

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00  
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35e9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

---

Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан  
А.В. Фомина  
«08» февраля 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**К.М.07.03 Математический анализ**

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки

**ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника

*бакалавр*

Форма обучения

*Очная*

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1 Цель дисциплины .....	3
Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки .....	3
Место дисциплины.....	3
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	3
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	4
3.1 Учебно-тематический план .....	4
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	5
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....	7
5.1 Учебная литература .....	7
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	8
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	8
6 Иные сведения и (или) материалы.....	8
6.1.Примерные темы письменных учебных работ .....	8
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации .....	15

## 1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должна быть сформирована компетенция основной профессиональной образовательной программы бакалавриата ОПК-1.

### Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; 1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий	<b>Знать:</b> – основные факты, концепции и принципы математического анализа. <b>Уметь:</b> – грамотно пользоваться языком математического анализа; – строго доказывать математические утверждения в области математического анализа, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; – применять знания математического анализа для решения практических задач. <b>Владеть:</b> – способностью решать профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы математического анализа.

### Место дисциплины

Дисциплина включена в модуль «Математическое моделирование в задачах профессиональной деятельности» ОПОП ВО. Дисциплина осваивается на 1-2 курсах в 1-4 семестрах.

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий.

### Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения
	ОФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	684
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	300
Аудиторная работа (всего):	300
в том числе:	
лекции	100
практические занятия, семинары	200
Внеаудиторная работа (всего):	
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	276
4 Промежуточная аттестация обучающегося - экзамен (1 семестр);	108

- экзамен (2 семестр);
- зачет с оценкой (3 семестр);
- экзамен (4 семестр).

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО		СРС	
			Аудиторн. занятия	лекц.		
<b>Семестр 1</b>						
	<b>1. Введение в анализ</b>					
1-2	1.1. Функция	16	4	6	6	Контрольная работа Тест
3-4	1.2. Предел числовой последовательности	12	4	4	4	Контрольная работа Тест
5-7	1.3. Предел функции	22	6	10	6	
8-9	1.4. Непрерывность функции	16	4	6	6	Контрольная работа Тест
	<b>2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>					
10-12	2.1. Производная	26	6	10	10	Контрольная работа Тест
13-16	2.2. Приложения производной	32	8	12	12	
17-18	2.3. Дифференциал функции	20	4	8	8	
	Промежуточная аттестация	36				<i>экзамен</i>
<b>ИТОГО по 1 семестру</b>		<b>180</b>	<b>36</b>	<b>56</b>	<b>52</b>	<b>36</b>
<b>Семестр 2</b>						
	<b>1. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>					
1-4	1.1. Неопределенный интеграл	28	8	10	10	Контрольная работа Тест
5-6	1.2. Определенный интеграл	24	4	10	10	Индивидуальное задание Тест
7-8	1.3. Приложения определенного интеграла	22	4	8	10	
	<b>2. Функции нескольких переменных</b>					
9-10	2.1. Определение функции двух и более переменных	22	4	8	10	Контрольная работа
11-13	2.2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	24	6	8	10	
14-16	2.3. Экстремум функции двух переменных	24	4	8	12	Кейс-задание
17	Промежуточная аттестация	36				<i>экзамен</i>
<b>ИТОГО по 2 семестру</b>		<b>180</b>	<b>30</b>	<b>52</b>	<b>62</b>	<b>36</b>
<b>Семестр 3</b>						
	<b>1. Ряды</b>					

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
1-4	1.1. Числовые ряды	32	4	8	20	Контрольная работа
5-8	1.2. Степенные ряды	36	4	12	20	
9-11	1.3.Ряды Фурье	26	4	12	10	Контрольная работа
	<b>2. Интегральное исчисление функции многих переменных</b>					
12-15	2.1. Двойные и тройные интегралы	26	4	12	10	Контрольная работа
16-17	2.2. Криволинейные интегралы	24	2	12	10	Контрольная работа
	Промежуточная аттестация					<i>зачет с оценкой</i>
	<b>ИТОГО по 3 семестру</b>	<b>144</b>	<b>18</b>	<b>56</b>	<b>70</b>	
<b>Семестр 4</b>						
1-5	<b>1. Функции комплексного переменного</b>	44	4	10	30	Контрольная работа
6-9	<b>2. Функциональные ряды</b>	34	4	8	22	Контрольная работа
10-13	<b>3. Вычеты и их применение</b>	36	4	8	24	Контрольная работа
14-16	<b>4. Основы операционного исчисления</b>	30	4	10	16	Контрольная работа
	Промежуточная аттестация	36				<i>экзамен</i>
	<b>ИТОГО по 4 семестру</b>	<b>180</b>	<b>16</b>	<b>36</b>	<b>92</b>	<b>36</b>
	<b>ВСЕГО</b>	<b>684</b>	<b>100</b>	<b>200</b>	<b>276</b>	<b>108</b>

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

##### 1 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре	<b>60</b>	Тест	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5-10
		Контрольные работы (защита контрольной работы) (4 работы)	За одну КР от 5 до:10 баллов 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	20- 40
		Кейс-задание	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5- 10
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				<b>30 - 60</b>
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Решение задачи 1.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №2	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5- 10
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>20 – 40 б.</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации</b>				<b>50 – 100 б.</b>

### 2 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре	<b>80</b>	Индивидуальное задание	За ИЗ от 10 до 20 баллов 10баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	10-20
		Контрольные работы (защита контрольной работы) (2 работы)	За одну КР от 10до:20 баддов 10баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	20 - 40
		Кейс-задание	10баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	10- 20
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				40 - 80
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)	20	Решение задачи 1.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5- 10
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачет с оценкой)</b>				10 – 20 б.
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				50 – 100 б.

### 3 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре	<b>60</b>	Контрольные работы (защита контрольной работы) (4 работы)	За одну КР от 7-8до:15 баддов <b>7-8 баллов</b> (пороговое значение) <b>15 баллов</b> (максимальное значение)	30- 60
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				30 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Решение задачи 1.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №2	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5- 10
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				20 – 40 б.
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				50 – 100 б.

### 4 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре	<b>60</b>	Контрольные работы (защита контрольной работы) (4 работы)	За одну КР от 7-8до:15 баддов <b>7-8 баллов</b> (пороговое значение) <b>15 баллов</b> (максимальное значение)	30- 60
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				30 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Решение задачи 1.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №2	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5- 10
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				20 – 40 б.
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				50 – 100 б.

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 5)

Таблица 5 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

Сумма набранных баллов	Уровни освоения дисциплины и компетенций	Экзамен		Зачет
		Оценка	Буквенный эквивалент	Буквенный эквивалент
86 - 100	Продвинутый	5	отлично	Зачтено
66 - 85	Повышенный	4	хорошо	
51 - 65	Пороговый	3	удовлетворительно	
0 - 50	Первый	2	неудовлетворительно	Не зачтено

## 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1 Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. В 2 т. [Электронный ресурс] : Т.1: учебник / Г.М. Фихтенгольц. – 9-е изд., стереотип. - Электрон.текстовые дан. – Санкт-Петербург : Издательство «Лань», 2008. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/65055/>

2. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 2 т. [Электронный ресурс] : Т.2: учебник / Г.М. Фихтенгольц. – 9-е изд., стереотип. - Электрон.текстовые дан. – Санкт-Петербург : Издательство «Лань», 2008. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/411>

#### Дополнительная учебная литература

3. Шершнева В.Г. Математический анализ [Электронный ресурс]: Учебное пособие / В.Г. Шершнева. . - Электрон.текстовые дан. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 288 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=342089>

4. Шершнева В.Г. Математический анализ [Электронный ресурс]: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнева. - Электрон.текстовые дан - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=342088>

5. Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс] : Учебное пособие / Шипачев В.С., - 3-е изд. - Электрон.текстовые дан - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469727>

6. Математический анализ: N-мерное пространство. Функции. Экстремумы [Электронный ресурс] : Учебник / Барбаумов В.Е., Попова Н.В. - Электрон.текстовые дан - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 341 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=544101>

7. Математический анализ в вопросах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Ф. Бутузов, Н.Ч. Крутицкая, Г.Н. Медведев и др., 5-е изд. - Электрон.текстовые дан - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 480 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=544581>

8. Туганбаев, А. А. Математический анализ [Электронный ресурс]: :Пределы[Электронный ресурс] / А. А. Туганбаев. - 2-е изд., стереот. - Электрон.текстовые дан - М.: Флинта, 2011. - 54 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=409466>

9. Туганбаев, А. А. Математический анализ : интегралы [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. — 2-е изд., стереотип. - Электрон.текстовые дан — М. : ФЛИНТА, 2011. — 76 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=454655>

10. Долгополова, А.Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу. Ч. 1 : В 2 ч [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Ф. Долгополова, Т.А. Колодяжная. - Электрон.текстовые дан - Ставрополь: Сервисшкола, 2012. – 168 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=514584>

## 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»:

<p><b>404</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций;</li> <li>- текущего контроля и промежуточной аттестации.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p>
<p><b>603</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- занятий семинарского (практического) типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций;</li> <li>- текущего контроля и промежуточной аттестации.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Mрich 2 (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), QGIS (свободно распространяемое ПО), UML-диаграммы (бесплатная версия).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p>
<p><b>604</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- занятий семинарского (практического) типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций;</li> <li>- текущего контроля и промежуточной аттестации.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p>

## 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. *Общероссийский математический портал (информационная система)* - <http://www.mathnet.ru/>
2. *Mathcad-справочник по высшей математике* - <http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>

## 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1.Примерные темы письменных учебных работ



### 6.1.1. Контрольная работа по теме «Функции»

1. Найти область определения функции:

а)  $y = \sqrt{x} - \lg(5-x) + \frac{1}{x-2}$ ;

б)  $y = \arcsin \frac{x+3}{2}$ .

2. Найти область значений функции:

а)  $y = 3 \cos \frac{x}{2} - 4$ ;

б)  $y = \sqrt{4-x^2} + 3$

3. Найти функцию обратную данной и построить оба графика в одной системе координат:  
 $y = 2 - 3x$

4. Построить графики функций:

а)  $y = -x^2 - x + 2$ ;

б)  $y = -x^2 - |x| + 2$ ;

в)  $y = |-x^2 - |x| + 2|$ ;

г)  $y = -\log_{0,5}|x|$ .

### 6.1.2. Контрольная работа по теме «Предел»

Найти пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3-5x}{1-3x^3}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x+3} \right)^{3x}$

### 6.1.3. Контрольная работа по теме «Непрерывность»

Исследовать функции на непрерывность: а)  $y = \frac{-1}{x^2-4}$  б)  $y = \begin{cases} x^2, & x \geq 2 \\ -x, & x < 2 \end{cases}$

в)  $y = \frac{\sqrt[3]{2-x}}{x^2+5} + 2^{-x}$

### 6.1.4. Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление»

Исследовать методами дифференциального исчисления следующие функции и, используя результаты исследования, построить их графики.

1)  $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$ ; 2)  $y = e^{2x-x^2}$ .

### 6.1.5. Контрольная работа по теме «Неопределенный интеграл»

Найти интегралы:

1)  $\int (2-4x) \sin 2x dx$ ;

2)  $\int \frac{(\arccos x)^2 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ;

3)  $\int \frac{x+2}{x^2+x+3} dx$ ;

$$4) \int \frac{2x^2 - 3x - 1}{(x-4)(x-3)x} dx; \quad 5) \int \sin^3 x \cos^2 x dx; \quad 6) \int \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

### 6.1.6. Индивидуальное задание по теме «Определенный интеграл»

Вычислить:

$$1. \int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx. \quad 2. \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx.$$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$3. y = x^2 + 1, y = \frac{1}{2}x^2, y = 5.$$

Найти объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями:

$$4. x = y^2, x = 1, y = 0. (OX, OY).$$

### 6.1.7. Тест по разделам: «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление»

а) типовые задания (вопросы) – образец

<b>Введение в анализ</b>	
1.	Областью определения функции $y = \ln(9 - x) + \sqrt{x + 5}$ является промежуток: 1) $[-5; 9)$ ; 2) $(-5; 9)$ ; 3) $[-5; 9]$ ; 4) $(-5; 9]$ .
2.	Впишите в утверждение недостающие слова: Переменная величина $\alpha(x)$ называется _____, если ее предел равен 0.
3.	Впишите в утверждение недостающее слово: Если числовая последовательность монотонна и ограничена, то она _____.
4.	Впишите в утверждение недостающие слова: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ называется _____, а $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ называется _____.
5.	Какое из выражений не является неопределенностью? 1) $\left[\frac{0}{0}\right]$ ; 2) $[\infty - \infty]$ ; 3) $[\infty \cdot \infty]$ ; 4) $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ .
6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - 4x}{4x^3 - 2}$ равен: 1) 0; 2) $\infty$ ; 3) $\frac{3}{4}$ ; 4) $\frac{4}{3}$ .
7.	Функция $y = 2^{\frac{1}{x}}$ имеет в точке $x=0$ : 1) устранимый разрыв; 2) разрыв I рода; 3) разрыв II рода; 4) не имеет разрыва.
8.	Функция $y = \frac{x^2}{1-x}$ непрерывна на отрезке: 1) $[-3; 0]$ ; 2) $[-1; 3]$ ; 3) $[0; 2]$ 4) $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$ .
9.	Впишите в утверждение недостающие слова:

Если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ , то прямая $x=a$ называется _____.
10. Впишите в утверждение недостающие слова: Если существуют пределы $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ и $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$ , то график функции $y=f(x)$ имеет _____.
11. Какой из графиков функции не имеет асимптот? 1) $y = \frac{1}{x}$ ; 2) $y = \frac{1}{x-1}$ ; 3) $y = x^3 - 3x$ ; 4) $y = e^{\frac{1}{x}}$ .
<b>Дифференциальное исчисление</b>
12. Значение производной функции $y = e^{\frac{1}{x}}$ в точке $x=1$ равно 1) $e$ ; 2) $-e$ ; 3) $\frac{1}{e}$ ; 4) $-\frac{1}{e}$ .
13. Уравнение нормали к графику функции $y = x^2$ в точке $x=1$ имеет вид: 1) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ; 2) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ; 3) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ ; 4) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ .
14. Функция $y = \frac{x^2}{x-1}$ убывает на промежутке: 1) $(-3; -2)$ ; 2) $(-1; 0)$ ; 3) $(0; \frac{1}{2})$ ; 4) $(2; 3)$ .
15. Функция $y = \frac{x^2}{x-1}$ имеет максимум в точке: 1) $x=2$ ; 2) $x=0$ ; 3) $x=1$ ; 4) $x=-1$ .
16. Наибольшее значение функции $y = e^{-x}$ на отрезке $[0; 1]$ равно: 1) $\frac{1}{e}$ ; 2) $1$ ; 3) $-1$ ; 4) $-\frac{1}{e}$ .
17. Впишите в утверждение недостающее слово: Если функция в точке $x_0$ имеет конечную производную, то она называется _____ в этой точке.
18. Установите правильную последовательность нахождения производной функции. <ul style="list-style-type: none"> <li>• найти приращение функции <math>\Delta y</math>;</li> <li>• найти отношение <math>\frac{\Delta y}{\Delta x}</math>;</li> <li>• дать <math>x</math> приращение <math>\Delta x</math>;</li> <li>• найти предел отношения <math>\frac{\Delta y}{\Delta x}</math> при <math>\Delta x \rightarrow 0</math>.</li> </ul>
19. Впишите в утверждение недостающее слово: Точки, в которых производная равна 0 или не существует называются _____.
20. Впишите в утверждение недостающие слова: Главная часть приращения функции, линейная относительно $\Delta x$ называется _____ функции.
21. Впишите в утверждение недостающие слова: Если в точке $x_0$ , принадлежащей области определения функции, вторая производная меняет знак, то $x_0$ является _____.
<b>Интегральное исчисление</b>

<p>22. Впишите в утверждение недостающие слова: Совокупность всех первообразных для данной функции называется _____ .</p>								
<p>23. Впишите в утверждение недостающие слова: Формула интегрирования по частям имеет вид _____ .</p>								
<p>24. Установите соответствия и впишите букву рядом с цифрой:</p> <table border="0"> <tr> <td>1. <math>\int \frac{dx}{x}</math>;</td> <td>а) <math>\arctg x + C</math>;</td> </tr> <tr> <td>2. <math>\int \frac{dx}{1+x^2}</math>;</td> <td>б) <math>\ln x  + C</math>;</td> </tr> <tr> <td>3. <math>\int \frac{dx}{\cos^2 x}</math>;</td> <td>в) <math>\tg x + C</math>.</td> </tr> </table> <p>Ответы: 1 _____ ; 2 _____ ; 3 _____ ; 4 _____ .</p>	1. $\int \frac{dx}{x}$ ;	а) $\arctg x + C$ ;	2. $\int \frac{dx}{1+x^2}$ ;	б) $\ln x  + C$ ;	3. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ ;	в) $\tg x + C$ .		
1. $\int \frac{dx}{x}$ ;	а) $\arctg x + C$ ;							
2. $\int \frac{dx}{1+x^2}$ ;	б) $\ln x  + C$ ;							
3. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ ;	в) $\tg x + C$ .							
<p>25. <math>\int_1^e \frac{dx}{x}</math> равен:</p> <p>1) 1; 2) e; 3) -1; 4) <math>\frac{1}{e}</math>.</p>								
<p>26. Установите соответствия и впишите букву рядом с цифрой:</p> <table border="0"> <tr> <td>1. площадь плоской фигуры;</td> <td>а) <math>\pi \int_a^b y^2 dx</math>;</td> </tr> <tr> <td>2. длина дуги кривой;</td> <td>б) <math>\int_a^b f(x) dx</math>;</td> </tr> <tr> <td>3. объем тела вращения;</td> <td>в) <math>\int_a^b \sqrt{1+(y')^2} dx</math>;</td> </tr> <tr> <td>4. площадь поверхности вращения;</td> <td>г) <math>2\pi \int_a^b y \cdot \sqrt{1+(y')^2} dx</math>.</td> </tr> </table>	1. площадь плоской фигуры;	а) $\pi \int_a^b y^2 dx$ ;	2. длина дуги кривой;	б) $\int_a^b f(x) dx$ ;	3. объем тела вращения;	в) $\int_a^b \sqrt{1+(y')^2} dx$ ;	4. площадь поверхности вращения;	г) $2\pi \int_a^b y \cdot \sqrt{1+(y')^2} dx$ .
1. площадь плоской фигуры;	а) $\pi \int_a^b y^2 dx$ ;							
2. длина дуги кривой;	б) $\int_a^b f(x) dx$ ;							
3. объем тела вращения;	в) $\int_a^b \sqrt{1+(y')^2} dx$ ;							
4. площадь поверхности вращения;	г) $2\pi \int_a^b y \cdot \sqrt{1+(y')^2} dx$ .							
<p>27. Впишите в утверждение недостающее слово: Определенный интеграл с бесконечными пределами интегрирования называется _____ .</p>								

### 6.1.8. Контрольная работа по теме «Экстремум функции двух переменных»

#### Кейс-задание:

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал  $K$  и труд  $L$ . Функция выпуска им  $Z = aK^{0,5}L^{0,5}$  на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 60 у.е., стоимость аренды единицы фондов равна 3 у.е., ставка заработной платы 4 у.е. При каком значении  $K$  достигается наибольший объем выпуска?

### 6.1.9. Контрольная работа по теме «Функции нескольких переменных»

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = f(x, y)$  в замкнутой области  $D$ , заданной системой неравенств.

$$z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; \quad 3 \geq x \geq 0, \quad 3 \geq y \geq 0.$$

2. Экспериментально получены пять значений искомой функции  $y = f(x)$  при пяти

значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию  $y = f(x)$  в виде  $y = ax + b$ .

x	1	2	3	4	5
y	4,3	5,3	3,8	1,8	2,3

3. Найти размеры прямоугольного параллелепипеда объема  $V$ , имеющего наименьшую полную поверхность.

### 6.1.10. Контрольная работа по теме «Числовые, степенные ряды»

1. Исследовать сходимость рядов:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n^3+1}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+1}\right)^{n^2/2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n! \cdot 3^n}$ . д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n^2}-1}{1-\cos \frac{1}{n}}$ , е)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^3+4)$ .

2. Найти область сходимости функционального ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x+\pi n)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$$

### 6.1.11. Контрольная работа по теме «Ряды Фурье»

1. Разложить функцию  $f(x)$  и указать промежутки, где сумма ряда Фурье равна функции

$$f(x) = \begin{cases} 4, & x \in [0; \pi], x_0 = -\pi, x_1 = 0, \\ 0, & x \in [-\pi; 0), x_2 = \pi \end{cases}$$

2. Разложить в интервале  $(0; \pi)$  в ряд Фурье а) по косинусам, б) по синусам функции:

$$f(x) = x; \quad f(x) = \pi - x;$$

3. Разложить в ряд Фурье а) по синусам, б) по косинусам для  $f(x)$ , определенной на  $(0; 2\pi)$

$$f(x) = x^2, \quad f(x) = x^3$$

4. Найти интеграл Фурье функции продолжив её нечетным образом на интервал  $(-\infty; 0)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \in [0; \pi] \\ 0, & x > \pi \end{cases}$$

### 6.1.12. Контрольная работа по теме «Двойные, тройные интегралы»

1. Изменить порядок интегрирования  $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy$

2. Вычислить интеграл  $\iint_{\Delta} (3x^2 - 2xy + y) dx dy$ , если область интегрирования  $\Delta$  ограничена линиями  $x = 0, x = y^2, y = 2$ .

3. Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты

$$\iint_D dx dy \quad D: x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

4. Вычислить тройной интеграл  $\int_{-1}^1 \int_0^x \int_0^{xy} (x+y+z) dz dy dx$

5. Вычислить объем тела, заданного неравенствами  $x+y+z \leq a$ ,  $3x+y \geq a$ ,  $3x+2y \leq 2a$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

### 6.1.13. Контрольная работа по теме «Криволинейные интегралы»

1. Вычислить интеграл  $\int_{AB} (x^2 + y^2 + z^2) ds$  по одному витку винтовой линии  $x = \cos t$ ;  $y = \sin t$ ;  $z = t$ ;  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L x^2 y dx + x^3 dy$ .  $L$  – контур, ограниченный параболой  $y^2 = x$ ;  $x^2 = y$ . Направление обхода контура положительное.

3. Вычислить криволинейный интеграл второго типа  $\int_L y dx + x dy$ , где  $L$  – четверть окружности  $x = R \cos t$ ,  $y = R \sin t$  от  $t_1 = 0$  и  $t_2 = \frac{\pi}{2}$ .

### 6.1.14. Контрольная работа по теме «Аналитические функции комплексной переменной»

1. Доказать аналитичность функций и вычислить их производную:

1.  $\sin z$ , 2.  $\operatorname{ctg} z$ , 3.  $\ln z$ .

2. Найти особые точки функций:  $f_1(z) = \frac{z^2 + 3}{(z^2 + 2z + 2)(z-1)^2}$ ,  $f_2(z) = \frac{z-1}{z(z^6 + 1)}$ , , ,

3. Проверить, что функция  $u = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$  является гармонической.

4. Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + iv$  по заданной действительной части  $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2y$

### 6.1.15. Контрольная работа по теме «Ряд Лорана»

1. Разложить в ряд Лорана:

$$f(z) = \frac{1}{z(z+1)} \quad 0 < |z| < 1; \quad f(z) = \frac{1}{z^3 + z} \quad |z| > 1$$

2. Найти особые точки функции и определить их характер  $\frac{1}{1 - \sin x}$

### 6.1.16. Контрольная работа по теме «Вычеты»

1. Вычислить вычеты во всех конечных особых точках функции:

$$f(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \frac{\pi}{4} z}$$

2. Вычислить вычеты во всех изолированных особых точках, включая бесконечно удаленную точку, для функции:

$$f(z) = e^{z^2 + \frac{1}{z^2}}$$

3. Вычислить интегралы с помощью вычетов:

$$\oint_{|z|=1} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi}{4}\right)^3} dz, \quad \oint_{|z|=3} \frac{dz}{z^3 + 4z}$$

### 6.1.17. Контрольная работа по теме «Операционное исчисление»

1. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами:

$$f(t) = b^t \eta(t), \quad b > 0, \quad b \neq 1.$$

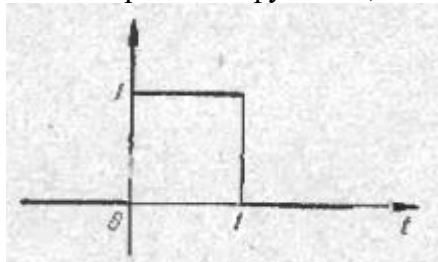
$$f(t) = e^{t^2} \eta(t),$$

2. Найти изображение функций, используя свойства линейности, подобия, смещения и запаздывания:

а)  $f(t) = 1+t$ , б)  $f(t) = \sin \omega t$ , в)  $f(t) = \sin^4 t$ ,

г)  $f(t) = e^{-t} t^3$ , д)  $f(t) = \sin(t-b)\eta(t-b)$ ,

3. Найти изображение функции, заданной графически:



## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 6 - Примерные теоретические вопросы и практические задания к экзамену

### Семестр 1

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания
<b>1. Введение в анализ</b>		
1.1. Функция	<p>1. Определение функции, способы задания, свойства функций.</p> <p>2. Основные элементарные функции, их свойства и графики.</p>	<p>1. Найти область определения функции:</p> $f(x) = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{\lg(1-x)};$ $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{\arcsin(x-1)}.$ <p>2. Найти область значений функций:</p> $y = \frac{1}{x^2}$ $y = \sqrt{2x+1}$ <p>3. Построить графики функций:</p> $y = \frac{1}{x^2}$ $y = \sqrt{2x+1}$ $y = \sqrt{9-x^2}$
1.2. Предел числовой последовательности	<p>3. Числовая последовательность и ее предел.</p> <p>4. Признак существования предела последовательности.</p>	<p>4. Пусть последовательность <math>\{x_n\}</math> сходится. Является ли сходящейся последовательность <math>\{x_{n+1} - x_n\}</math>?</p> <p>5. Вычислить предел:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} \right]$

1.3. Предел функции	<p>5. Предел функции. Основные теоремы о пределах.</p> <p>6. Бесконечно малые и бесконечно большие величины, их свойства.</p> <p>7. Первый и второй замечательные пределы.</p> <p>8. Неопределенные выражения.</p>	<p>6. Найти пределы:</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{5x^3 - x^2 + 4x + 3}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 7x}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{3x^2}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$
1.4. Непрерывность функции	<p>9. Непрерывность функции в точке и на множестве.</p> <p>10. Точки разрыва функции.</p> <p>11. Операции над непрерывными функциями.</p> <p>12. Свойства функций, непрерывных на отрезке.</p>	<p>7. Исследовать функции на непрерывность:</p> $f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$ <p>8. Доопределить следующие функции до непрерывной в заданной точке:</p> $f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}} \quad \text{при } x \neq 3. \quad (f(3) = 7)$ <p>9. Исследовать на непрерывность функцию и определить тип точек разрыва, если они есть</p> $y = \frac{\sqrt[3]{2-x}}{x^2 + 5} + 2^{-x}; \quad y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$
<b>2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>		
2.1. Производная	<p>13. Определение производной в точке. Геометрический смысл производной.</p> <p>14. Непрерывность дифференцируемой функции.</p> <p>15. Производная суммы, произведения, частного двух функций.</p> <p>16. Производная сложной функции, неявной функции, степенно-показательной функции.</p>	<p>10. В какой точке параболы <math>y = x^2 - 2x + 5</math> нужно провести касательную, чтобы она была перпендикулярна биссектрисе первого координатного угла.</p> <p>10. Найти производные функции:</p> $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot x^3;$ $y = \operatorname{tg}^5 \frac{x}{5};$ $y = 2^{\sin x} \cdot \sqrt{\sin x}$ $y = (\sin x)^x$ $x^3 \cdot \cos y + y^2 \cdot \cos x = 0$
2.2. Приложения производной	<p>17. Теорема Ферма и теорема Ролля.</p> <p>18. Теорема Лагранжа.</p> <p>19. Правило Лопиталья.</p> <p>20. Признаки возрастания и убывания функции.</p> <p>21. Экстремум функции. Необходимое условие,</p>	<p>11. Применима ли теорема Ролля к функции <math>y = 1 - 3\sqrt{x^2}</math> на отрезке <math>[-1; 1]</math>.</p> <p>12. Найти пределы по правилу Лопиталья:</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{\frac{x}{2}}}{x + e^x};$



	<p>достаточные условия экстремума функции.</p> <p>22. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.</p> <p>23. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции.</p>	<p>11. Исследовать на монотонность и найти точки экстремума функции:</p> $y = \frac{x}{1-x^2};$ $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1};$ <p>12. Исследовать на выпуклость, вогнутость и найти точки перегиба функции:</p> $y = \frac{x}{1-x^2};$ $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1};$ <p>13. Исследовать методами дифференциального исчисления следующие функции и, используя результаты исследования, построить их графики</p> $y = \frac{x}{1-x^2}; y = e^{\frac{1}{1-x}}$
2.3. Дифференциал функции	<p>24. Дифференциал функции.</p> <p>25. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.</p>	<p>13. Вычислить приближенно при помощи дифференциала <math>\sqrt{25,01}</math></p> <p>14. Найти дифференциал функции:</p> $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot x^3;$ $y = \operatorname{tg}^5 \frac{x}{5}$
<b>Компетенции</b>		
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p><b>Кейс-задание</b></p> <p>Цена <math>p</math> (у.е.) на продукцию линейно падает с увеличением объема <math>x</math> (ед.) предъявления готовой продукции на рынке как <math>p(x) = 11 - 0,2x</math>, а затраты <math>C</math> (у.е.) зависят от объема производства как <math>C(x) = -0,1x^2 + 3x</math></p> <p>Задание:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти функцию прибыли.</li> <li>2. Найти наибольшее значение прибыли в (у.е.).</li> </ol>	

## Семестр 2

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания
<b>1. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>		
1.1. Неопределенный интеграл	<p>1. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Непосредственное интегрирование.</p> <p>2. Метод замены переменной,</p>	<p>1. Найти интегралы:</p> $\int \frac{x^3 + 2x - 3\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ $\int \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx$ $\int (3x + 4)e^{3x} dx$ $\int \frac{x + 2}{x^2 + x + 3} dx$

	<p>интегрирование по частям.</p> <p>3. Интегрирование рациональных дробей.</p> <p>4. Интегрирование тригонометрических функций.</p> <p>Интегрирование иррациональных функций.</p>	$\int \frac{2x^2 - 3x - 1}{(x-4)(x-3)} dx$ $\int \cos^5 x dx$ $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$ $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$
1.2. Определенный интеграл	<p>5. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла.</p> <p>6. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о среднем.</p> <p>7. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.</p> <p>8. Несобственные интегралы.</p>	<p>2. Вычислить:</p> $\int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx; \quad \int_4^5 x^2 \cdot \sqrt{1-x^3} dx;$ $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot e^{2x} dx$ $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx; \quad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x}}$
1.3. Приложения определенного интеграла	<p>9. Площадь плоской фигуры.</p> <p>10. Длина дуги кривой.</p> <p>11. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.</p>	<p>3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:</p> $y = x^2 + 1, \quad y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = 5.$ <p>4. Найти длину дуги кривой:</p> $y = 2\sqrt{x}, \quad \text{от } x=0 \text{ до } x=1;$ <p>5. Найти объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями: <math>x = y^2, x = 1, y = 0</math>. (OX, OY).</p> <p>6. Найти площадь поверхности вращения: <math>9y^2 = x(3-x)^2</math>, при <math>x \in [0;3]</math></p>
<b>2. Функции нескольких переменных</b>		
2.1. Определение функции двух и более переменных	<p>12. Определение функции двух и более переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных.</p> <p>13. Предел и непрерывность функции двух переменных.</p>	<p>7. Найти область определения функций</p> $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27;$ $z = x^2 + 2y^2 + 1;$ $z = \ln(x - y)$ $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ <p>8. Исследовать функции на непрерывность:</p> $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27;$ $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ $z = \frac{1}{x - y}$
2.2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	<p>14. Частные производные, их геометрический смысл.</p> <p>15. Дифференцируемость и полный дифференциал</p>	<p>9. Найти частные производные первого и второго порядков</p> $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27;$ $z = x^2 + 2y^2 + 1;$

	<p>функции. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.</p> <p>16. Производная по направлению. Градиент.</p> <p>17. Производная сложной функции.</p> <p>Частные производные второго порядка.</p> <p>18. Касательная плоскость и нормаль к поверхности</p>	<p>10. Найти производные следующих функций в точке <math>M</math> в направлении вектора <math>\vec{n}</math>.</p> <p><math>u(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2</math>, <math>M(1, -1, 2)</math>, <math>\vec{n}(1, 2, -2)</math></p> <p>11. Вычислить приближенно <math>1,024^{4,05}</math>, исходя из значений функции <math>z = x^y</math> при <math>x=1, y=4</math>.</p> <p>12. Найти <math>dz</math>, если <math>z = \ln(x^2 + y^2)</math>.</p>
2.3. Экстремум функции двух переменных	<p>19. Экстремум функции двух переменных.</p> <p>20. Условный экстремум.</p> <p>21. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.</p>	<p>15. Найти экстремумы следующих функции:</p> <p><math>z = y^2 - x^2 + xy - 2x - 6y</math></p> <p><math>z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y</math></p> <p>16. Исследовать функции на условный экстремум:</p> <p><math>z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}</math>; при <math>x+y=2</math>;</p> <p><math>z = x - y</math>; при <math>x^2+y^2=1</math>;</p> <p>17. Найти высоту и радиус основания цилиндра наибольшего объема, если его полная поверхность равна <math>6\pi</math>.</p> <p>18. Найти наибольшее и наименьшее значения функции <math>z = f(x, y)</math> в замкнутой области <math>D</math>, заданной системой неравенств:</p> <p><math>z = x^2 + y^2 - 9xy + 27</math>; <math>3 \geq x \geq 0</math>, <math>3 \geq y \geq 0</math></p>
<b>Компетенции</b>		
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p><b>Кейс-задание</b></p> <p>Цена <math>p</math> (у.е.) на продукцию линейно падает с увеличением объема <math>x</math> (ед.) предъявления готовой продукции на рынке как <math>p(x) = 11 - 0,2x</math>, а затраты <math>C</math> (у.е.) зависят от объема производства как <math>C(x) = -0,1x^2 + 3x</math></p> <p>Задание:</p> <p>1. Найти функцию прибыли.</p> <p>2. Найти наибольшее значение прибыли в (у.е.).</p>	

### Семестр 3

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания
<b>1. Ряды</b>		
1.1. Числовые ряды	<p>1. Числовой ряд. Сходимость ряда. Гармонический ряд. Свойства сходящихся рядов.</p> <p>2. Необходимый</p>	<p>1. Для ряда <math>a_1 + a_2 + \dots</math>, определить его общий член <math>a_n</math> и записать ряд в виде</p> $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

	<p>признак сходимости числового ряда.</p> <p>3. Достаточные признаки сходимости положительных рядов: признак сравнения, признак Даламбера.</p> <p>4. Достаточные признаки сходимости положительных рядов: радикальный и интегральный признаки Коши.</p> <p>5. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.</p> <p>6. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.</p>	$\frac{1}{3} - \frac{1 \cdot 2}{3^2 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3^3 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{3^4 \cdot 4} + \dots$ <p>2. Исследовать сходимость ряда:</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2(n^2 + 4)}}$ $\sum_{n=1}^{\infty} (n^3 + 4n) \cdot e^{-(n+3)}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$ <p>3. Исследовать условную и абсолютную сходимость знакопеременного ряда.</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+3}};$ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cos \frac{\pi}{5n};$
1.2. Степенные ряды	<p>7. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда.</p> <p>8. Разложение функций в ряды Маклорена и Тейлора.</p> <p>9. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.</p>	<p>4. Найти область сходимости функционального ряда.</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x + \pi n)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$ <p>5. Найти сумму ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{1}{n}\right) x^{n-1}</math></p> <p>6. Разложить в ряд Маклорена функцию <math>f(x) = \cos 5x</math>. Указать область сходимости полученного ряда.</p> <p>7. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.</p> $\int_0^{0.1} e^{-6x^2} dx$ <p>8. Вычислить значение функции <math>f(x)</math> в заданной точке <math>x_0</math> (<math>f(x_0)</math>) с точностью до 0,001.</p> $\sqrt[3]{7}$
1.3.Ряды Фурье	<p>10. Тригонометрический ряд Фурье.</p> <p>11. Разложение в ряд Фурье <math>2\pi</math> периодических функций. Теорема Дирихле.</p>	<p>5. Разложить функцию <math>f(x)</math> и указать промежутки, где сумма ряда Фурье равна функции <math>f(x)</math> и найти сумму ряда в точках <math>x_k</math>.</p>

	<p>12. Разложение в ряд Фурье четных функций.</p> <p>13. Разложение в ряд Фурье нечетных функций.</p> <p>14. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.</p>	$f(x) = \begin{cases} 4, & x \in [0; \pi] \\ 0, & x \in [-\pi; 0) \end{cases}, \quad x_0 = -\pi, x_1 = 0, x_2 = \pi$ <p>6. Разложить в интервале <math>(0; \pi)</math> в ряд Фурье а) по косинусам, б) по синусам функции:  <math>f(x) = x; \quad f(x) = \pi - x;</math></p> <p>7. Разложить в ряд Фурье а) по синусам, б) по косинусам для <math>f(x)</math>, определенной на <math>(0; 2\pi)</math> <math>f(x) = x^2, \quad f(x) = x^3</math></p> <p>8. Найти интеграл Фурье функции продолжив её нечетным образом на интервал <math>(-\infty; 0)</math>, если</p> $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \in [0; \pi] \\ 0, & x > \pi \end{cases}$
<b>2. Интегральное исчисление функции многих переменных</b>		
<p>2.1. Двойные и тройные интегралы</p>	<p>15. Двойной интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.</p> <p>16. Переход к повторному в двойном интеграле.</p> <p>17. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.</p> <p>18. Приложения двойного интеграла.</p> <p>19. Тройной интеграл: определение, свойства.</p> <p>20. Вычисление тройных интегралов.</p>	<p>9. Вычислить интеграл <math>\iint_{\Delta} (x - y) dx dy</math>, если область <math>\Delta</math> ограничена линиями:  <math>y = 0, y = x^2, x = 2.</math></p> <p>10. Построить область интегрирования и изменить порядок интегрирования</p> $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ $\int_0^1 dy \int_0^{2y} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{4-y^2} f(x, y) dx$ <p>11. С помощью двойного интеграла, вычислить площадь плоской фигуры <math>D</math>, ограниченной линиями <math>y^2 = 2x + 4,</math>  <math>y^2 = -\frac{1}{2}x + 4</math></p> <p>12. Перейти к полярным координатам и вычислить двойной интеграл <math>\iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy,</math> где <math>D = \{(x, y): x^2 + y^2 \leq a^2\}</math></p> <p>13. Вычислить интеграл <math>\int_0^1 \int_0^{x^2} \int_0^{xy} x^2 yz dz dy dx</math></p> <p>14. Вычислить объем, ограниченный поверхностями: <math>x^2 + y^2 = 1;</math>  <math>x + y + z = 3</math> и плоскостью <math>ХОУ.</math></p>
<p>2.2. Криволинейные интегралы</p>	<p>21. Вычисление криволинейного интеграла первого рода.</p> <p>22. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.</p> <p>23. Формула Грина.</p> <p>24. Вычисление</p>	<p>15. Вычислить интеграл <math>\int_{AB} (x^2 + y^2 + z^2) ds</math> по одному витку винтовой линии <math>x = \cos t; \quad y = \sin t; \quad z = t; \quad 0 \leq t \leq 2\pi.</math></p> <p>16. Вычислить криволинейный интеграл <math>\int_L x^2 y dx + x^3 dy.</math> <math>L</math> – контур, ограниченный</p>

	<p>площадей с помощью криволинейной интеграла.</p> <p>25. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования</p>	<p>параболами <math>y^2 = x</math>; <math>x^2 = y</math>.</p> <p>Направление обхода контура положительное.</p> <p>17. Вычислить криволинейный интеграл второго типа <math>\int_L ydx + xdy</math>, где L – четверть окружности <math>x = R \cos t</math>, <math>y = R \sin t</math> от <math>t_1 = 0</math> и <math>t_2 = \frac{\pi}{2}</math>.</p>
<b>Компетенции</b>		
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p><b>Кейс-задание</b></p> <p>Объем продукции <math>u</math>, выпускаемой рабочим в течение рабочего дня, задается функцией</p> $u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$ <p>где <math>t</math> - время, выраженное в часах и причем <math>1 \leq t \leq 8</math></p> <p>Задание:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти производительность труда рабочего в момент времени <math>t = 2</math> ч.</li> <li>2. Изменение производительности производства с течением времени от начала внедрения нового технологического оборудования задается функцией <math>z(t) = 32 - (t + 1)^3</math>, где <math>t</math>-время в месяцах. Найти объем продукции, произведенной за первый месяц при внедрении нового технологического оборудования.</li> </ol>	

#### Семестр 4

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания
<b>1. Функции комплексного переменного</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Функции комплексного аргумента.</li> <li>2. Непрерывность функции комплексного переменного.</li> <li>3. Производная функции комплексного аргумента..</li> <li>4. Аналитические функции. Сопряженные гармонические функции.</li> <li>5. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала..</li> <li>6. Интеграл по комплексному переменному и его свойства. Понятие неопределенного интеграла.</li> <li>7. Интегральная формула Коши. Связь между интегралом Коши и аналитической функцией.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Доказать аналитичность функций и вычислить их производную: 1. <math>\sin z</math>, 2. <math>ctgz</math>, 3. <math>\ln z</math>.</li> <li>6. Найти особые точки функций: <math>f_1(z) = \frac{z^2 + 3}{(z^2 + 2z + 2)(z - 1)^2}</math>, <math>f_2(z) = \frac{z - 1}{z(z^6 + 1)}</math>,</li> <li>7. Проверить, что функция <math>u = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)</math> является гармонической.</li> <li>8. Найти аналитическую функцию <math>f(z) = u + iv</math> по заданной действительной части <math>u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2y</math></li> <li>9. Найти аналитическую функцию, если <math>\text{Im } f(z) = e^{-y}(x \cos x - y \sin x)</math>.</li> <li>10. Вычислить интеграл с помощью формулы типа Коши: <math>\oint_{ z =1} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi i}{4}\right)^3} dz</math></li> </ol>

<p><b>2. Функциональные ряды</b></p>	<p>8. Ряды функций. Сходимость ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса о равномерной сходимости. 9. Степенные ряды. 1 и 2 теоремы Абеля. 10. Ряды аналитических функций. 11. Ряд Лорана.</p>	<p>7. Разложить в ряд Лорана: <math display="block">f(z) = \frac{1}{z(z+1)} \quad 0 &lt;  z  &lt; 1.</math> <math display="block">f(z) = \frac{1}{z^3 + z}, \quad  z  &gt; 1</math> <math display="block">f(z) = \frac{2}{z^2 + 1} \quad  z  &lt; 1</math></p>
<p><b>3. Вычеты и их применение</b></p>	<p>12. Вычеты. Основная теорема о вычетах . 13. Вычисление вычетов в особых точках. Теорема о вычетах в расширенной комплексной плоскости. 14. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Теорема Руше.</p>	<p>8. Вычислить вычеты во всех конечных особых точках функции: <math display="block">f(z) = \frac{tgz}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}</math> 9. Вычислить вычеты во всех изолированных особых точках, включая бесконечно удаленную точку, для функции: <math display="block">f(z) = e^{z^2 + \frac{1}{z^2}}</math> 10. Вычислить интегралы с помощью вычетов: <math display="block">\oint_{ z =1} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi i}{4}\right)^3} dz, \quad \oint_{ z =3} \frac{dz}{z^3 + 4z}</math></p>
<p><b>4. Основы операционного исчисления</b></p>	<p>15. Преобразование Лапласа. Свойства оригиналов и изображений. 16. Определение оригиналов по изображению. Формула Меллина. Первая и вторая теорема разложения. 17. Применение операционного исчисления для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.</p>	<p>11. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами: <math>f(t) = b^t \eta(t), \quad b &gt; 0, \quad b \neq 1</math> <math>f(t) = e^{t^2} \eta(t),</math> 12. Найти изображение функций, используя свойства линейности, подобия, сдвига и запаздывания: <math>f(t) = 1 + t, \quad f(t) = \sin \omega t, \quad f(t) = \sin^4 t,</math> <math>f(t) = e^{-t} t^3,</math> <math>f(t) = \sin(t-b) \eta(t-b),</math> 13. Найти угол поворота <math>\alpha</math> и коэффициент растяжения <math>k</math> в точке <math>z_0 = 2i</math> при отображении <math>f(z) = e^{-x} (\cos y - i \sin y)</math>.</p>
<p><b>Компетенции</b></p>		
<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной</p>	<p><b>Кейс-задание</b> Найти аналитическую функцию <math>f(z)</math> по заданной действительной части <math display="block">\operatorname{Re} f(z) = x^2 y - 2x - \frac{y^3}{3}.</math></p>	

деятельности	
--------------	--

Составитель (и): канд. пед. наук Гридчина В.Б.  
*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*