

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-04-24 00:00:00  
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436  
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования

«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«8» февраля 2024 г.

## **Рабочая программа дисциплины**

### **К.М.04.04 Избранные главы геометрии**

Направление подготовки

#### **44.04.01 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) подготовки

#### **«Математика в профильном и профессиональном образовании»**

Программа магистратуры

Квалификация выпускника

*магистр*

Форма обучения

*заочная*

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1	Цель дисциплины. ....	3
2.	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	4
3.	Учебно-тематический план и содержание дисциплины. ....	5
3.1.	Учебно-тематический план .....	5
3.2.	Содержание занятий по видам учебной работы .....	5
4.	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....	6
5.	Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....	7
5.1.	Учебная литература .....	7
5.2.	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины .....	8
5.3.	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....	8
6.1.	Примерные темы письменных учебных работ .....	9

## 1 Цель дисциплины.

**Целью изучения дисциплины** является формирование у магистрантов системы знаний об идеях и методах геометрии; развитие умения решать исследовательские и профессиональные задачи в этих областях, которые могут быть использованы при обучении математике в профильных классах, а также при подготовке к решению олимпиадных задач.

В ходе изучения дисциплины будут сформирована компетенция **ПК-1**.

Таблица 1 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<b>ПК-1</b> Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика"	<p>ИПК 1.1 Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики в области алгебры, геометрии; практические и прикладные аспекты математики</p> <p>ИПК 1.2 Умеет решать математические задачи соответствующей ступени образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися, олимпиадные, исследовательские задачи; проводить исследования и эксперименты в области математики; организовывать поиск закономерностей и доказательств в частных и общих случаях;</p> <p>ИПК 1.3 Владеет основными и эвристическими методами решения математических задач в области алгебры, геометрии</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- научные основы построения курса геометрии;</li><li>- основные факты проективной геометрии, геометрии Лобачевского;</li><li>- взаимосвязь геометрии с другими разделами математики и областями науки;</li><li>- методы решения различных задач по геометрии;</li><li>- некоторые методики обучения решению задач олимпиадного типа по геометрии.</li></ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- применять свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;</li><li>- распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;</li><li>- объяснять, доказывать и обосновывать свои действия при решении геометрических задач;</li><li>- анализировать, обобщать, оценивать и контролировать собственную деятельность и деятельность других при решении геометрических задач;</li><li>- выбирать наиболее рациональный способ решения задачи по геометрии;</li><li>- решать основные задачи по геометрии, в том числе олимпиадные и задачи части С Единого государственного экзамена;</li><li>- определять содержание элективного курса, использующего материал геометрии.</li></ul> <p><b>Владеть:</b></p>

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- основными понятиями геометрии, применяемыми при обучении математике в профильной школе;</li> <li>- основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;</li> <li>- приемами исследования задачной ситуации;</li> <li>- приемами использования методов научного познания в процессе решения геометрических задач;</li> <li>- методикой решения геометрических задач повышенной трудности.</li> </ul>

## 2. Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины			180
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			24
Аудиторная работа (всего):			24
в том числе:			
лекции			4
практические занятия, семинары			20
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме			
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			143
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа/контроль групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)			143
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Зачет – 4 ч., Экзамен – 9 ч		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1. Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость ЗФО (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
<b>Семестр 1</b>									
<b>1. Основания геометрии</b>									
1.1	Аксиоматический метод. Различные аксиоматики	27				2		25	Доклад, выступление на семинаре
1.2	Задачи на доказательство	29					4	25	Доклад, выступление на семинаре
<b>2. Геометрия Лобачевского</b>									
2.1	Аксиома параллельности Лобачевского и следствия из нее	29					4	25	Индивидуальное домашнее задание
2.2	Фигуры и их свойства на плоскости Лобачевского	31				2	4	25	Индивидуальное домашнее задание
<b>3. Проективная геометрия</b>									
3.1	Основные факты проективной геометрии	26					4	22	Контрольная работа № 1
3.2	Конструктивные теоремы проективной геометрии	25					4	21	Контрольная работа № 1
	Промежуточная аттестация	13						13	Экзамен, зачет
ИТОГО по семестру		144				4	20	143	

#### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
<i>Содержание лекционного курса</i>		
<b>1</b>	<b>Основания геометрии</b>	
1.1	Аксиоматический метод. Различные аксиоматики	Начала Евклида. Проблема пятого постулата. Эквиваленты пятого постулата. Абсолютная геометрия и ее аксиомы. Аксиоматика Вейля. Аксиоматика Гильберта.
<i>Содержание практических занятий (семинаров)</i>		
1.2	Задачи на доказательство	Решение задач на доказательство с применением различных аксиоматик.
<b>2</b>	<b>Геометрия Лобачевского</b>	
2.1	Аксиома параллельности Лобачевского и следствия из нее	Аксиома параллельности Лобачевского и следствия из нее. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского и их свойства. Расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского и их свойства
2.2	Фигуры и их свойства на плоскости Лобачевского	Свойства треугольников и четырех-угольников на плоскости Лобачевского. Дефект треугольника. Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского
<b>3</b>	<b>Проективная геометрия</b>	
3.1	Основные факты проективной геометрии	Проективная система координат. Несобственные точки и прямые. Принцип двойственности
3.2	Конструктивные теоремы проективной геометрии	Конструктивные теоремы проективной геометрии: теорема Дезарга, теорема Паскаля, теорема Бриансона. Гармоническая четверка точек и прямых. Задачи повышенной сложности, решаемые методами проективной геометрии
Промежуточная аттестация - экзамен		

#### 4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы.

Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (6 недель)
Текущая учебная работа в	<b>60</b>	Лекционные занятия (конспект) (2 занятия).	<b>1 балл</b> - посещение 1 лекционного занятия.	0 - 2

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (6 недель)
семестре (посещение занятий по расписанию и выполнение заданий).		Практические занятия (семинары) ( 10 занятия).	<b>1 балл</b> - посещение 1 практического занятия; <b>2 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы (выступление с докладом).	6 - 20
		Подготовка доклада и выступление на семинаре (модуль 1)	<b>8 баллов</b> (пороговое значение); <b>15 баллов</b> (максимальное значение).	8 - 10
		Индивидуальное задание по модулю 2	<b>9 баллов</b> (пороговое значение); <b>16 баллов</b> (максимальное значение).	9 - 15
		Контрольная работа	<b>8 баллов</b> (пороговое значение); <b>15 баллов</b> (максимальное значение).	8 - 15
<b>Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение).</b>				31 - 60
Промежуточная аттестация (зачет).	40	Устный ответ.	<b>20 баллов</b> (пороговое значение); <b>40 баллов</b> (максимальное значение).	20-40
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету).</b>				40 баллов
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации</b>				51 – 100 б.

## 5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1. Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Атанасян, С.Л. Геометрия 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский. — Электронные текстовые данные — Москва : Лаборатория знаний, 2017. — 334 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/94095>. — Загл. с экрана.
2. Атанасян, С.Л. Геометрия 2 [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, В.Г. Ушаков. — Электронные текстовые данные — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 547 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/66314> . — Загл. с экрана.
3. Львова, Л. В. Геометрия: преобразования и построения [Электронный ресурс] : учебное пособие для мат. специальностей пед. вузов / Л. В. Львова; Алтайская гос. пед. акад. – Электронные текстовые данные. - Барнаул : АлтГПА, 2012. - 174 с. - Режим доступа: <https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/2979/read.php..> - Загл. с экрана.

#### Дополнительная учебная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д. В. Беклемишев. — Электронные текстовые данные. — Москва : Физматлит, 2009. — 312 с. — Режим доступа:

<https://e.lanbook.com/book/2109>. — Загл. с экрана.

## 5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Избранные главы геометрии	<b>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике</b> Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) <b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья <b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран <b>Оборудование:</b> дидактические игры, наборы цифр <b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). <b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС</b>	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 1
---------------------------	--	---

## 5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Педагогическая библиотека

[http://www.gumer.info/bibliotek\\_Buks/Pedagog/index.php](http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Pedagog/index.php)

2. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru>.



3. Сайт Института научной информации по общественным наукам РАН. - Режим доступа: <http://www.inion.ru>. Доступ свободный.
4. База профессиональных данных «Мир психологии» - <http://psychology.net.ru/>
5. <http://community.edu-project.org/> — Методический сайт лаборатории методики и информационной поддержки развития образования МИОО
6. Интернет-портал исследовательской деятельности учащихся “Исследователь. Ru” - <http://window.edu.ru/resource/540/39540>
7. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>

## **6. Иные сведения и (или) материалы.**

### **6.1. Примерные темы письменных учебных работ**

#### **Модуль 1. Основания геометрии**

##### Темы докладов

1. Предложение Плейфера.
2. Предложение Лежандра: сумма углов треугольника  $180^{\circ}$ .
3. Предложение Лежандра: если сумма углов треугольника равна  $180^{\circ}$ , то имеет место V постулат Евклида.
4. Предложение Лежандра: если сумма углов одного треугольника равна  $180^{\circ}$ , то сумма углов любого треугольника равна  $180^{\circ}$
5. Предложение Лежандра: перпендикуляр и наклонная пересекаются.
6. Предложение Валлиса.
7. Предложение Феркаша Бойяи.
8. Исследование Саккери.
9. Свойства четырехугольника Саккери.
10. Исследования Ламберта.
11. Площадь сферического двуугольника и сферического треугольника.
12. Теорема синусов для сферического треугольника.
13. Теорема косинусов для сферического треугольника.
14. История развития геометрии в Древнем Египте и Древней Греции.
15. История развития геометрии в древней Индии.
16. История развития геометрии в древнем Китае.
17. История развития геометрии в России
18. Биография Н.И. Лобачевского, его геометрические исследования.
19. Биография Яноша Бойяи, его геометрические исследования.
20. Биография К.Ф. Гаусса, его геометрические исследования

#### **Модуль 2. Геометрия Лобачевского**

*В модели Пуанкаре построить заданную конфигурацию геометрии Лобачевского.*

1. Построить треугольник с тремя данными вершинами и его медианы.
2. Построить треугольник с тремя данными вершинами и его высоты.
3. Построить треугольник с тремя данными вершинами и его биссектрисы.
4. Построить треугольник с тремя данными вершинами и его серединные перпендикуляры.
5. Построить равнобедренный треугольник и его высоту, проведенную к основанию.
6. Построить равнобедренный треугольник и его медиану, проведенную к основанию.
7. Построить трапецию и ее среднюю линию.
8. Построить равнобедренную трапецию.
9. Построить параллелограмм и одну из его высот.
10. Построить трапецию и ее высоту.
11. Построить трапецию и биссектрису одного (любого) ее острого угла.
12. Построить параллелограмм и биссектрису его острого угла.
13. Построить равнобедренный треугольник и его биссектрису, проведенную к основанию.
14. Построить два равных между собой прямоугольных треугольника.
15. Построить прямоугольный треугольник и его медиану, проведенную из вершины прямого угла.
16. Построить четырехугольник Саккери и биссектрисы его прямых углов.
17. Построить прямоугольный треугольник и его высоту, проведенную из вершины прямого угла.

### **Модуль 3. Проективная геометрия**

#### ***Вариант 1***

1. Даны две точки  $A(2:3:-5)$  и  $B(3:6:12)$  в проективной системе координат.
  - 1) Построить прямую  $AB$  в этой системе координат.
  - 2) Написать уравнение прямой  $AB$ .
  - 3) Найти координаты еще двух точек  $C$  и  $D$  этой прямой.
  - 4) Найти двойное отношение  $(AB,CD)$ .
2. Дана гомология центром  $S(1;4)$ , осью гомологии  $s$  с уравнением  $x-y+1=0$  и парой соответственных точек  $A(1;1)$  и  $A_1(1;5)$ . Построить образ и прообраз точки  $B(2;2)$ . Система координат – прямоугольная декартовая.
3. Дан треугольник  $ABC$ ,  $O$  – точка пересечения его биссектрис. Построить прямую  $OD$ , четвертую гармоническую к прямым  $OA$ ,  $OB$  и  $OC$ .
4. Дано проективное отображение прямой  $a$  на прямую  $a_1$  тремя парами соответственных точек в прямоугольной системе координат:  
 $A(-1;9) \rightarrow A_1(3;-3)$ ,  $B(2;6) \rightarrow B_1(12;0)$ ,  $C(4;4) \rightarrow C_1(0;-4)$ . Построить образ точки  $M(3;5)$  при этом преобразовании.
5. Привести уравнение квадрики  $4x^2+y^2+5z^2+4xy-12xz-6yz=0$  к каноническому виду и определить ее проективный класс.

6. Дана овальная квадратика  $9x^2+25y^2=225$  и точка  $M(3; y_0)$  на ней ( $y_0 < 0$ ). При помощи одной линейки построить касательную к квадратике, применяя

1) теорему Паскаля;

2) теорему Штейнера. Перейдя к однородным координатам, написать уравнение этой касательной.

7. Дана овальная квадратика  $y^2=4x$  и точка  $M(-3;1)$ . Построить полярную точку  $M$  и написать ее уравнение (сначала перейти к однородным координатам).

8\*. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  расположены в одной плоскости так, что  $AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 = Q_1$  и  $AB_1 \cap BC_1 \cap CA_1 = Q_2$ . Доказать, что прямые  $AC_1, BA_1, CB_1$  пересекаются в одной точке  $Q_3$ . (Указание: ввести проективную систему координат  $X_1=A, X_2=B, X_3=C, E=Q_1$ )

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы
<b>1 семестр</b>	
<b>1. Основания геометрии</b>	
1.1 Аксиоматический метод. Различные аксиоматики	1. Начала Евклида. 2. Проблема пятого постулата. 3. Эквиваленты пятого постулата. 4. Абсолютная геометрия и ее аксиомы. 5. Аксиоматика Вейля. 6. Аксиоматика Гильберта.
<b>2. Геометрия Лобачевского</b>	
2.1. Аксиома параллельности Лобачевского и следствия из нее	7. Аксиома параллельности Лобачевского и следствия из нее. 8. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского и их свойства. 9. Расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского и их свойства
2.2 Фигуры и их свойства на плоскости Лобачевского	10. Свойства треугольников на плоскости Лобачевского 11. Свойства четырехугольников на плоскости Лобачевского. 12. Дефект треугольника. 13. Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского
<b>3. Проективная геометрия</b>	
3.1. Основные факты проективной геометрии	14. Проективная система координат. 15. Несобственные точки и прямые. 16. Принцип двойственности
3.2. Конструктивные теоремы проективной геометрии	17. Теорема Дезарга 18. Теорема Паскаля. 19. Теорема Бриансона. 20. Гармоническая четверка точек и прямых.

Составитель (и): Позднякова Е.В., доцент каф. МФММ

---

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*