

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-04-24 00:00:00  
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«08» февраля 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**К.М.07.01.05 Алгебра многочленов**

Направление подготовки

**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) подготовки  
**«Математика и Физика»**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Очная*

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1. Цель дисциплины. ....	3
2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	3
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины .....	4
3.1 Учебно-тематический план .....	4
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....	5
5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	6
5.1 Учебная литература.....	6
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины .....	7
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....	7
6 Иные сведения и (или) материалы. ....	7
6.1.Примерные темы письменных учебных работ.....	7
6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации ..	8

## 1. Цель дисциплины.

**Целью изучения дисциплины** является формирование необходимой базы знаний для использования математических методов и математических моделей в решении профессиональных задач, а также развитие математического мышления и культуры у обучающихся. Изучение этого курса дает возможность студентам понять достоверность применяемых в школьном курсе алгоритмов. В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция ПК-1 (Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач)..

## Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач.	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: - структуру, состав и дидактические единицы алгебры как учебного предмета; Уметь: - осуществлять отбор учебного содержания алгебры для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО; Владеть: - методами, приемами решения алгебраических задач и технологией обучения решению алгебраических задач в школьном курсе математики

## 2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО		
1 Общая трудоёмкость дисциплины	144		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	46		
Аудиторная работа (всего):	46		
в том числе:			
лекции	12		
практические занятия, семинары	34		

практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	10		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):	62		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	62		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Экзамен - 36		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной/заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоемкость (всего часов.)	Трудоемкость занятий (час.)					Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО		СРС	ЗФО		
			Аудиторные занятия	лек. ц.		практ.	Аудиторные занятия	
<b>Семестр 5</b>								
	<b>1. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов</b>	<b>54</b>	<b>6</b>	<b>16</b>	<b>32</b>			
1.	Основные понятия. Корни многочлена	28	4	8	16			Индивидуальная работа № 1
2.	Наибольший общий делитель. Разложение на неприводимые множители	26	2	8	16			Индивидуальная работа № 2-3
	<b>2. Многочлены над числовыми полями</b>	<b>54</b>	<b>6</b>	<b>18</b>	<b>30</b>			
3.	Многочлены над полем C и R	30	4	12	14			Индивидуальная

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоемкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)					Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости	
			ОФО		СРС	ЗФО			
			Аудиторные занятия			Аудиторные занятия			
			лек. ц.	практ.		лек. ц.	практ.		
<b>Семестр 5</b>									
								работа № 4	
4.	Многочлены над полем Q	24	2	6	16				Индивидуальная работа № 5
	Промежуточная аттестация – экзамен								экзамен
<b>ИТОГО по семестру 5</b>		<b>108</b>	<b>12</b>	<b>34</b>	<b>62</b>				

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>60</b>	Лекционные занятия (конспект) (8 занятий)	<b>1 балла</b> посещение 1 лекционного занятия	0 - 8
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (16 занятий).	<b>1 балл</b> - посещение 1 практического занятия <b>3 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	16 - 48
		Индивидуальные работы (5 работ)	<b>За одну работу от 2 до:</b> <b>3 балла</b> (выполнено 51 - 65% заданий) <b>4 балла</b> (выполнено 66 - 85% заданий) <b>5 баллов</b> (выполнено 86 - 100% заданий)	12-24

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				<b>28- 80</b>
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)	20	1 вопрос и 1 задача	<b>10 балла</b> (ответ на вопрос) <b>10 баллов</b> (решение одной задачи)	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>20 баллов</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу и контрольную работу выдается на установочной сессии.

## **5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **5.1 Учебная литература**

#### **Основная учебная литература**

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев Л.Я. Высшая алгебра [Текст] : учебник для вузов / Л.Я. Окунев. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: лань, 2009. – 335 с.

#### **б) дополнительная литература**

1. Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - Электронные текстовые данные. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645>
2. Колесникова Ж. В. Методическое пособие "Лабораторные работы по теории многочленов" (Специальность: 032 100 "Математика с дополнительной специальностью", квалификация: учитель математики и информатики) [Текст] / Колесникова Ж. В., Осипова Л. А., Полещук Г. Г. ; Федеральное агентство по образованию, Кузбасская государственная педагогическая академия. - Новокузнецк : [КузГПА], 2007. - 66 с.

## 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Алгебра многочленов	614 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19
------------------------	---	--

## 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

## 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1.Примерные темы письменных учебных работ

#### Индивидуальная работа №1

Вариант (образец)

Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен  $f(x)$  по степеням  $x - x_0$

$$f(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 8, \quad x_0 = 3$$

## Индивидуальная работа №2

Вариант (образец)

Найти НОД многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$

$$f(x) = 3x^6 - x^5 - 3x^4 - 14x^3 - 11x^2 - 3x - 1, \in R[x]$$

$$g(x) = 3x^5 + 8x^4 + 9x^3 + 15x^2 + 10x + 9$$

## Индивидуальная работа №3

Вариант (образец)

Отделить кратные множители многочлена:

$$f(x) = x^6 - 10x^5 + 42x^4 - 96x^3 + 128x^2 - 96x + 32$$

## Индивидуальная работа №4

Вариант (образец)

Отделить действительные корни многочлена с точностью до 1, используя теорему Штурма:

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 3x + 2.$$

## Индивидуальная работа №5

Вариант (образец)

Найти все рациональные корни многочлена  $3x^4 + 5x^3 + x^2 + 5x - 2$

## 6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 5 - Типовые (примерные) контрольные вопросы и задания

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов		



<p>1.1 Основные понятия. Корни многочлена</p>	<p>1. Многочлены от одной переменной <math>x</math> над областью целостности <math>K</math>, их равенство. Операция сложения на <math>K[x]</math>, ее основные свойства. Операция умножения на <math>K[x]</math>, ее основные свойства.</p> <p>2. Корни многочлена из <math>K[x]</math>, необходимое и достаточное условия корня.</p> <p>3. Теорема Безу.</p> <p>4. Кратные корни многочлена из <math>K[x]</math>. Теорема о наибольшем числе многочлена в области целостности.</p> <p>5. Деление <math>f(x) \in K[x]</math> на двучлен <math>x-a</math>, возможность и однозначность.</p> <p>6. Схема Горнера и ее применение для деления <math>f(x) \in K[x]</math> на двучлен <math>x-a</math>.</p>	<p>1. Найти сумму, разность и произведение многочленов:</p> <p>а) <math>f(x) = 2 + (1+i)x - 3ix^2</math>, <math>g(x) = -2ix + ix^3 + x^4 \in Z[i][x]</math>, где <math>Z[i] = \{a + bi \mid a, b \in Z\}</math> — кольцо целых гауссовских чисел;</p> <p>б) <math>f(x) = 1 + (2-i)x^2</math>, <math>g(x) = 3i + ix + (1+i)x^2 \in Z[i][x]</math>;</p> <p>2. Используя схему Горнера, разделить в кольце <math>K[x]</math> многочлен <math>f(x)</math> на линейный двучлен <math>x-a</math>:</p> <p>а) <math>K = Z</math>, <math>f(x) = x^4 - 3x^3 + x - 1</math>, <math>a = 2</math>;</p> <p>б) <math>K = Z</math>, <math>f(x) = 9x^3 + 8x^2 - 10x</math>, <math>a = -3</math>;</p> <p>5. Используя схему Горнера, определить кратность <math>k_i</math> корня <math>\alpha_i</math> многочлена <math>f(x)</math> и разложить <math>f(x)</math> на соответствующие множители:</p> <p>а) <math>f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8</math>, <math>\alpha = 2</math>;</p> <p>б) <math>f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16</math>, <math>\alpha = -2</math>;</p> <p>в) <math>f(x) = x^5 - 15x^4 + 76x^3 - 140x^2 + 75x - 125</math>, <math>\alpha = 5</math>;</p> <p>6. Найти такие значения <math>a</math> и <math>b</math>, при которых число <math>\alpha</math> было бы корнем многочлена <math>f(x)</math> кратности не ниже, чем <math>k</math>:</p> <p>а) <math>f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 1</math>, <math>\alpha = -1</math>, <math>k = 2</math>;</p> <p>б) <math>f(x) = x^5 - x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1</math>, <math>\alpha = 1</math>, <math>k = 3</math>;</p> <p>в) <math>f(x) = ax^{n+1} + bx^n + 1</math>, <math>\alpha = 1</math>, <math>k = 2</math>.</p> <p>Разложить на простейшие дроби рациональную дробь</p> $\frac{x^3 + 2x - 3}{(x+3)^4}.$
<p>1.2 Наибольший общий делитель. Разложение на неприводимые множители</p>	<p>7. НОД <math>(f(x); \varphi(x))</math>, его выражение через исходные многочлены. Алгоритм Евклида.</p> <p>8. Приводимые и неприводимые многочлены над полем <math>P</math>. Основные свойства неприводимых многочленов над полем <math>P</math>.</p> <p>9. Теорема о разложении многочлена из <math>P[x]</math> в произведение неприводимых множителей над полем <math>P</math>. Каноническое представление многочлена над <math>P</math>.</p>	<p>1. Найти НОД и НОК многочленов</p> <p>г) <math>f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1</math>, <math>g(x) = x^2 - 2x^2 + x - 2 \in Q[x]</math>;</p> <p>д) <math>f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2</math>, <math>g(x) = x^3 + 3x^2 + 2 \in Q[x]</math>;</p> <p>е) <math>f(x) = x^4 - 10x^2 + 1</math>, <math>g(x) = x^4 - 4\sqrt{2}x^3 + 6x^2 + 4\sqrt{2}x + 1 \in R[x]</math>;</p> <p>ж) <math>f(x) = x^5 + (1-i)x^4 + x^3 - ix^2 - 1</math>, <math>g(x) = x^4 - ix^3 - (1-i)x^2 - x + 1 \in C[x]</math>.</p> <p>• Выделить кратные множители многочлена</p> $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 1 \in Q[x].$ <p>1. Над каким из полей <math>Q</math>, <math>R</math> или <math>C</math> приводимы многочлены:</p> <p>а) <math>f(x) = x^2 - 10x + 21</math>; б) <math>g(x) = 2x^2 - 3x - 5</math>;</p> <p>в) <math>h(x) = 3x^2 + x + 3</math>; г) <math>\varphi(x) = x^2 + 2x - 1</math>?</p> <p>11. Выделить кратные множители многочленов и найти их корни:</p> <p>а) <math>f(x) = x^5 - 15x^3 - 10x^2 + 60x + 72</math>;</p> <p>б) <math>f(x) = x^5 - 7x^3 - 2x^2 + 12x + 8</math>;</p> <p>в) <math>f(x) = 2x^6 + 6x^5 + 6x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x - 1</math>;</p>

	10. Отделение кратных множителей у многочлена из $P[x]$ .	
<b>2. Многочлены над числовыми полями</b>		
2.1 Многочлены над полем $C$ и $R$	11. Основная теорема алгебры. 12. Формулы Виета. 13. Многочлены из $R[x]$ и их основные свойства. 14. Система функций Штурма. Метод Штурма. 15. Формулы Кардано. 16. Метод Феррари.	1. Найти нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий: а) простой корень $2 + i$ и двукратный корень $1$ ; б) простой корень $-3$ и двукратный корень $1 - i$ ; 2. Исследовать и решить «неполные» кубические уравнения: а) $x^3 + 12x + 63 = 0$ ; б) $x^3 + 9x - 26 = 0$ ; 4. Сумма двух корней многочлена $f(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + \lambda$ равна $1$ . Найти $\lambda$ .
2.2 Многочлены над полем $Q$	17. Многочлены над полем $Q$ , приводимость многочлена $f(x)$ , где $\deg f(x) = 2$ или $\deg f(x) = 3$ . 18. Лемма Гаусса 1. 19. Лемма Гаусса 2. 20. Критерий Эйзенштейна. 21. Отделение целых корней у многочленов с целыми коэффициентами. 22. Отделение рациональных корней у многочленов с целыми и дробными коэффициентами.	1. Найти рациональные корни многочленов: а) $f(x) = x^3 - 11x^2 + 38x - 40$ ; б) $f(x) = 3x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 - 2x + \frac{1}{2}$ ; 2. Выяснить, какие из указанных ниже многочленов 2-й и 3-й степени приводимы над полем $Q$ рациональных чисел, в случае приводимости разложить их на множители, неприводимые над полем $Q$ : а) $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ ; б) $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ ; в) $f(x) = x^2 - x + \frac{1}{4}$ ; г) $f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 4x + 4$ ; 4. Пользуясь критерием Эйзенштейна, доказать неприводимость над полем $Q$ многочленов: а) $f(x) = 2x^5 - 15x^3 + 21x - 24$ ; б) $f(x) = 3x^6 - 20x^4 + 30x^2 - 20x + 20$ ; в) $f(x) = 4x^7 - 21x^5 + 28x^4 - 14x^2 - 35$ ;

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))