

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00  
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«08» февраля 2024 г.

## **Рабочая программа дисциплины**

### **К.М.07.01.01 Линейная алгебра и алгебраические структуры**

Направление подготовки

#### **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) подготовки  
**«Математика и Информатика»**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Заочная*

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

## **Оглавление**

1 Цель дисциплины .....	3
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	3
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	4
3.1 Учебно-тематический план .....	4
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	5
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	6
5.1 Учебная литература .....	6
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	7
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	8
6 Иные сведения и (или) материалы.....	8
6.1.Примерные темы письменных учебных работ .....	8
<b>6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации.....</b>	<b>10</b>

### 1 Цель дисциплины.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач

### Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: - структуру, состав и дидактические единицы алгебры как учебного предмета"; Уметь: - осуществлять отбор учебного содержания алгебры для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО; Владеть: - методами, приемами решения алгебраических задач и технологией обучения решению алгебраических задач в школьном курсе математики

### 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ЗФО		
1 Общая трудоёмкость дисциплины	324		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	20		
Аудиторная работа (всего):	20		
в том числе:			
лекции	8		
практические занятия, семинары	12		
практикумы			
лабораторные работы			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы (проекта) /контактная			

работа <sup>1</sup>			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	291		
4 Промежуточная аттестация обучающегося – 1 семестр – зачет с оценкой, 2 семестр - экзамен	13		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной / заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)					Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости	
			ЗФО		СРС	Аудиторн. занятия			СРС
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
<b>Семестр 1</b>									
	<b>1. Алгебраические структуры</b>	<b>108</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>100</b>				
1	Множества	42	1	1	40				
2	Бинарные отношения на множестве.	42	1	1	40			Контрольная работа № 1	
3	Алгебраические системы	24	2	2	20			Контрольная работа № 1	
	<b>2. Теория решения систем линейных уравнений</b>	<b>68</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>64</b>				
4	Определители	68	2	2	64			Индивидуальные задания	
ИТОГО по 1 семестру		176	6	6	164				
<b>Семестр 2</b>									
	<b>2. Теория решения систем линейных уравнений</b>	<b>63</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>60</b>				
5	Алгебра матриц	31	1		30			Контрольная работа №2	
6	Системы линейных уравнений	32		2	30			Контрольная работа №2	
	<b>3. Векторные</b>	<b>72</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>67</b>			Контрольн	

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ЗФО			СРС			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
<b>Семестр 1</b>									
	<b>пространства</b>								ая работа №2
7	Основные понятия	40	1	2	37				Индивидуальные задания
8	Конечномерные векторные пространства	32		2	30				Контрольная работа №3
ИТОГО по 2 семестру		135	2	6	127				
	Промежуточная аттестация	9							Экзамен - 9

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
<b>1 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>60</b>	Лекционные занятия (конспект) (8 занятий)	<b>2 балла</b> посещение 1 лекционного занятия	8 – 16
		Практические занятия (8занятий).	<b>1 балл</b> - посещение 1 практического занятия <b>2 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	8- 16
		Контрольные работы (1 работы)	<b>За одну КР от 1 до:</b> <b>10 баллов</b> (выполнено 51 - 65% заданий) <b>15 баллов</b> (выполнено 66 - 85% заданий) <b>20 баллов</b> (выполнено 86 - 100% заданий)	12 - 20
		Индивидуальное задание	<b>5 балла</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	8 - 10
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				<b>36 - 80</b>
Промежуточн	20	Устный опрос	<b>10 баллов</b> (пороговое значение)	10-20

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
<b>1 семестр</b>				
ая аттестация (зачет)			<b>20 баллов</b> (максимальное значение)	
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету с оценкой)</b>				<b>20 баллов</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации <b>51 – 100 б.</b>				
Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
<b>2 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>60</b>	Лекционные занятия (конспект) (10 занятий)	<b>1 балла</b> посещение 1 лекционного занятия	5 - 10
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (10 занятий).	<b>1 балл</b> - посещение 1 практического занятия <b>2 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	10 - 20
		Контрольные работы (2 работы)	<b>За одну КР от 1 до:</b> <b>6 баллов</b> (выполнено 51 - 65% заданий) <b>8 балла</b> (выполнено 66 - 85% заданий) <b>10 балла</b> (выполнено 86 - 100% заданий)	10 - 20
		Индивидуальное задание	<b>8 баллов</b> (пороговое значение) <b>15 баллов</b> (максимальное значение)	8 - 15
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				<b>34 - 60</b>
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	<b>20 баллов</b> (пороговое значение) <b>40 баллов</b> (максимальное значение)	20-40
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>40 баллов</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации <b>51 – 100 б.</b>				

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу и контрольную работу выдается на установочной сессии.

## **5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.**

### **5.1 Учебная литература**

#### **Основная учебная литература**

1. Бурмистрова Е.Б. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е.Б. Бурмистрова, С.Г. Лобанов. - Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт, 2017. - 421 с. - Режим доступа: <http://biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-2833187BA668>

2. Рудык Б. М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. М. Рудык. - Электронные текстовые данные. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=363158>
3. Постников М.М. Линейная алгебра. [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Постников. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 400 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/319>

б) дополнительная литература

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра. [Электронный ресурс] : учебник / Л. Я. Окунев. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/289>
3. Ильин В.А. Линейная алгебра [Текст] : учебник.- Издание 6-е, стереотипное. – Москва: Физматлит, 2007.-280 с.
4. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - Изд. 5-е ; стер. - Москва; Санкт-Петербург Краснодар : Лань, 2009. - 470 с.

**5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.**

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Линейная алгебра и алгебраические структуры	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1
---	---	---

### 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

#### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

### 6 Иные сведения и (или) материалы.

#### 6.1.Примерные темы письменных учебных работ

##### Контрольная работа №1

##### Контрольная работа №1

1. Изобразите на декартовой плоскости  $[1; 3] \times (-1; \infty)$ .
2. На множестве  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$  задано  $a \rho b \Leftrightarrow a - b = 2$  бинарное отношение. Найти область определений и область значений этого отношения. Укажите, какими свойствами оно обладает.
3. Является ли данная операция  $*$  алгебраической на множестве  $\mathbb{R}$ , если  $a * b = a^3 \cdot b^2$ ? Если да, то какими свойствами она обладает?
4. Дана мультипликативная группа, операция задана таблицей Кэли. Для каждого элемента группы найти обратный элемент.
  - $a \quad b \quad c \quad d$
  - $a \quad c \quad d \quad a \quad b$
  - $b \quad d \quad a \quad b \quad c$
  - $c \quad a \quad b \quad c \quad d$
  - $d \quad b \quad c \quad d \quad a$

##### Индивидуальное задание

##### Вариант (образец)

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя)

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

##### Контрольная работа №2



1. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду. Указать базисный минор.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу, обратную к матрице  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$ .

43. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

### Индивидуальное задание (образец)

- Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:
  - с помощью обратной матрицы;
  - по правилу Крамера;
- Решить систему методом Гаусса.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.

$$1. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 10x_4 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 + 15x_2 + 11x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

### Контрольная работа №3

#### Вариант (образец)

- Найти все базисы системы векторов  $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$ ,  $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$ ,  $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$ ,  $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$ .
- Найти матрицу перехода от базиса  $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$  к базису  $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$ ,  $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$ ,  $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$ .
- Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие  $M=x_0+L$ , если известны вектор сдвига  $x_0$  и базис  $a_1, a_2$  подпространства  $L$ .  
 $x_0=(-1;1;0;1)$ ,  $a_1=(1;-5;11;0)$ ,  $a_2=(-3;1;0;11)$ .
- Даны подпространства  $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$  и  $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ . Найти базисы и размерности подпространств  $L_1, L_2, L_1 \cap L_2, L_1 + L_2$ .  $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$ ,  $\mathbf{a}_2=(1,-1,1,-1)$ ,  $\mathbf{a}_3=(1,3,1,3)$ ,  $\mathbf{b}_1=(1,2,0,2)$ ,  $\mathbf{b}_2=(1,2,1,2)$ ,  $\mathbf{b}_3=(3,1,3,1)$ .

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

1 семестр – зачет

2 семестр – экзамен

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
1 семестр		
1. Алгебраические структуры		
1.1 Множества	<p>1. Понятие множества, подмножества, универсального множества.</p> <p>2. Пересечение, объединение и разность множеств.</p> <p>3. Декартово произведение множеств, разбиение множеств.</p>	<p>1. Задайте множество перечислением его элементов, если <math>\{x \in R \mid x^2 - 12x + 15 = 0\}</math></p> <p>2. Выясните, какое множество является подмножеством другого: <math>\{1; -2\}</math> и <math>\left\{ \frac{3k+1}{4} \mid k \in Z \right\}</math></p> <p>3. Задайте графически множество: <math>\{(x; y) \mid x + 2y &gt; 1\}</math></p> <p>4. Выясните, справедливо ли предложение: <math>A \cup B = A \setminus B</math></p> <p>5. Найдите множество <math>A \cup (B \setminus C)</math>, если <math>A = (-\infty; 3)</math>, <math>B = (0; 4)</math>, <math>C = [2; 10]</math>.</p> <p>6. Проиллюстрируйте на диаграмме Эйлера-Венна множество: <math>(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A</math></p>
1.2 Бинарные отношения	<p>4. Упорядоченная пара. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения.</p> <p>5. Способы задания бинарного отношения.</p> <p>6. Свойства бинарных отношений</p> <p>7. Классы эквивалентности и их свойства</p>	<p>7. Изобразите на декартовой плоскости <math>[1; 3] \times (-1; \infty)</math>.</p> <p>8. На множестве <math>X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}</math> задано <math>a \rho b \Leftrightarrow a - b = 2</math> бинарное отношение. Найдите область определений и область значений этого отношения. Укажите, какими свойствами оно обладает.</p> <p>9. Заданы множества: <math>\{(1, 4), (1, 5), (2, 1), (3, 2), (4, 3)\}</math>, <math>\{(1, 4), (3, 1), (4, 3), (5, 2)\}</math>, <math>\{(1, 3), (2, 1), (3, 4), (4, 3), (5, 5)\}</math>, <math>\{(1, 4), (2, 1), (3, 5), (4, 2), (5, 3)\}</math>. Показать, что эти множества представляют собой бинарные отношения на множестве <math>N = \{1, 2, 3, 4, 5\}</math>. Найдите область определений и область значений этих отношений. Задать эти отношения: графически, с помощью орграфа..</p>
1.3 Алгебраические системы	<p>4. Алгебраическая операция и ее основные свойства.</p> <p>5. Нейтральный и симметричный элементы.</p>	<p>10. Является ли данная операция * алгебраической на множестве <math>R</math>, если <math>a * b = a^3 \cdot b^2</math>? Если да, то какими свойствами она обладает?</p>
1.4 Группы, кольца и поля	<p>8. Группа. Основные свойства.</p> <p>9. Определения</p>	<p>11. Дана мультипликативная группа, операция задана таблицей Кэли. Для каждого элемента группы найти обратный элемент.</p>

	аддитивной и мультипликативной группы. 10.Кольцо. Поле. Примеры.	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>a \ b \ c \ d</math></li> <li><math>a \ c \ d \ a \ b</math></li> <li><math>b \ d \ a \ b \ c</math></li> <li><math>c \ a \ b \ c \ d</math></li> <li><math>d \ b \ c \ d \ a</math></li> </ul>
<b>2. Теория решения систем линейных уравнений</b>		
2.1 Определители	11.Перестановки и подстановки. 12. Определители 2-го и 3-го порядка. 13.Определители n-порядка. Свойства определителя. 14. Миноры и алгебраические дополнения. 15.Теорема о каждом члене произведения $a_{ij} \cdot A_{ij}$ . 15.Теорема о разложении определителя. 16.Вычисление определителя n-порядка.	12.Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$
<b>2 семестр</b>		
<b>2. Теория решения систем линейных уравнений</b>		
2.2 Алгебра матриц	16.Операции над матрицами и их свойства. 17.Обратные матрицы. Вычисление обратной матрицы. 18.Ранг матрицы и его вычисление. 19.Теорема о ранге матрицы.	<p>Найдите матрицу <math>C = 3A - 4B</math>, если</p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$ <p>13. Дана матрица</p> $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & a & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$ <p>14. Найдите минор и алгебраическое дополнение элемента <math>a</math>.</p> <p>Найдите матрицу <math>X</math>, если <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 &amp; 1 \\ 18 &amp; -1 \end{bmatrix}</math></p> <p>15. Докажите, что матрица <math>A = \begin{bmatrix} 7 &amp; -8 &amp; 4 \\ 3 &amp; 1 &amp; -2 \\ 6 &amp; -5 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> имеет</p> <p>16. обратную и найдите ее.</p> <p>Найдите ранг матрицы <math>A</math></p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 11 & 6 & 1 & 10 \\ 5 & 12 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix}$ <p>17.</p>
2.3 Системы	20.Системы	18. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя

линейных уравнений	линейных алгебраических уравнений, основные понятия. 21.Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования системы. 22.Правило Крамера 23.Решение систем с помощью обратной матрицы. 24.Критерий совместности системы линейных уравнений 25.Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных.	способами: 1) с помощью обратной матрицы; 2) по правилу Крамера; $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$ 19.Решите систему $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$
<b>3. Векторные пространства</b>		
3.1 Конечномерные векторные пространства	26.Определение, примеры и простейшие свойства векторных пространств. 27.Линейная зависимость и независимость системы векторов. 28.Подпространство. Линейная оболочка векторных пространств. 29.Сумма подпространств. 30.Линейные многообразия. 31.Базис и размерность векторного пространства. 32.Изоморфизм векторных пространств.	20.Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$ , $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$ , $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$ , $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$ . 21.Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$ , $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$ , $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$ к базису $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$ , $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$ , $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$ . 22.Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M=x_0+L$ , если известны вектор сдвига $x_0$ и базис $a_1, a_2$ подпространства $L$ . $x_0=(-1;1;0;1)$ , $a_1=(1;-5;11;0)$ , $a_2=(-3;1;0;11)$ . 23.Даны подпространства $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ .Найти базисы и размерности подпространств $L_1, L_2, L_1 \cap L_2, L_1 + L_2$ . $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$ , $\mathbf{a}_2=(1,-1,1,-1)$ , $\mathbf{a}_3=(1,3,1,3)$ , $\mathbf{b}_1=(1,2,0,2)$ , $\mathbf{b}_2=(1,2,1,2)$ , $\mathbf{b}_3=(3,1,3,1)$ .

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))