

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-04-24 00:00:00  
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

---

Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан  
А.В. Фомина  
«08» февраля 2024 г.

## **Рабочая программа дисциплины**

### **К.М.07.02 Алгебра и геометрия**

Направление подготовки  
**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки  
**ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Очная*

Год набора 2024

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1 Цель дисциплины .....	3
Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки .....	3
Место дисциплины.....	3
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	3
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	4
3.1 Учебно-тематический план .....	4
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	5
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	7
5.1 Учебная литература .....	7
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	8
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	9
6 Иные сведения и (или) материалы.....	9
6.1.Примерные темы письменных учебных работ .....	9
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации .....	14

## 1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должна быть сформирована компетенция основной профессиональной образовательной программы бакалавриата ОПК-1.

**Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки**

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; 1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий	<b>Знать:</b> – основные факты, концепции и принципы алгебры и геометрии. <b>Уметь:</b> – грамотно пользоваться языком алгебры и геометрии; – строго доказывать математические утверждения в области алгебры и геометрии, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; – применять знания алгебры и геометрии для решения практических задач. <b>Владеть:</b> способностью решать профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы алгебры и геометрии.

### Место дисциплины

Дисциплина включена в модуль «Математическое моделирование в задачах профессиональной деятельности» ОПОП ВО. Дисциплина осваивается на 1 курсе в 1-2 семестрах.

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий.

### Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения
	ОФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	360
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	160
Аудиторная работа (всего):	160
в том числе:	
лекции	64
практические занятия, семинары	96
Внеаудиторная работа (всего):	
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	128

4 Промежуточная аттестация обучающегося: - экзамен (1 семестр); - экзамен (2 семестр).	72
--	----

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО		СРС	
			Аудиторн. занятия	лекц.		
<b>Семестр 1</b>						
	<b>1. Матричная алгебра</b>	<b>22</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	
1	1.1 Матрицы, операции над матрицами	8	2	2	4	Индивидуальное задание
2	1.2. Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам ряда	6	2	2	2	
3	1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы	8	4	2	2	
	<b>2. Системы линейных уравнений</b>	<b>26</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	
4	2.1. Решение систем $n$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными методом Крамера.	6	2	2	2	Контрольная работа Кейс-задание
5	2.2. Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.	6	2	2	2	
6	2.3. Теорема Кронекера-Капелли.	6	2	2	2	
7	2.4. Решение систем $m$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными методом Гаусса.	8	2	4	2	
	<b>3. Векторная алгебра (геометрические векторы)</b>	<b>28</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>20</b>	
8	3.1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.	9	1	1	7	Контрольная работа
9	3.2. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.	9	1	1	7	
10	3.3. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства, приложения	10	2	2	6	
	<b>4. Аналитическая геометрия на плоскости</b>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	
11	4.1. Система координат на плоскости. Основные задачи.	6	2	2	2	Индивидуальное задание
12	4.2. Прямая на плоскости. Способы задания.	8	2	2	4	
13	4.3. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.	8	2	2	4	
14	4.4. Линии второго порядка.	6	2	2	2	
	<b>5. Аналитическая геометрия в пространстве</b>	<b>40</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	
15	5.1. Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.	10	2	4	4	Контрольная работа
16	5.2. Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	10	2	4	4	
17	5.3. Взаимное расположение прямой и плоскости в	10	2	4	4	

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО		СРС	
			Аудиторн. занятия	лекц.		
	пространстве.					
18	5.4. Поверхности второго порядка	10	2	4	4	
	Промежуточная аттестация - экзамен	36				экзамен
<b>ИТОГО по 1 семестру</b>		<b>180</b>	<b>36</b>	<b>44</b>	<b>64</b>	<b>36</b>
<b>Семестр 2</b>						
	<b>1. Комплексные числа</b>	<b>26</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>14</b>	
1	1.1. Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел.	13	2	4	7	Контрольная работа
2	1.2. Операции над комплексными числами.	13	2	4	7	
	<b>2. Линейные пространства</b>	<b>62</b>	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	
3	2.1. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов.	12	2	4	6	Контрольная работа Коллоквиум
4	2.2. Размерность и базис векторного пространства.	16	2	8	6	
5	2.3. Переход к новому базису.	8	2	2	4	
6	2.4. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств.	8	2	2	4	
7	2.5. Евклидовы пространства.	10	2	2	6	
8	2.6. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение	8	2	2	4	
	<b>3. Линейные операторы</b>	<b>40</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	
9	3.1. Линейные операторы и их свойства.	8	2	4	2	Контрольная работа
10	3.2. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.	8	2	4	2	
11	3.3. Преобразование матрицы линейного оператора.	8	2	4	2	
12	3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	8	2	4	2	
13	3.5. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	8	2	4	2	
	<b>4. Квадратичные формы</b>	<b>16</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>10</b>	
14	4.1. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	7	1	2	4	Контрольная работа
15	4.2. Критерий Сильвестра	9	1	2	6	
16	Промежуточная аттестация - экзамен	36				экзамен
<b>ИТОГО по 2 семестру</b>		<b>180</b>	<b>28</b>	<b>52</b>	<b>64</b>	<b>36</b>
<b>Всего:</b>		<b>360</b>	<b>64</b>	<b>96</b>	<b>128</b>	<b>72</b>

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы

обучающихся по видам (БРС)

1 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре	<b>60</b>	Индивидуальное задание (2 задания)	За ИЗ от 5 до 10 баллов 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	10-20
		Контрольные работы (защита контрольной работы) (3 работы)	За одну КР от 5 до:10 баллов 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	15 - 30
		Кейс-задание	6 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	6- 10
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				<b>31 - 60</b>
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Решение задачи 1.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №2	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5- 10
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>20 – 40 б.</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				<b>50 – 100 б.</b>

2 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре	<b>60</b>	Контрольные работы (защита контрольной работы) (4 работы)	За одну КР от 5 до:10 баллов 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	20- 40
		Коллоквиум	11 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	11- 20
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				<b>31 - 60</b>
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Решение задачи 1.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №2	<b>5 баллов</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	5- 10
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>20 – 40 б.</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				<b>50 – 100 б.</b>

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 5)

Таблица 5 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

Сумма набранных баллов	Уровни освоения дисциплины и компетенций	Экзамен		Зачет
		Оценка	Буквенный эквивалент	Буквенный эквивалент
86 - 100	Продвинутый	5	отлично	Зачтено
66 - 85	Повышенный	4	хорошо	
51 - 65	Пороговый	3	удовлетворительно	
0 - 50	Первый	2	неудовлетворительно	Не зачтено

## 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1 Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Рудык, Б.М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебн. пособие / Б.М. Рудык – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2013. – 318 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=363158>

2. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебн. пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 592 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=494895>

#### Дополнительная учебная литература

1. Шершнева, В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебн. пособие / В.Г. Шершнева – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2014. – 168 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=318084>

2. Индивидуальные задания по высшей математике: [Электронный ресурс]: учебн. пособие. В 4 ч. Ч. 1 Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / А.П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А.П. Рябушко – 7-е изд. - Электрон. текстовые дан. – Минск : Выш. шк., 2013. – 304 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=508859>

3. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум [Электронный ресурс]: учебн. пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 352 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=476097>

4. Бутузов В. Ф. Линейная алгебра в вопросах и ответах [Текст] : учебное пособие для вузов / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин ; под ред. В. Ф. Бутузова. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 247 с.

5. Ильин В. А. Линейная алгебра [Текст] : учебник. - Издание 6-е, стереотипное. - Москва : Физматлит, 2005. - 280 с. - (Курс высшей математики и математической физики ; вып. 4). - Гриф МО "Рекомендовано".

6. Линейная алгебра [Текст] : методические указания к практической и самостоятельной работам / Новокузнецкий филиал-институт ГОУ ВПО "КемГУ", Факультет информационных технологий, Кафедра математики и математического моделирования; сост. Ю. В. Шпакова. - Новокузнецк, 2010. - 27 с.

7. Канатников, А. Н. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник для вузов. - Москва : Академия, 2009. - 208 с. - (Университетский учебник). - Гриф МО "Рекомендовано"

8. Алгебра и геометрия : [Электронный ресурс] учеб. пособие : / Г.И. Шуман, О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная. – Электрон. текстовые дан.– М. : РИОР : ИНФРА-М, 2018. — (Высшее образование). – 160 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=908228>

9. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы

Marle [Электронный ресурс]: учеб. пособие / М.Н. Кирсанов, О.С. Кузнецова. – Электрон. текстовые дан.— М.: ИНФРА-М, 2017. — 272 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=648409>

10. Линейная алгебра и многомерная геометрия [Электронный ресурс]: учеб. пособие /ЕфимовН.В., РозендорнЭ.Р., 3-е изд. – Электрон. текстовые дан. - М.: Физматлит, 2004. - 464 с.: ISBN 978-5-9221-0386-5 <http://znanium.com/bookread2.php?book=544609>

## 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»:

<p><b>404</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций;</li> <li>- текущего контроля и промежуточной аттестации.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p>
<p><b>603</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- занятий семинарского (практического) типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций;</li> <li>- текущего контроля и промежуточной аттестации.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Mрich 2 (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), QGIS (свободно распространяемое ПО), UML-диаграммы (бесплатная версия).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p>
<p><b>604</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- занятий семинарского (практического) типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций;</li> <li>- текущего контроля и промежуточной аттестации.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p>



## 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. *Общероссийский математический портал (информационная система)* - <http://www.mathnet.ru/>
2. *Mathcad-справочник по высшей математике* - <http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>

## 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

#### 6.1.1. Индивидуальное задание по теме «Матричная алгебра»

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 9 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -5 \\ 2 & 18 & -7 & -10 \end{vmatrix}$$

2. Доказать тождество:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

3. Найти значение многочлена  $f(x)$  от матрицы  $A$ :

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Найти ранг матрицы  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & -5 & 2 & -8 & -11 \\ 2 & 4 & 2 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

#### 6.1.2. Контрольная работа по теме «Системы линейных уравнений»

1. Решить систему линейных уравнений:  
методом Гаусса.

а) методом Крамера;

проверку.

б) методом Гаусса;

2. Решить систему линейных уравнений

Найти общее решение, частное, сделать

в) при помощи обратной матрицы.

$$\begin{cases} 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 5, \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 = 1, \\ 2X_1 + X_2 + 3X_3 = 11. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X_1 - X_2 + 3X_3 - X_4 + X_5 = 3 \\ 3X_1 + 4X_2 - X_3 + 4X_4 = 2 \\ X_1 + 5X_2 - 4X_3 + 5X_4 - X_5 = -1 \\ 4X_1 + 9X_2 - 5X_3 + 9X_4 - X_5 = 1 \end{cases}$$

### 6.1.3. Кейс-задание по теме «Системы линейных уравнений»

Автозавод известного бренда производит 4 вида легковых автомобилей закрытого типа: седан, лимузин, универсал и купе. При этом используются материалы четырех типов: М1, М2, М3, М4. Нормы расхода каждого из них на один вид автомобиля и объем расхода материала на 1 день заданы таблицей (см. таблицу). Найти ежедневный объем выпуска каждого вида автомобиля.

Вид материала	Нормы расхода материала на один автомобиль, ед. изм.				Расход материала на 1 день, ед. изм.
	седан	универсал	купе	лимузин	
М1	2	3	1	4	1120
М2	2	1	5	2	1360
М3	1	2	3	1	980
М4	2	3	1	1	1030

### 6.1.4. Контрольная работа по темам: «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия в пространстве»

Даны координаты вершин пирамиды  $A_1(4, 2, 5)$ ,  $A_2(0, 7, 2)$ ,  $A_3(0, 2, 7)$ ,  $A_4(1, 5, 0)$ .  
 Найти: а) длину ребра  $A_1A_2$ ; б) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; в) объём пирамиды; г) уравнение плоскости  $A_1A_2A_3$ ; д) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; е) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ; ж) длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .

### 6.1.5. Индивидуальное задание по теме «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Уравнение одной из сторон квадрата  $x+3y-5=0$ . Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если  $(-1;0)$  – точка пересечения его диагоналей.
2. Даны уравнения одной из сторон ромба  $2x+y-5=0$  и одной из его диагоналей  $y-1=0$ . Диагонали ромба пересекаются в точке  $(3;1)$ . Найти уравнения остальных сторон ромба.
3. Уравнения двух сторон параллелограмма  $x+2y+2=0$  и  $x+y=0$ , а уравнение одной из его диагоналей  $x+2=0$ . Найти координаты вершин параллелограмма.

- Даны две вершины  $A(-3, 3)$  и  $B(5, -1)$  и точка  $D(4, 3)$  пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон.
- Даны вершины  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(4, 1)$  трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины  $D$  этой трапеции.
- Даны уравнения двух сторон треугольника  $5x-4y+15=0$  и  $4x+y-9=0$ . Его медианы пересекаются в точке  $(0, 2)$ . Составить уравнение третьей стороны треугольника.
- Даны две вершины  $A(2;-2)$ ,  $B(3;-1)$  и точка  $P(1;0)$  пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину  $C$ .

### 6.1.6. Контрольная работа по теме «Комплексные числа»

- Дано:  $z_1 = 2 + i$ ,  $z_2 = -3 + 2i$ . Найти:  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 / z_2$ .
- Дано:  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = -1 + i$ . Найти  $z_1^5$ ,  $\sqrt[3]{z_2}$ .
- Решить уравнение: а)  $x^2 + x + 4 = 0$  б)  $x^4 - 6x^2 + 25 = 0$
- Построить на комплексной плоскости множество точек  $z$ , удовлетворяющих условиям:  
 $\operatorname{Re} z \leq 2$ ;  $|\operatorname{Im} z| \leq 1$

### 6.1.7. Контрольная работа по теме «Линейные пространства»

- Показать, что векторы  $a = (2, 3, 4)$ ,  $b = (2, 1, 5)$ ,  $c = (-1, 0, 1)$  образуют базис и найти координаты вектора  $d = (3, -4, 2)$  в этом базисе.
- В базисе  $e_1, e_2, e_3$  задан вектор  $x = (2, 3, 4)$ . Найти координаты этого вектора в базисе

$$e_1^*, e_2^*, e_3^*, \text{ если } \begin{cases} e_1 - 2e_2 + 3e_3 = e_1^*, \\ 2e_1 + 3e_2 - 4e_3 = e_2^*, \\ 3e_1 - 2e_2 - 5e_3 = e_3^*. \end{cases}$$

- В евклидовом пространстве  $R^4$  подпространство  $L$  задано системой уравнений

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ 2X_1 + X_2 - 3X_3 = 0, \\ 3X_1 + 4X_2 - 4X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$$

Найти ортогональный базис в  $L$ .

### 6.1.8. Коллоквиум

- Является ли линейным пространством множество, всех:
  - матриц размера  $m \times n$ ;
  - диагональных матриц порядка  $n$ ;
  - невырожденных матриц.
- Являются ли векторы  $\vec{a}_1 = (5; 4; 3)$ ,  $\vec{a}_2 = (3; 3; 2)$ ,  $\vec{a}_3 = (8; 1; 3)$  линейно зависимыми?
- Показать, что система векторов  $\vec{e}_1 = (1; 2; 3)$ ,  $\vec{e}_2 = (3; 0; 2)$ ,  $\vec{e}_3 = (-2; 1; 1)$  образует базис в  $R^3$  и найти координаты вектора  $\vec{c} = (4; 2; -1)$  в этом базисе.

$$4. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Множество решений однородной системы образует линейное пространство. Найти размерность этого пространства и какой-нибудь базис в нем.

$$5. \text{ Дана матрица } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ перехода от базиса } (e_1, e_2, e_3) \text{ к базису } (c_1, c_2, c_3). \text{ Найти}$$

координаты векторов  $e_1, e_2, e_3$  в базисе  $c_1, c_2, c_3$ .

6. Является ли линейным подпространством в пространстве матриц порядка  $n$  подмножество, образованное всеми:
- матрицами с нулевой первой строкой;
  - нижнетреугольными матрицами;
  - невырожденными матрицами.

7. Подпространства  $L_1 = L(a_1, a_2, a_3)$ ,  $L_2 = L(b_1, b_2, b_3)$  натянуты на следующие системы векторов:  $\vec{a}_1 = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{a}_2 = (1; 1; -1)$ ,  $\vec{a}_3 = (1; 3; 3)$ ;  
 $\vec{b}_1 = (2; 3; -1)$ ,  $\vec{b}_2 = (1; 2; 2)$ ,  $\vec{b}_3 = (1; 1; -3)$ . Найти базисы и размерности подпространств  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_1 + L_2$ .

8. Найти базис линейной оболочки системы векторов:  $\vec{e}_1 = (1; 0; 0; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (2; 1; 1; 0)$ ,  
 $\vec{e}_3 = (1; 1; 1; 1)$ ,  $\vec{e}_4 = (1; 2; 3; 4)$ ,  $\vec{e}_5 = (0; 1; 2; 3)$ .

9. Векторы  $e_1, e_2, e_3$  образуют ортогональный базис. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{x} = 2e_1 - 3e_2 + 4e_3$  и  $\vec{y} = e_1 + e_2 - 5e_3$  и их длины, если  $|e_1| = 1$ ,  $|e_2| = 2$ ,  $|e_3| = 2$ .

10. Для каких векторов неравенство Коши-Буняковского превращается в равенство?

11. В евклидовом арифметическом пространстве  $R^4$  найти угол между векторами  $\vec{a} = (2; 1; 1; 0)$  и  $\vec{b} = (1; 2; 3; 4)$ .

12-14. В евклидовом пространстве  $R^4$  подпространство  $V$  задано системой уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Найти по одному ортогональному базису в пространствах  $V$ , его ортогональном дополнении  $W$  и  $R^4$ .

15. Является ли оператор  $A(x) = (x_1 - x_2; 2x_1 + x_3; x_2 - 2x_3)$  линейным, если вектор  $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$ ?

16-17. Линейный оператор задан матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  в некотором базисе. Найти

базис ядра и дефект линейного оператора.

18. Найти (в том же базисе) координаты вектора  $y = A(x)$ , если оператор задан матрицей  $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ и } \vec{x} = 2e_1 + e_2 - e_3.$$

19-20. Матрица линейного оператора в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$  имеет вид  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти

матрицу этого оператора в базисе  $(c_1, c_2, c_3)$ , если

$$\vec{c}_1 = 2e_1 + e_2 - e_3, \quad \vec{c}_2 = e_1 + 3e_2 + e_3, \quad \vec{c}_3 = e_1 - 2e_2 + 3e_3.$$

### 6.1.9. Контрольная работа по теме «Линейные операторы. Квадратичные формы»

1. Найти матрицу  $A^*$  линейного оператора в базисе  $e_1^*, e_2^*$ , заданного матрицей  $A$  в базисе

$$e_1, e_2 \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1^* = e_2 \\ e_2^* = e_1 + e_2 \end{matrix}$$

2. Линейный оператор задан матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & 5 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$  в базисе  $e_1, e_2, e_3$ .

Найти базис ядра и дефект линейного оператора.

3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей  $A$  в базисе  $e_1, e_2, e_3$ .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Привести к диагональному виду матрицу  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .
5. Дана квадратичная форма  $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 5x_2^2 + 8x_3^2 + 3x_1x_2 - 2x_1x_3 + 8x_2x_3$   
Записать ее в матричном виде.
6. Привести квадратичную форму к каноническому виду.  $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_1x_2 + 4x_2x_3$ .
7. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму  
 $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$ .

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 6 - Примерные теоретические вопросы и практические задания к экзамену

### Семестр 1

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания
<b>1. Матричная алгебра</b>		
1.1 Матрицы, операции над матрицами	1. Матрицы, виды матриц 2. Операции над матрицами.	1. Найти матрицу $D=ABC-3E$ , где $A=$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ , $B=$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ , $C=(2 \ 0 \ 5)$ , $E$ – единичная матрица. 2. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы $A$ : $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ , $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ .
1.2.Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам ряда	3. Свойства определителей. 4. Вычисление определителей.	3. Вычислить определитель матрицы $A$ $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ . 4. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 9 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -5 \\ 2 & 18 & -7 & -10 \end{vmatrix}$
1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы	5. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы.	5. Найти матрицу $B=11.(A-1)/+A/$ ,

	6	Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы, его вычисление.	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$ <p>6. Найти ранг матрицы A:</p> $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 5 & 4 \\ 2 & -4 & 7 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$
<b>2. Системы линейных уравнений</b>			
2.1. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Крамера.	7	Системы линейных алгебраических уравнений.	7. Решить систему линейных уравнений методом Крамера. $\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = -1, \\ 2X_1 - X_2 + 2X_3 = -4, \\ 4X_1 + X_2 + 4X_3 = -2. \end{cases}$
	8	Решение систем линейных уравнений методом Крамера.	8. $\begin{cases} X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6, \\ 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 = 20, \\ 3X_1 - 2X_2 - 5X_3 = 6. \end{cases}$
2.2. Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.	9	Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.	9. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы. $\begin{cases} X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6, \\ 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 = 20, \\ 3X_1 - 2X_2 - 5X_3 = 6. \end{cases}$
	10	Решение матричных уравнений	10. Решить матричное уравнение. Сделать проверку. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
2.3. Теорема Кронекера-Капелли.	11	Исследование систем линейных уравнений.	11. Совместна ли система? $\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 - 3X_5 = 2, \\ 2X_1 - X_2 + X_3 - 4X_4 + X_5 = 1, \\ 3X_1 + X_2 - 2X_3 - 3X_4 - 2X_5 = 3. \end{cases}$
	12	Теорема Кронекера-Капелли.	12. $\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = -1, \\ 2X_1 - X_2 + 2X_3 = -4, \\ 4X_1 + X_2 + 4X_3 = -2. \end{cases}$
2.4. Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса.	13	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	13. Решить систему методом Гаусса, найти общее решение. частное, сделать проверку. $\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 - 3X_5 = 2, \\ 2X_1 - X_2 + X_3 - 4X_4 + X_5 = 1, \\ 3X_1 + X_2 - 2X_3 - 3X_4 - 2X_5 = 3. \end{cases}$
	14	Однородные системы линейных уравнений.	14. Найти ФНР однородной системы. $\begin{cases} X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ 2X_1 + X_2 - 3X_3 = 0, \\ 3X_1 + 4X_2 - 4X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$

<b>3. Векторная алгебра (геометрические векторы)</b>		
3.1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.	15 Линейные операции над векторами. 16 Ортогональная проекция вектора на ось. Свойства проекции.	15. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = 120^\circ$ , причем $ a  = 3$ и $ b  = 5$ . Найти $ a + b $ и $ a - b $ . 16. Найти $np_{\vec{c}}(2\vec{a} + 3\vec{b})$ , если $\vec{a} = (1; 2; -4)$ , $\vec{b} = (5; 3; 2)$ , $\vec{c} = (-3; 2; 1)$ .
3.2. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.	17 Разложение вектора по базису. Направляющие косинусы. Операции над векторами в координатной форме. 18 Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.	17. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{a}_1 = (1; 2; 0)$ , $\vec{a}_2 = (3; -1; 1)$ , $\vec{a}_3 = (0; 1; 1)$ базис в $R^3$ . 18. Найти угол ВСА в треугольнике АВС, если А(1;3;2), В(3;4;2), С(2;5;1).
3.3. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства, приложения	19 Векторное произведение векторов, его свойства и приложения. 20 Смешанное произведение векторов, его свойства и приложения.	19. Найти площадь треугольника АВС, если А(1;3;2), В(3;4;2), С(2;5;1). 20. Найти объем пирамиды А <sub>1</sub> А <sub>2</sub> А <sub>3</sub> А <sub>4</sub> , если А <sub>1</sub> (3;5;4), А <sub>2</sub> (8;7;4), А <sub>3</sub> (5;10;4), А <sub>4</sub> (4;7;8).
<b>4. Аналитическая геометрия на плоскости</b>		
4.1. Система координат на плоскости. Основные задачи.	21 Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости. 22 Деление отрезка в данном отношении.	21. Найти координаты точек в полярной системе координат. А(-1;1), В(0;-1), С( $\sqrt{3}$ ;1). 22. Даны две вершины треугольника А(3;8), В(10;2) и точка пересечения медиан М(1;1). Найти координаты третьей вершины треугольника.
4.2. Прямая на плоскости. Способы задания.	23 Уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через одну и две заданные точки. 24 Уравнение прямой в отрезках на осях, нормальное уравнение прямой, полярное уравнение прямой.	23. Написать уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом $45^\circ$ к прямой $y = 4 - 2x$ . 24. Уравнение одной из сторон квадрата $X + 3Y - 5 = 0$ . Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если (-1, 0) – точка пересечения его диагоналей.
4.3. Угол между двумя прямыми. Расстояние	25 Угол между двумя прямыми на	25. Среди прямых найти параллельные и перпендикулярные.



от точки до прямой.	<p>плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.</p> <p>26 Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.</p>	<p>а) <math>x-2y+3=0</math>;          б) <math>-2x+4y+5=0</math>;          в) <math>-2x+y-3=0</math>;          г) <math>-2x+4y-6=0</math>.</p> <p>26. Показать, что прямые <math>3x+y-2=0</math> и <math>6x+2y+1=0</math> параллельны и найти расстояние между ними.</p>
4.4. Линии второго порядка.	<p>27 Исследование формы эллипса по его уравнению.</p> <p>28 Исследование формы гиперболы по ее уравнению.</p> <p>29 Каноническое уравнение параболы (вывод и исследование).</p>	<p>27. На прямой <math>x+5=0</math> найти точку, одинаково удаленную от левого фокуса и верхней вершины эллипса <math>\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1</math></p> <p>28. Через точку <math>M(0;-1)</math> и правую вершину гиперболы <math>3x^2-4y^2=12</math> проведена прямая. Найти вторую точку пересечения прямой с гиперболой.</p> <p>29. Написать уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы <math>y^2 = 4x</math> и касающейся ее директрисы. Найти точки пересечения параболы и окружности.</p>
<b>5. Аналитическая геометрия в пространстве</b>		
5.1. Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.	<p>30 Общее уравнение плоскости. Уравнения плоскости, проходящей через одну и три заданные точки. Уравнение плоскости в отрезках на осях.</p> <p>31 Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.</p>	<p>30. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через точки <math>P(4;-2;1)</math> и <math>Q(2;4;-3)</math>.</p> <p>31. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку <math>M(2;2;-2)</math> и параллельной плоскости <math>x-2y-3z=0</math></p> <p>32. Найти угол между плоскостями <math>x-2y-3z=0</math> и <math>2x-4y+5z-1=0</math></p>
5.2. Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	<p>32 Общие уравнения прямой линии в пространстве. Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой.</p> <p>33 Угол между двумя прямыми в пространстве. Условие параллельности и</p>	<p>33. Уравнения прямой <math>\begin{cases} 2x + y + 8z - 16 = 0 \\ x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}</math> написать в канонической форме.</p> <p>34. Найти угол прямой <math>\begin{cases} y + 2z - 1 = 0 \\ x - 2z + 1 = 0 \end{cases}</math> с прямой, проходящей через начало координат и через точку <math>M(2;2;-2)</math>.</p>

	перпендикулярности прямых.	
5.3. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	34 Расстояние от точки до прямой в пространстве. 35 Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	35. Найти расстояние между параллельными прямыми. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ ; $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ 36. Найти угол прямой $\begin{cases} y+2z-1=0 \\ x-2z+1=0 \end{cases}$ с плоскостью $x-2y-3z+3=0$
5.4. Поверхности второго порядка	36 Поверхности второго порядка. Эллипсоиды, гиперболоиды. 37 Поверхности второго порядка. Параболоиды, конусы.	37. Составить уравнение сферы, если точки $M(4;-1;-3)$ и $N(0;3;-1)$ являются концами одного из ее диаметров. 38. Определить вид поверхности $x^2 - 2x + y^2 - 4y - 2z = 0$

### Семестр 2

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания
<b>1. Комплексные числа</b>		
1.1. Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел.	1. Определение комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. 2. Формы записи комплексных чисел.	1. Дано: $z_1 = 2 + i$ , $z_2 = -3 + 2i$ . Найти: $z_1 + z_2$ , $z_1 \cdot z_2$ , $z_1 / z_2$ . 2. Дано: $z_1 = 1 + i$ , $z_2 = -1 + i$ . Найти $z_1^5$ , $\sqrt[3]{z_2}$ .
1.2. Операции над комплексными числами.	3. Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи. 4. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме записи.	3. Даны два комплексных числа $z_1 = 1 - \frac{7}{2}i$ ; $z_2 = -7 - 2i$ . Найти значение выражения $\left( \frac{1 - \frac{7}{2}i}{-7 - 2i} \right)^{-4}$ в алгебраической форме, 4. Для числа $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ найти тригонометрическую форму, найти $z^{20}$ , найти корни уравнения $w^3 + z = 0$ .
<b>2. Линейные пространства</b>		
2.1. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов.	5. Линейные пространства. Определение, примеры. 6. Линейная зависимость и независимость	5. Является ли линейным пространством множество, всех: матриц размера $m \times n$ ; диагональных матриц порядка $n$ ; невырожденных матриц. 6. Являются ли векторы $\vec{a}_1 = (5; 4; 3)$ ,

	векторов.	$\vec{a}_2 = (3;3;2)$ , $\vec{a}_3 = (8;1;3)$ линейно зависимыми?
2.2. Размерность и базис векторного пространства.	7. Базис и размерность линейного пространства. 8. Разложение вектора по базису	7. Показать, что система векторов $\vec{e}_1 = (1;2;3)$ , $\vec{e}_2 = (3;0;2)$ , $\vec{e}_3 = (-2;1;1)$ образует базис в $R^3$ и найти координаты вектора $\vec{c} = (4;2;-1)$ в этом базисе. 8. Множество решений однородной системы $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$ образует линейное пространство. Найти размерность этого пространства и какой-нибудь базис в нем.
2.3. Переход к новому базису.	9. Переход к новому базису.	9. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ перехода от базиса $(e_1, e_2, e_3)$ к базису $(c_1, c_2, c_3)$ . Найти координаты векторов $e_1, e_2, e_3$ в базисе $c_1, c_2, c_3$ . 10. В базисе $e_1, e_2, e_3$ задан вектор $x = (2, 3, 4)$ . Найти координаты этого вектора в базисе $e_1^*, e_2^*, e_3^*$ если $\begin{cases} e_1 - 2e_2 + 3e_3 = e_1^*, \\ 2e_1 + 3e_2 - 4e_3 = e_2^*, \\ 3e_1 - 2e_2 - 5e_3 = e_3^*. \end{cases}$
2.4. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Линейная оболочка и ее свойства.	10 Линейные подпространства. Определение, примеры. 11 Пересечение и сумма линейных подпространств. 12 Линейная оболочка и ее свойства.	11. Является ли линейным подпространством в пространстве матриц порядка $n$ подмножество, образованное всеми: - матрицами с нулевой первой строкой; - нижнетреугольными матрицами; - невырожденными матрицами. 12. Подпространства $L_1 = L(a_1, a_2, a_3)$ , $L_2 = L(b_1, b_2, b_3)$ натянуты на следующие системы векторов: $\vec{a}_1 = (1;2;1)$ , $\vec{a}_2 = (1;1;-1)$ , $\vec{a}_3 = (1;3;3)$ ;

		$\vec{b}_1 = (2;3;-1)$ , $\vec{b}_2 = (1;2;2)$ , $\vec{b}_3 = (1;1;-3)$ . Найти базисы и подпространств $L_1$ , $L_2$ , $L_1 + L_2$ . 13. Найти базис линейной оболочки системы векторов: $\vec{e}_1 = (1;0;0;-1)$ , $\vec{e}_2 = (2;1;1;0)$ , $\vec{e}_3 = (1;1;1;1)$ , $\vec{e}_4 = (1;2;3;4)$ , $\vec{e}_5 = (0;1;2;3)$ .
2.5. Евклидовы пространства.	13 Евклидовы пространства. 14 Свойства нормы вектора. Угол между векторами.	14. Векторы $e_1, e_2, e_3$ образуют ортогональный базис. Найти скалярное произведение векторов $\vec{x} = 2e_1 - 3e_2 + 4e_3$ и $\vec{y} = e_1 + e_2 - 5e_3$ и их длины, если $ e_1  = 1$ , $ e_2  = 2$ , $ e_3  = 2$ . 15. Для каких векторов неравенство Коши-Буняковского превращается в равенство? 16. В евклидовом арифметическом пространстве $R^4$ найти угол между векторами $\vec{a} = (2;1;1;0)$ и $\vec{b} = (1;2;3;4)$
2.6. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение	15 Ортогональные и ортонормированные базисы. 16 Ортогональное дополнение. 17 Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	17. В евклидовом пространстве $R^4$ подпространство $V$ задано системой уравнений . $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$ Найти по одному ортогональному базису в пространствах $V$ , его ортогональном дополнении $W$ и $R^4$ .
<b>3. Линейные операторы</b>		
3.1. Линейные операторы и их свойства.	18 Линейные операторы. Определение, примеры. 19 Ядро, образ, дефект, ранг линейного оператора.	18. Является ли оператор $A(x) = (x_1 - x_2; 2x_1 + x_3; x_2 - 2x_3)$ линейным, если вектор $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$ ? 19. Линейный оператор задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ в некотором базисе. Найти базис ядра и дефект линейного оператора.
3.2. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.	20 Матрица линейного оператора. 21 Матрицы линейного оператора в разных базисах.	20. Найти (в том же базисе) координаты вектора $y = A(x)$ , если оператор задан

		<p>матрицей <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 3 \\ 0 &amp; 4 &amp; 1 \\ -1 &amp; 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> и</p> <p><math>\vec{x} = 2e_1 + e_2 - e_3</math>.</p> <p>21. Матрица линейного оператора в базисе <math>(e_1, e_2, e_3)</math> имеет вид <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 3 \\ 0 &amp; 4 &amp; 1 \\ -1 &amp; 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Найти матрицу этого оператора в базисе <math>(c_1, c_2, c_3)</math>, если <math>\vec{c}_1 = 2e_1 + e_2 - e_3</math>,  <math>\vec{c}_2 = e_1 + 3e_2 + e_3</math>, <math>\vec{c}_3 = e_1 - 2e_2 + 3e_3</math>.</p>
3.3. Преобразование матрицы линейного оператора.	22 Преобразование матрицы линейного оператора.	<p>22. Задано линейное преобразование <math>A</math>, переводящее вектор <math>\vec{x}</math> в вектор <math>\vec{y}</math> и линейное преобразование <math>B</math>, переводящее вектор <math>\vec{y}</math> в вектор <math>\vec{z}</math>. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего вектор <math>\vec{x}</math> в вектор <math>\vec{z}</math>.</p> $\begin{cases} y_1 = 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ y_2 = x_1 + 4x_2 - x_3 \\ y_3 = 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = y_1 + 4y_2 + 3y_3 \\ z_2 = 5y_1 - y_2 - y_3 \\ z_3 = 3y_1 + 6y_2 + 7y_3 \end{cases}$ $x \xrightarrow{A} y \xrightarrow{B} z$ $x \xrightarrow{C} z$
3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	<p>22 Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.</p> <p>23 Вычисление собственных значений и собственных векторов линейного оператора.</p>	<p>23. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей .</p> $1) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <p>24. Пусть линейный оператор, действующий в <math>n</math>-мерном пространстве, имеет в некотором базисе матрицу <math>\bar{A}</math>. Пусть <math>\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n</math> – собственные значения этого оператора. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, матрицей которого в том же базисе является <math>\bar{A}^n</math>.</p>
3.5. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	<p>23 Приведение матрицы к диагональному виду.</p> <p>24 Приведение симметрической матрицы к диагональному виду.</p>	<p>25. Привести к диагональному виду матрицу</p> $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ <p>26. Привести к диагональному виду матрицу</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
<b>4. Квадратичные формы</b>		
4.1. Квадратичные формы. Приведение	25 Определение квадратичной формы.	27. Привести квадратичную форму к каноническому виду.

квадратичной формы к каноническому виду.	26 Преобразование квадратичных форм. 27 Квадратичные формы канонического вида.	$L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$ <p>28. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа</p> $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3,$ $g(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{4}{3}\sqrt{2}x_3^2 + 2x_1x_2 - 2\sqrt{2}x_2x_3.$
4.2. Критерий Сильвестра	28 Знакоопределенность квадратичных форм. 29 Критерий Сильвестра.	<p>29. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму:</p> <p>а) <math>L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2</math> ;</p> <p>б) <math>L(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - x_1x_2 + 2x_2x_3</math></p> <p>в) <math>L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3</math> .</p>
<b>Компетенции</b>		
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p><b>Задание 1.</b></p> <p>В городском парке, имеющем форму квадрата со стороной <math>a</math>, установлены две осветительные установки А и В, расположенные в противоположных вершинах этого квадрата. Устройство этих установок таково, что наилучшая освещенность на поверхности парка достигается в таких точках М, для которых выполняется условие: <math> MA ^2 = 3 MB ^2</math>. Через все такие точки проложили пешеходную дорожку. В местах пересечения этой дорожки со сторонами квадрата расположены входы в парк. Пусть сторона квадрата равна <math>a = 36(\sqrt{5} + 1)</math> м.</p> <p>Задание:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вывести уравнение линии, которой принадлежат все точки пешеходной дорожки.</li> <li>2. Найти расстояние от установки В до ближайшего входа в парк.</li> </ol> <p><b>Задание 2.</b></p> <p>Фирма планирует организовать выпуск новой продукции, для чего берет в банке кредит в размере 250 тыс. руб. под 18 % годовых. На организацию производства фирме понадобится 60 дней, после чего она ежедневно будет получать прибыль в размере 7 тыс. руб. Временная база по начислению процентов равна 365 дням.</p> <p>Задание:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вывести формулу размера долга <math>S</math> (тыс. руб.) фирмы банку через <math>t</math> дней.</li> <li>2. Через какое наименьшее количество дней после получения кредита фирма может погасить кредит разовым платежом за счет полученной прибыли?</li> </ol>	

Составитель (и):

канд. пед. наук Гридчина В.Б.

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))