x = 4, y = 0 \text{ вокруг оси } Ox;$$

2) $y = x^3$, $x = 0$, $y = 8$ вокруг оси Oy .

Контрольная работа № 4

Дифференциальное и интегральное исчисления

функций нескольких переменных

Вариант (образец)

1. Найти область определения функций:

1) $z = 4 - x + 2y$; 2) $z = \frac{3}{x^2 + y^2}$.

2. Найти частные производные первого порядка

1) $z = 2x^5 + 3x^3y^2 - y^2 - 5x^4y$; 2) $z = \frac{xy}{x - y}$;

3) $z = \sin(x + y)$; 4) $z = x^2y + (2x - 3y)^2$.

3. Найти частные производные для функции в указанной точке:

$z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$ в точке $B(1; 1)$.

4. Дана функция $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$. Доказать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}$.

5. Найти указанные частные производные третьего порядка от функции

$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - ?$ $\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} - ?$ от $z = x^5 + 3y^3 + 2x - y$.

6. Найти полный дифференциал функции $z = 2y + e^{x^2-y} + 1$.

7. Вычислить интегралы: 1) $\int_0^2 dx \int_0^x 3dy$; 2) $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y)dy$.

8. Поменять порядок интегрирования:

1) $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y)dy$; 2) $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y)dy$; 3) $\int_0^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y)dy$.

9. Вычислить двойные интегралы по указанным областям G :

1) $\iint_G x\sqrt{y} dx dy$, $G: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$; 2) $\iint_G (x + 2y) dx dy$, $G: y = x^2, y = 0, x + y - 2 = 0$

Контрольная работа № 5

Ряды

Вариант (образец)

1. Выяснить сходимость и найти сумму ряда:

1) $1 + q + q^2 + q^3 + \dots$, $|q| < 1$; 2) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$;

3) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$; 4) $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$

2. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sin \frac{1}{n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

3. Исследовать на сходимость ряд:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$; 4) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+2^n}$.

4. Исследовать сходимость ряда:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2^n}$.

Контрольная работа № 6

Дифференциальные уравнения

Вариант (образец)

1. Решить дифференциальные уравнения: 1) $x^2 y' + y = 0$; 2) $y' = -\frac{y}{x}$.

2. Найти интегральную кривую уравнения, проходящую через точку M :

1) $xy' = 2y$, $M(2;3)$; 2) $y'(x^2 - 4) = 2xy$, $M(0;1)$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $(1 + e^{2x})y^2 \cdot y' = e^x$; 2) $y' + (2y + 1) \operatorname{ctg} x = 0$; 3) $xy' + y = e^{-x}$;

4) $xy' = x^3 + y$; 5) $y'x + y = -xy^2$; 6) $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$;

7) $y'' = xe^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

4. Проверить, будут ли указанные функции общими решениями для данного дифференциального уравнения: $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$ для $y'' + y = 0$.

5. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям:

1) $y'' + 5y' + 6y = 0$; $y(0) = 1$, $y'(0) = -6$; 2) $y'' - 10y' + 25y = 0$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

1 семестр – зачет

2 семестр – экзамен

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
2 семестр		
1. Функции, пределы, непрерывность		
Функция: определение, способы задания. Свойства функций. Элементарные функции и их графики.	1. Понятие функции. Способы задания функции. 2. Элементарные функции и их графиков: целая рациональная функция;	1. Найти область определения функции $y = \frac{5-\sqrt{x-2}}{\sqrt{5-x}}$. 2. Указать интервалы возрастания и убывания и интервалы постоянства функции $y = x - x$.

	<p>дробно-рациональная функция; степенная функция; показательная функция; логарифмическая функция.</p> <p>3. Понятие обратной функции.</p> <p>4. Тригонометрические функции.</p> <p>5. Обратные тригонометрические функции. 6. Сложная функция.</p>	<p>3. Найти функцию, обратную данной $y = x^2 - 2x$.</p> <p>4. Построить график функции $y = 5 \cos 2x$.</p> <p>5. Выяснить, для какого интервала изменения x справедливо тождество $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.</p> <p>6. Построить график функции $y = \cos 2x$</p>
<p>Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Непрерывность функции.</p>	<p>7. Предел числовой последовательности.</p> <p>8. Число e. Натуральные логарифмы.</p> <p>9. Предел функции.</p> <p>10. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.</p> <p>11. Основные теоремы о пределах и их применение.</p> <p>12. Первый замечательный предел.</p> <p>13. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных на сегменте.</p>	<p>1. Изобразить точками на плоскости последовательность, заданную общим членом: $a_n = \frac{3n+1}{n}$.</p> <p>2. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$.</p> <p>3. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$;</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{x^4}$ <p>4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$.</p> <p>5. Исследовать на непрерывность функцию</p> $f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{если } 0 \leq x < 3, \\ 3 - x, & \text{если } 3 \leq x \leq 4, \end{cases}$ <p>в точке $x = 3$.</p>
2. Дифференциальное исчисление		
<p>Производная функции. Геометрический и физический смыслы. Правила дифференцирования и производные элементарных функций.</p>	<p>14. Задачи, приводящие к понятию производной: задача о скорости движущейся точки; задача о наклоне касательной.</p> <p>15. Определение производной. Правила дифференцирования.</p> <p>16. Производные элементарных функций: вывод общих правил дифференцирования; производные элементарных функций.</p>	<p>1. Найти производную функции, пользуясь определением производной $y = \sqrt{1 + x^2}$.</p> <p>2. Используя правила и формулы дифференцирования, найти производные функций $y = \ln(x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 3})$.</p> <p>3. Найти производную второго порядка $y = \sin^2 x$.</p>
<p>Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Свойства дифференцируемых функций.</p>	<p>17. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.</p> <p>18. Дифференциал сложной функции. Таблица дифференциалов. 19. Применение дифференциала для приближенных вычислений. 20. Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>21. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. 22. Теорема Ферма. Теорема</p>	<p>1. Найти дифференциал функции $y = \sin^2 x$.</p> <p>2. Найти дифференциал сложной функции $y = \arctg x^2$.</p> <p>3. Найти с помощью дифференциала приближенное значение выражения $\sqrt[5]{1,02}$.</p> <p>4. Найти дифференциал третьего порядка функции $y = x^3 + 3x^2 + 4$.</p> <p>5. Используя правило Лопиталю, найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$.</p>

	Ролля. Теорема Лагранжа. 23. Правило Лопиталя.	
Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы. Асимптоты. Построение графиков функций. Формула Тейлора.	24. Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы функций. 25. Наибольшее и наименьшее значения функции. 26. Исследование функций на экстремум с помощью второй производной. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функции. 27. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Применение формулы Тейлора к элементарным функциям. Приближенные формулы.	1. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{x}{x^2+4}$. 2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 8x^2 + 3$ на отрезке $[-2; 2]$. 3. Исследовать функцию и построить график $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$. 4. Разложить многочлен $x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x + 4$ по степеням двучлена $x - 4$.
3. Интегральное исчисление		
Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.	28. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. 29. Свойства неопределенного интеграла. 30. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; замена переменной (метод подстановки); интегрирование по частям.	1. Вычислить интеграл $\int (2+5x)^9 dx$. 2. Вычислить интеграл $\int x \cos x dx$.
Интегрирование дробно-рациональных функций, тригонометрических выражений, простейших иррациональностей.	31. Интегрирование дробно-рациональных функций: выделение правильной рациональной дроби; интегрирование простейших рациональных дробей; разложение правильной рациональной дроби на простейшие; метод неопределенных коэффициентов; интегрирование правильных рациональных дробей. 32. Интегрирование тригонометрических выражений. 33. Интегрирование простейших иррациональностей.	1. Вычислить интеграл $\int \frac{2x-1}{2x+3} dx$. 2. Вычислить интеграл $\int \sin 2x \cos 2x dx$. 3. Вычислить интеграл $\int \sqrt{3-7x} dx$.
Определенный интеграл, его свойства. Приближенное вычисление определенного интеграла.	34. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла: задача о пройденном пути; задача о площади криволинейной	1. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi} \sin x dx$

	<p>трапеции.</p> <p>35. Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>36. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о среднем.</p> <p>37. Приближенное вычисление определенного интеграла.</p>	<p>2. Вычислить интеграл $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right) dx$</p> <p>3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2, y = 1$.</p> <p>4. Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}$.</p>
Виды несобственных интегралов, их сходимость.	<p>38. Интегралы с бесконечными пределами.</p> <p>39. Интегралы от неограниченных функций.</p>	<p>1. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость)</p> $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}$ <p>2. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость)</p> $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$
Геометрические приложения определенного интеграла.	<p>40. Вычисление площадей плоских фигур.</p> <p>41. Вычисление площади в полярных координатах.</p> <p>42. Вычисление длины дуги и площади поверхности вращения. 43. Вычисление объема.</p>	<p>1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, уравнения которых $y^2 = 2x + 1$ и $x - y - 1 = 0$.</p> <p>2. Найти длину дуги линии $y = \ln x$ (от $x_1 = \sqrt{3}$ до $x_2 = \sqrt{8}$).</p> <p>3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением параболы $y^2 = 4x$ вокруг своей оси (параболоид вращения), и плоскостью, перпендикулярной к его оси и отстоящей от вершины параболы на расстояние, равное единице.</p> <p>4. Найти площадь поверхности, образованной вращением параболы $y^2 = 4ax$ вокруг оси абсцисс от вершины до точки с абсциссой $x = 3a$.</p>
Компетенции		
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач		<p>Кейс-задание.</p> <p>Объем продукции u, выпускаемой рабочим в течение рабочего дня, задается функцией $u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$, где t – время, выраженное в часах, причем $1 \leq t \leq 8$.</p> <p>1. Производительность труда рабочего в момент времени $t = 2$ ч равна ...</p> <p>2. Производительность труда за один час до окончания рабочего дня равна ...</p> <p>3. Объем выпускаемой продукции был наибольшим в момент времени $t = ...$</p>
3 семестр		
4. Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных		
Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функ-	<p>1. Определение функции нескольких переменных.</p> <p>Геометрическое изобра-</p>	<p>1. Найти область определения функций</p>

<p>ции. Частные производные. Полный дифференциал.</p>	<p>жение функции двух переменных. 2. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Основные свойства непрерывных функций двух переменных. 3. Частные производные первого порядка. 4. Полный дифференциал функции. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям. 5. Производные и дифференциал сложной функции.</p>	$z = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}.$ <p>2. Доказать, что функция $z = x^2 + y^2$ непрерывна в любой точке плоскости Oxy. 3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$: $z = x \sin y, \quad x = 1 + 3t, \quad y = \sqrt{1+t^2}.$ 4. Найти значение полного дифференциала функции $z = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ при $x = 3, y = 4, \Delta x = 0,1, \Delta y = 0,2$.</p>
<p>Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных.</p>	<p>6. Частные производные высших порядков. 7. Дифференциалы высших порядков. 8. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. 9. Метод наименьших квадратов.</p>	<p>1. Найти частные производные первого порядка $z = x^2 y + (2x - 3y)^2$. 2. Дана функция $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$. Доказать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}$. 3. Найти частные производные второго порядка $z = \ln(x + e^{-xy})$. 4. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ для функции $z = e^x \cos y$. 5. Исследовать на экстремум функцию $u = 2x^2 + 6xy + 5y^2 - x + 4y - 5$</p>
<p>Двойные интегралы. Криволинейные интегралы.</p>	<p>10. Определение двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. 11. Вычисление двойных интегралов: случай прямоугольной области; случай произвольной области. 12. Определение криволинейных интегралов, их свойства. Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода.</p>	<p>1. Вычислить двойной интеграл по указанному прямоугольнику $\iint_G (x^2 + y) dx dy, \quad 1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1$. 2. Вычислить интеграл $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y) dy$. 3. Найдите прямоугольный параллелепипед наибольшего объема при данной сумме $12a$ всех его ребер.</p>
5. Ряды		
<p>Числовые ряды. Функциональные ряды.</p>	<p>13. Основные понятия. Основные свойства рядов. Положительные ряды. 14. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимости. 15. Область сходимости функционального ряда.</p>	<p>1. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$. 2. Выяснить сходимость и найти сумму ряда: $1 + q + q^2 + q^3 + \dots, \quad q < 1.$</p>

	16. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов.	3. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}.$
Степенные ряды.	17. Степенной ряд и его область сходимости. Свойства степенных рядов. 18. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. 19. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций.	1. Исследовать ряд на равномерную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n nx}{n^2}.$ 2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{n+1}.$ 3. Разложить в ряд по степеням x функцию $\sin x^2.$
Компетенции		
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач.		Кейс-задание. 1. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой $v = 2t + 3t^2$ (м/с). Найти путь, пройденный телом за 5 секунд от начала движения. 2. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью $v_1 = (6t^2 + 2t)$ м/с, второе – со скоростью $v_2 = (4t + 5)$ м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5 с?
6. Дифференциальные уравнения		
Дифференциальные уравнения первого порядка, их частные случаи.	20. Дифференциальное уравнение первого порядка. Основные понятия, его общее решение и начальные условия. 21. Уравнения с разделяющимися переменными. 22. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.	1. Найти общее и частное решение уравнения при заданных начальных условиях $x^2 y' + y^2 = 0, y = 1$ при $x = -1.$ 2. Решить дифференциальное уравнение $x^2 y' + y = 0.$ 3. Решить дифференциальные уравнения $x y' = x^3 + y.$
Дифференциальные уравнения высших порядков.	23. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. 24. Случаи понижения порядка дифференциального уравнения. 25. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	1. Решить уравнение: $y'' = x e^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 0.$ 2. Проверить, будет ли указанная функция общим решением для данного уравнения: $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$ для $y'' - y' - 2y = 0.$ 3. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям: $y'' - 10y' + 25y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 1$ 4. Найти решение уравнения: $y'' - 9y = 2 - x.$
Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	26. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. 27. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными	1. Ускорение прямолинейного движения пропорционально квадрату времени. Найдите зависимость между s и t , если при $t = 0, v = 0, s = 1$ и при $t = 1, s = 2.$ 2. Дана струна, закрепленная на концах $x = 0, x = 1.$ Пусть в начальный момент фор-

	<p>коэффициентами.</p> <p>28. Метод вариации произвольных постоянных.</p>	<p>ма струны имеет вид ломаной. Найдите форму струны для любого момента времени t, если начальные скорости отсутствуют.</p> <p>3. Проверить, является ли функция $u = x^2 + 2xy - y^2$ гармонической.</p>
Компетенции		
<p>ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач</p>		<p>Кейс-задание.</p> <p>1. Представить положительное число a в виде произведения четырех положительных сомножителей так, чтобы сумма их обратных величин была наименьшей.</p> <p>2. Внутри четырехугольника найти точку, сумма квадратов расстояний которой от вершин была бы наименьшей.</p>

Составитель (и): Долматова Т.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))