

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ КемГУ  
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00  
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«08» февраля 2024 г.

## **К.М.04.02 Избранные главы математического анализа**

Направление подготовки

### **44.04.01 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) программы  
**«Математика в профильном и профессиональном образовании»**

Программа магистратуры

Квалификация выпускника  
*магистр*

Форма обучения  
*Заочная*

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1. Цель дисциплины. ....	3
2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. ....	5
3.1. Учебно-тематический план ....	5
4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....	6
5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....	7
5.1. Учебная литература. ....	7
5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины. ....	7
5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....	8
6. Иные сведения и (или) материалы. ....	8
6.1. Примерные темы письменных учебных работ ....	8
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации ....	9

## 1. Цель дисциплины.

*Целью изучения дисциплины* является освоение обучающимися дополнительного материала математического анализа, способствующего совершенствованию и дисциплине общей культуры мышления, умению логически рассуждать, точности и обстоятельности аргументации.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция: ПК-1 Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика".

### **Формируемая компетенция, индикаторы достижения компетенции, знания, умения, навыки**

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенции, формируемой дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК–1 Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика".	ИПК 1.1 Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики в области алгебры, геометрии и математического анализа; практические и прикладные аспекты математики, в том числе математические методы статистики ИПК 1.2 Умеет решать математические задачи соответствующей ступени образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися, олимпиадные, исследовательские задачи; проводить исследования и эксперименты в области математики; организовывать поиск закономерностей и доказательств в частных и общих случаях ИПК 1.3 Владеет основными и эвристическими методами решения математических задач в области алгебры, геометрии и математического анализа; навыками организации самостоятельной работы, самоконтроля и самооценки в предметной области "Математика"	<b>Знать:</b> - основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики в области математического анализа; - фундаментальные понятия, определения и теоремы математического анализа; - практические и прикладные аспекты математического анализа; - определение интеграла, зависящего от параметра; - теорему о непрерывности интеграла, зависящего от параметра; - теорему о дифференцировании интеграла по параметру; - определение правильно сходящихся интегралов; - определение интеграла по поверхности; - определение векторного поля, векторной линии, потока вектора через поверхность, дивергенции векторного поля, циркуляции вектора, ротора векторного поля; - правила действий с оператором Гамильтона; - определения и основные свойства трубчатого поля, потенциального поля, гармонического поля - определение тригонометрического ряда; - условия разложения функции в ряд Фурье; - определение интеграла Фурье; - условие представления функции интегралом Фурье; - определение преобразования Фурье. <b>Уметь:</b> - самостоятельно и в составе коллектива решать типичные задачи из курса

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
		<p>математического анализа на данной ступени образования;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- находить закономерности и доказательства в частных и общих случаях;</li> <li>- приводить примеры интегралов, зависящих от параметра;</li> <li>- доказывать теорему о непрерывности интеграла, зависящего от параметра; теорему о дифференцировании интеграла по параметру;</li> <li>- находить интеграл по определенной стороне поверхности;</li> <li>- доказывать теоремы Стокса и Остроградского;</li> <li>- выводить дифференциальные уравнения векторных линий;</li> <li>- выводить формулу для выражения дивергенции;</li> <li>- выполнять все возможные дифференциальные векторные операции второго порядка;</li> <li>- разлагать в ряд Фурье четные и нечетные функции;</li> <li>- выводить формулу Парсеваля;</li> <li>- записывать ряд Фурье в комплексной форме.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основными методами дифференциального и интегрального исчисления для конкретного применения при коллективном решении естественно-научных и прикладных задач;</li> <li>- правилом Лейбница дифференцирования интеграла по параметру;</li> <li>- методами вычисления интегралов, зависящих от параметра;</li> <li>- методами вычисления интеграла по поверхности;</li> <li>- правилами действий с оператором Гамильтона;</li> <li>- методами разложения функции в тригонометрический ряд;</li> <li>- формулами для коэффициентов разложения функции с произвольным периодом;</li> <li>- умением записывать интеграл Фурье: для четных и нечетных функций; в комплексной форме.</li> </ul>

## 2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы

**промежуточной аттестации.**

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объем часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины			180
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			24
Аудиторная работа (всего):			24
в том числе:			
лекции			4
практические занятия, семинары			20
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме			
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			148
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа/ <b>контроль</b>			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)			148
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Зачет 8 ч.		

**3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.**

**3.1. Учебно-тематический план**

Таблица 3 - Учебно-тематический план заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоемкость ОФО (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
	<b>1. Интегралы, зависящие от параметра.</b>								
1	Собственные интегралы, зависящие от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	36				2	4	30	Контрольная работа № 1; вопрос на зачете
	<b>2. Интегралы по поверхности.</b>								
2	Поток жидкости через поверхность. Интеграл по поверхности. Свойства интегралов по поверхности. Вычисление интегралов по поверхности. Формула Стокса. Формула Остроградского.	36				2	4	30	Контрольная работа № 1; вопрос на зачете

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость ОФО (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
	<b>3. Теория поля.</b>								
3	Векторное поле и векторные линии. Поток вектора. Дивергенция. Циркуляция и ротор векторного поля.	34					4	30	Контрольная работа № 2; вопрос на зачете
4	Оператор Гамильтона и векторные дифференциальные операции второго порядка. Свойства простейших векторных полей. Электромагнитное поле. Нестандартные поля.	34					4	30	Контрольная работа № 2; вопрос на зачете
	<b>4. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.</b>								
5	Ряды Фурье. Интеграл Фурье.	32					4	28	Контрольная работа № 3; вопрос на зачете
	Промежуточная аттестация	8							<i>Зачет</i>
	<b>ИТОГО по курсу</b>	<b>108</b>					<b>4</b>	<b>20</b>	<b>148</b>

#### 4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенции обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (15 недель)
Текущая учебная работа в семестре (посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (2 занятие)	<b>5 баллов</b> - посещение 1 лекционного занятия и конспектирование	0 - 10
		Практические занятия (10 занятий)	<b>3 балла</b> - посещение 1 практического занятия <b>4 баллов</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы (выступление с докладом)	0 - 40
		Контрольные работы (3 работы)	<b>За одну КР:</b> <b>от 0-4 балла</b> (выполнено менее 51% заданий) <b>5-7 баллов</b> (выполнено 51-69% заданий) <b>8-9 баллов</b> (выполнено 70-89%)	0 - 30

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (15 недель)
			заданий) <b>10 баллов</b> (выполнено 90-100% заданий)	
<b>Итого по текущей работе в семестре (41 балл - пороговое значение)</b>				41 - 80
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Устный ответ	<b>10 баллов</b> (пороговое значение) <b>20 баллов</b> (максимальное значение)	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету)</b>				20 баллов
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации: 50 – 100 б. Набранные баллы переводятся в оценки по следующей шкале: – 51–100 – «зачтено»; – 50 и менее – «не зачтено».				

## 5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1. Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник / Л. Д. Кудрявцев. — 4-е изд., перераб. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды — 2015. — 444 с. — ISBN 978-5-9221-1585-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/71994> (дата обращения: 29.08.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учебное пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. — 16-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 736 с. — ISBN 978-5-8114-0499-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2660> (дата обращения: 29.08.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительная учебная литература

1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 492 с. — ISBN 978-5-8114-0657-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/111199> (дата обращения: 29.08.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : учебное пособие / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. — 2-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 672 с. — ISBN 5-9221-0008-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59258> (дата обращения: 29.08.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Ильин, В. А. Основы математического анализа : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. — 6-е изд., стер. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 645 с. — ISBN 978-5-9221-0902-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL:

<https://e.lanbook.com/book/2180> (дата обращения: 29.08.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

## 5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Избранные главы математического анализа	<p><b>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике.</b> Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная).</p> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран.</p> <p><b>Оборудование:</b> дидактические игры, наборы цифр.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 1
---	---	---

## 5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.math-net.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

## 6. Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

#### Контрольная работа № 1

*Интегралы, зависящие от параметра. Интегралы по поверхности.*

Вариант (образец)

1. Найти кривизну линии  $y = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\sin \alpha x}{\alpha} d\alpha$  в точке с абсциссой  $x = 1$ .

2. Вычислить интеграл с помощью дифференцирования по параметру  $\int_0^1 \frac{\ln(1-a^2x^2)}{x^2\sqrt{1-x^2}} dx$  ( $a^2 < 1$ ).
3. Вычислить интеграл  $\iint_S x dq$ , где  $S$  – часть сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ , лежащая в первом октанте.
4. Вычислить поверхностный интеграл  $\iint_S z^2 dx dy$ , где  $S$  – внешняя сторона эллипсоида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .
5. Поверхностный интеграл по замкнутой поверхности преобразовать с помощью формулы Остроградского в тройной интеграл по объему тела, ограниченного этой поверхностью:  $\iint_S x^2 dy dz + y^2 dx dz + z^2 dx dy$ . Интегрирование ведется по внешней стороне поверхности  $S$ .

## Контрольная работа № 2

### Теория поля

Вариант (образец)

1. Найти векторные линии поля  $A(P) = (y + z)i - xj - xk$ .
2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля  $A(P) = x^2 yz i + xy^2 z j + xyz^2 k$ .
3. Векторное поле образовано силой, обратно пропорциональной расстоянию от точки её приложения до оси  $Oz$ , перпендикулярной к этой оси и направленной к ней. Вычислить дивергенцию и ротор этого поля.
4. Доказать, что  $r \cdot \nabla r^n = nr^n$ , где  $r$  – радиус-вектор.
5. Доказать соотношение  $\text{rot grad } u = 0$ .

## Контрольная работа № 3

### Ряды Фурье. Интеграл Фурье

Вариант (образец)

1. Разложить функцию  $y = x^3$  в ряд Фурье в интервале  $(-\pi, \pi)$ .
2. Разложить функцию  $y = x(\pi - x)$  в ряд синусов в интервале  $(0, \pi)$ . Использовать полученный результат для нахождения суммы ряда

$$1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3} + \dots$$

3. Представить функцию  $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -1 < x < 0, \\ 1, & \text{если } 0 < x < 1, \\ 0, & \text{если } |x| > 1. \end{cases}$  интегралом Фурье.
4. Представить интегралом Фурье функцию  $f(x) = e^{-\alpha x}, x \geq 0, \alpha > 0$ , продолжив её чётным образом на интервале  $(-\infty; 0)$ .
5. Найти преобразование Фурье функции  $f(x) = x^2 e^{-|x|}$ .

### 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

1 курс (2 семестр) – зачет

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы
<b>2 семестр</b>	
<b>1. Интегралы, зависящие от параметра.</b>	

1.1. Собственные интегралы, зависящие от параметра.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение интеграла, зависящего от параметра. Примеры интегралов, зависящих от параметра.</li> <li>2. Теорема о непрерывности интеграла, зависящего от параметра.</li> <li>3. Теорема о дифференцировании интеграла по параметру (правило Лейбница).</li> <li>4. Определение правильно сходящихся интегралов. Свойства правильно сходящихся интегралов.</li> </ol>
1.2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.</li> <li>6. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости интеграла.</li> <li>7. Признак Дирихле равномерной сходимости интеграла.</li> <li>8. Критерий Коши равномерной сходимости интеграла.</li> <li>9. Непрерывность равномерно сходящегося интеграла по параметру.</li> </ol>
<b>2. Интегралы по поверхности.</b>	
2.1. Поток жидкости через поверхность. Интеграл по поверхности. Свойства интегралов по поверхности.	<ol style="list-style-type: none"> <li>10. Определение потока жидкости через заданную поверхность.</li> <li>11. Определение интеграла по поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Поверхностный интеграл второго рода.</li> <li>12. Двусторонние и односторонние поверхности.</li> <li>13. Задачи, приводящие к интегралам по поверхности.</li> </ol>
2.2. Вычисление интегралов по поверхности. Формула Стокса. Формула Остроградского.	<ol style="list-style-type: none"> <li>14. Вычисление интеграла по поверхности. Теорема Стокса.</li> <li>15. Теорема о необходимом и достаточном условии независимости криволинейного интеграла по пространственной линии от линии интегрирования.</li> <li>16. Теорема Остроградского.</li> </ol>
<b>3. Теория поля.</b>	
3.1 Векторное поле и векторные линии. Поток вектора. Дивергенция. Циркуляция и ротор векторного поля.	<ol style="list-style-type: none"> <li>17. Определение векторного поля. Примеры векторных полей.</li> <li>18. Определение векторной линии. Дифференциальные уравнения векторных линий.</li> <li>19. Поток вектора через поверхность. Дивергенция векторного поля. Формула для выражения дивергенции.</li> <li>20. Векторная форма теоремы Остроградского, её физический смысл.</li> <li>21. Циркуляция вектора. Ротор векторного поля.</li> <li>22. Теорема Стокса в векторной форме.</li> </ol>
3.2. Оператор Гамильтона и векторные дифференциальные операции второго порядка. Свойства простейших векторных полей. Электромагнитное поле. Нестандартные поля.	<ol style="list-style-type: none"> <li>23. Оператор Гамильтона. Правила действий с оператором Гамильтона.</li> <li>24. Дифференциальные векторные операции второго порядка.</li> <li>25. Трубочатое поле, его основные свойства.</li> <li>26. Потенциальное поле, его основные свойства.</li> <li>27. Гармоническое поле. Условие потенциала гармонического поля.</li> </ol>
<b>4. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.</b>	
4.1. Ряды Фурье.	<ol style="list-style-type: none"> <li>28. Гармонические колебания.</li> <li>29. Тригонометрические ряды.</li> <li>30. Ряды Фурье. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.</li> <li>31. Ряд Фурье в произвольном интервале.</li> <li>32. Равенство Парсеваля.</li> <li>33. Ряды Фурье в комплексной форме.</li> </ol>
4.2. Интеграл Фурье.	<ol style="list-style-type: none"> <li>34. Определение интеграла Фурье. Интеграл Фурье для четных и нечетных функций.</li> <li>35. Интеграл Фурье в комплексной форме.</li> </ol>

Составитель (и): Фомина А.В., доцент каф. МФММ

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*