

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35e9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ
Декан
А.В. Фомина
«08» февраля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.02 Математический анализ

Направление подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Направленность (профиль) подготовки

**ПРОГРАММНОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2023

Новокузнецк 2024

Оглавление

| | |
|---|----|
| 1 Цель дисциплины | 3 |
| Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки | 3 |
| Место дисциплины..... | 3 |
| 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. | 3 |
| 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины..... | 4 |
| 3.1 Учебно-тематический план | 4 |
| 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации..... | 5 |
| 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. | 7 |
| 5.1 Учебная литература | 7 |
| 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины..... | 8 |
| 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы..... | 8 |
| 6 Иные сведения и (или) материалы..... | 9 |
| 6.1.Примерные темы письменных учебных работ..... | 9 |
| 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации | 15 |

1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должна быть сформирована компетенция основной профессиональной образовательной программы бакалавриата ОПК-1.

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|---|--|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | 1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; 1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий | Знать: – основные факты, концепции и принципы математического анализа. Уметь: – грамотно пользоваться языком математического анализа; – строго доказывать математические утверждения в области математического анализа, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; – применять знания математического анализа для решения практических задач. Владеть: – способностью решать профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы математического анализа. |

Место дисциплины

Дисциплина включена в модуль «Модуль фундаментальных математических и естественных дисциплин» ОПОП ВО. Дисциплина осваивается на 1-2 курсах в 1-4 семестрах.

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий.

Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

| | |
|--|--------------------------------|
| Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах | Объём часов по формам обучения |
|--|--------------------------------|

| | |
|---|-----|
| | ОФО |
| 1 Общая трудоемкость дисциплины | 648 |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 276 |
| Аудиторная работа (всего): | 276 |
| в том числе: | |
| лекции | 100 |
| практические занятия, семинары | 176 |
| Внеаудиторная работа (всего): | |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 264 |
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося - экзамен (1 семестр); - экзамен (2 семестр); - зачет (3 семестр); - экзамен (4 семестр). | 108 |

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной формы обучения

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоемкость (всего час.) | Трудоемкость занятий (час.) | | | Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|----------------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|-----------|-----------|---|
| | | | ОФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | | |
| | | | лекц. | практ. | СРС | |
| Семестр 1 | | | | | | |
| | 1. Введение в анализ | | | | | |
| 1-2 | 1.1. Функция | 16 | 4 | 6 | 6 | Контрольная работа Тест |
| 3-4 | 1.2. Предел числовой последовательности | 12 | 4 | 4 | 4 | Контрольная работа Тест |
| 5-7 | 1.3. Предел функции | 22 | 6 | 10 | 6 | |
| 8-9 | 1.4. Непрерывность функции | 16 | 4 | 6 | 6 | Контрольная работа Тест |
| | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной | | | | | |
| 10-12 | 2.1. Производная | 26 | 6 | 10 | 10 | Контрольная работа Тест |
| 13-16 | 2.2. Приложения производной | 32 | 8 | 12 | 12 | |
| 17-18 | 2.3. Дифференциал функции | 20 | 4 | 4 | 12 | |
| | Промежуточная аттестация | 36 | | | | <i>экзамен</i> |
| ИТОГО по 1 семестру | | 180 | 36 | 52 | 56 | 36 |
| Семестр 2 | | | | | | |
| | 1. Интегральное исчисление функции одной переменной | | | | | |
| 1-4 | 1.1. Неопределенный интеграл | 28 | 8 | 10 | 10 | Контрольная работа Тест |
| 5-6 | 1.2. Определенный интеграл | 24 | 4 | 10 | 10 | Индивидуальное задание Тест |
| 7-8 | 1.3. Приложения определенного интеграла | 22 | 4 | 8 | 10 | |
| | 2. Функции нескольких | | | | | |

| № недели п/л | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоёмкость занятий (час.) | | | Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|----------------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|------------|------------|---|
| | | | ОФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| | | | лекц. | практ. | | |
| | переменных | | | | | |
| 9-10 | 2.1. Определение функции двух и более переменных | 22 | 4 | 4 | 14 | Контрольная работа |
| 11-13 | 2.2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных | 24 | 6 | 4 | 14 | |
| 14-16 | 2.3. Экстремум функции двух переменных | 24 | 4 | 4 | 16 | Кейс-задание |
| 17 | Промежуточная аттестация | 36 | | | | <i>экзамен</i> |
| ИТОГО по 2 семестру | | 180 | 30 | 30 | 84 | 36 |
| Семестр 3 | | | | | | |
| | 1. Ряды | | | | | |
| 1-4 | 1.1. Числовые ряды | 32 | 4 | 8 | 20 | Контрольная работа |
| 5-8 | 1.2. Степенные ряды | 36 | 4 | 12 | 20 | |
| 9-11 | 1.3.Ряды Фурье | 26 | 4 | 12 | 10 | Контрольная работа |
| | 2. Интегральное исчисление функции многих переменных | | | | | |
| 12-15 | 2.1. Двойные и тройные интегралы | 26 | 4 | 12 | 10 | Контрольная работа |
| 16-17 | 2.2. Криволинейные интегралы | 24 | 2 | 12 | 10 | Контрольная работа |
| | Промежуточная аттестация | | | | | <i>зачет с оценкой</i> |
| ИТОГО по 3 семестру | | 108 | 18 | 58 | 32 | |
| Семестр 4 | | | | | | |
| 1-5 | 1. Функции комплексного переменного | 44 | 4 | 10 | 30 | Контрольная работа |
| 6-9 | 2. Функциональные ряды | 34 | 4 | 8 | 22 | Контрольная работа |
| 10-13 | 3. Вычеты и их применение | 36 | 4 | 8 | 24 | Контрольная работа |
| 14-16 | 4. Основы операционного исчисления | 30 | 4 | 10 | 16 | Контрольная работа |
| | Промежуточная аттестация | 36 | | | | <i>экзамен</i> |
| ИТОГО по 4 семестру | | 180 | 16 | 36 | 92 | 36 |
| ВСЕГО | | 684 | 100 | 176 | 264 | 108 |

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| 1 семестр | | | | |
|-----------------------------------|--------------|--|--|-------------------|
| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы (17 недель) |
| Текущая учебная работа в семестре | 60 | Тест | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5-10 |
| | | Контрольные работы (защита контрольной работы) (4 работы) | За одну КР от 5 до:10 баллов 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 20- 40 |

| | | | | |
|--|----|-------------------|--|-------------|
| | | Кейс-задание | 5баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5- 10 |
| Итого по текущей работе в семестре | | | | 30 - 60 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 40 | Решение задачи 1. | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Решение задачи 2. | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Вопрос билета №1 | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Вопрос билета №2 | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5- 10 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 20 – 40 б. |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации | | | | 50 – 100 б. |

2 семестр

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы (17 недель) |
|--|--------------|---|--|-------------------|
| Текущая учебная работа в семестре | 80 | Индивидуальное задание | За ИЗ от 10 до 20 баллов 10баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение) | 10-20 |
| | | Контрольные работы (защита контрольной работы) (2 работы) | За одну КР от 10до:20 баддов 10баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение) | 20 - 40 |
| | | Кейс-задание | 10баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение) | 10- 20 |
| Итого по текущей работе в семестре | | | | 40 - 80 |
| Промежуточная аттестация (зачет с оценкой) | 20 | Решение задачи 1. | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Вопрос билета №1 | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5- 10 |
| Итого по промежуточной аттестации (зачет с оценкой) | | | | 10 – 20 б. |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации | | | | 50 – 100 б. |

3 семестр

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы (17 недель) |
|--|--------------|---|---|-------------------|
| Текущая учебная работа в семестре | 60 | Контрольные работы (защита контрольной работы) (4 работы) | За одну КР от 7-8до:15 баддов 7-8 баллов (пороговое значение) 15 баллов (максимальное значение) | 30- 60 |
| Итого по текущей работе в семестре | | | | 30 - 60 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 40 | Решение задачи 1. | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Решение задачи 2. | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Вопрос билета №1 | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Вопрос билета №2 | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5- 10 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 20 – 40 б. |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации | | | | 50 – 100 б. |

4 семестр

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы (17 недель) |
|-----------------------------------|--------------|--|---|-------------------|
| Текущая учебная работа в семестре | 60 | Контрольные работы (защита контрольной работы) | За одну КР от 7-8до:15 баддов 7-8 баллов (пороговое значение) 15 баллов (максимальное значение) | 30- 60 |

| | | | | |
|--|----|-------------------|--|-------------|
| | | (4 работы) | | |
| Итого по текущей работе в семестре | | | | 30 - 60 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 40 | Решение задачи 1. | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Решение задачи 2. | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Вопрос билета №1 | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| | | Вопрос билета №2 | 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 20 – 40 б. |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации | | | | 50 – 100 б. |

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 5)

Таблица 5 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

| Сумма набранных баллов | Уровни освоения дисциплины и компетенций | Экзамен | | Зачет |
|------------------------|--|---------|----------------------|------------|
| | | Оценка | Буквенный эквивалент | |
| 86 - 100 | Продвинутый | 5 | отлично | Зачтено |
| 66 - 85 | Повышенный | 4 | хорошо | |
| 51 - 65 | Пороговый | 3 | удовлетворительно | |
| 0 - 50 | Первый | 2 | неудовлетворительно | Не зачтено |

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. В 2 т. [Электронный ресурс] : Т.1: учебник / Г.М. Фихтенгольц. – 9-е изд., стереотип. - Электрон.текстовые дан. – Санкт-Петербург : Издательство «Лань», 2008. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/65055/>

2. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 2 т. [Электронный ресурс] : Т.2: учебник / Г.М. Фихтенгольц. – 9-е изд., стереотип. - Электрон.текстовые дан. – Санкт-Петербург : Издательство «Лань», 2008. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/411>

Дополнительная учебная литература

3. Шершнев В.Г. Математический анализ [Электронный ресурс]: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - Электрон.текстовые дан. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 288 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=342089>

4. Шершнев В.Г. Математический анализ [Электронный ресурс]: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - Электрон.текстовые дан - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=342088>

5. Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс] : Учебное пособие / Шипачев В.С., - 3-е изд. - Электрон.текстовые дан - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469727>

6. Математический анализ: N-мерное пространство. Функции. Экстремумы [Электронный ресурс] : Учебник / Барбаумов В.Е., Попова Н.В. - Электрон.текстовые дан - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 341 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=544101>

7. Математический анализ в вопросах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Ф. Бутузов, Н.Ч. Крутицкая, Г.Н. Медведев и др., 5-е изд. - Электрон.текстовые

дан - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 480 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=544581>

8. Туганбаев, А. А. Математический анализ [Электронный ресурс]: :Пределы[Электронный ресурс] / А. А. Туганбаев. - 2-е изд., стереот. - Электрон.текстовые дан - М.: Флинта, 2011. - 54 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=409466>

9. Туганбаев, А. А. Математический анализ : интегралы [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. — 2-е изд., стереотип. - Электрон.текстовые дан — М. : ФЛИНТА, 2011. — 76 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=454655>

10. Долгополова, А.Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу. Ч. 1 : В 2 ч [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Ф. Долгополова, Т.А. Колодяжная. - Электрон.текстовые дан - Ставрополь: Сервисшкола, 2012. – 168 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=514584>

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»:

| | |
|--|--|
| <p>404 Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> - занятий лекционного типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. <p>Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p>Оборудование: <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p>Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</p> | <p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p> |
| <p>603 Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. <p>Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья.</p> <p>Оборудование для презентации учебного материала: <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p>Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Mрich 2 (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), QGIS (свободно распространяемое ПО), UML-диаграммы (бесплатная версия).</p> <p>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</p> | <p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p> |
| <p>604 Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. <p>Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья.</p> <p>Оборудование для презентации учебного материала: <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p>Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</p> | <p>Учебный корпус №4.</p> <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p> |

5.3 Современные профессиональные базы данных и

информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. *Общероссийский математический портал (информационная система)* - <http://www.mathnet.ru/>

2. *Mathcad-справочник по высшей математике* - <http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>

3. *zbMATH – математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.* – <https://zbmath.org/>.

4.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

6.1.1. Контрольная работа по теме «Функции»

1. Найти область определения функции:

а) $y = \sqrt{x} - \lg(5 - x) + \frac{1}{x - 2}$;

б) $y = \arcsin \frac{x + 3}{2}$.

2. Найти область значений функции:

а) $y = 3 \cos \frac{x}{2} - 4$;

б) $y = \sqrt{4 - x^2} + 3$

3. Найти функцию обратную данной и построить оба графика в одной системе координат:
 $y = 2 - 3x$

4. Построить графики функций:

а) $y = -x^2 - x + 2$;

б) $y = -x^2 - |x| + 2$;

в) $y = |-x^2 - |x| + 2|$;

г) $y = -\log_{0,5}|x|$.

6.1.2. Контрольная работа по теме «Предел»

Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 5x}{1 - 3x^3}$; в) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 1}{x + 3} \right)^{3x}$

6.1.3. Контрольная работа по теме «Непрерывность»

Исследовать функции на непрерывность: а) $y = \frac{-1}{x^2 - 4}$ б) $y = \begin{cases} x^2, & x \geq 2 \\ -x, & x < 2 \end{cases}$

в) $y = \frac{\sqrt[3]{2 - x}}{x^2 + 5} + 2^{-x}$

6.1.4. Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление»

Исследовать методами дифференциального исчисления следующие функции и, используя результаты исследования, построить их графики.

1) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$; 2) $y = e^{2x - x^2}$.

6.1.5. Контрольная работа по теме «Неопределенный интеграл»

Найти интегралы:

1) $\int (2 - 4x) \sin 2x dx$; 2) $\int \frac{(\arccos x)^2 - 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$; 3) $\int \frac{x + 2}{x^2 + x + 3} dx$;
4) $\int \frac{2x^2 - 3x - 1}{(x - 4)(x - 3)x} dx$; 5) $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$; 6) $\int \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt[3]{x}} dx$.

6.1.6. Индивидуальное задание по теме «Определенный интеграл»

Вычислить:

1. $\int_0^4 \frac{x - 1}{\sqrt{x + 1}} dx$. 2. $\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

3. $y = x^2 + 1$, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 5$.

Найти объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями:

4. $x = y^2$, $x = 1$, $y = 0$. (OX, OY).

6.1.7. Тест по разделам: «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление»

а) типовые задания (вопросы) – образец

| Введение в анализ | |
|-------------------|---|
| 1. | Областью определения функции $y = \ln(9 - x) + \sqrt{x + 5}$ является промежуток: 1) $[-5; 9)$; 2) $(-5; 9)$; 3) $[-5; 9]$; 4) $(-5; 9]$. |
| 2. | Впишите в утверждение недостающие слова: Переменная величина $\alpha(x)$ называется _____, если ее предел равен 0. |
| 3. | Впишите в утверждение недостающее слово: Если числовая последовательность монотонна и ограничена, то она _____. |
| 4. | Впишите в утверждение недостающие слова: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ называется _____, а $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ называется _____. |
| 5. | Какое из выражений не является неопределенностью? |

| |
|---|
| 1) $\left[\frac{0}{0}\right]$; 2) $[\infty - \infty]$; 3) $[\infty \cdot \infty]$; 4) $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. |
| 6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - 4x}{4x^3 - 2}$ равен: 1) 0; 2) ∞ ; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{4}{3}$. |
| 7. Функция $y = 2^{\frac{1}{x}}$ имеет в точке $x=0$: 1) устранимый разрыв; 2) разрыв I рода; 3) разрыв II рода; 4) не имеет разрыва. |
| 8. Функция $y = \frac{x^2}{1-x}$ непрерывна на отрезке: 1) $[-3;0]$; 2) $[-1;3]$; 3) $[0;2]$ 4) $\left[\frac{1}{2};4\right]$. |
| 9. Впишите в утверждение недостающие слова: Если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$, то прямая $x=a$ называется _____. |
| 10. Впишите в утверждение недостающие слова: Если существуют пределы $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ и $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$, то график функции $y=f(x)$ имеет _____. |
| 11. Какой из графиков функции не имеет асимптот? 1) $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = \frac{1}{x-1}$; 3) $y = x^3 - 3x$; 4) $y = e^{\frac{1}{x}}$. |
| Дифференциальное исчисление |
| 12. Значение производной функции $y = e^{\frac{1}{x}}$ в точке $x=1$ равно 1) e ; 2) $-e$; 3) $\frac{1}{e}$; 4) $-\frac{1}{e}$. |
| 13. Уравнение нормали к графику функции $y = x^2$ в точке $x=1$ имеет вид: 1) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$; 2) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$; 3) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$; 4) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$. |
| 14. Функция $y = \frac{x^2}{x-1}$ убывает на промежутке: 1) $(-3;-2)$; 2) $(-1;0)$; 3) $\left(0;\frac{1}{2}\right)$; 4) $(2;3)$. |
| 15. Функция $y = \frac{x^2}{x-1}$ имеет максимум в точке: 1) $x=2$; 2) $x=0$; 3) $x=1$; 4) $x=-1$. |
| 16. Наибольшее значение функции $y = e^{-x}$ на отрезке $[0;1]$ равно: 1) $\frac{1}{e}$; 2) 1; 3) -1; 4) $-\frac{1}{e}$. |
| 17. Впишите в утверждение недостающее слово: Если функция в точке x_0 имеет конечную производную, то она называется _____ в этой точке. |

| | | | | | | | | | |
|---|---|----------------------------|----------------------------|------------------------------|------------------------|---------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|---|
| <p>18. Установите правильную последовательность нахождения производной функции.</p> <ul style="list-style-type: none"> • найти приращение функции Δy ; • найти отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$; • дать x приращение Δx ; • найти предел отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$. | | | | | | | | | |
| <p>19. Впишите в утверждение недостающее слово: Точки, в которых производная равна 0 или не существует называются _____.</p> | | | | | | | | | |
| <p>20. Впишите в утверждение недостающие слова: Главная часть приращения функции, линейная относительно Δx называется _____ функции.</p> | | | | | | | | | |
| <p>21. Впишите в утверждение недостающие слова: Если в точке x_0, принадлежащей области определения функции, вторая производная меняет знак, то x_0 является _____ .</p> | | | | | | | | | |
| <p>Интегральное исчисление</p> | | | | | | | | | |
| <p>22. Впишите в утверждение недостающие слова: Совокупность всех первообразных для данной функции называется _____ .</p> | | | | | | | | | |
| <p>23. Впишите в утверждение недостающие слова: Формула интегрирования по частям имеет вид _____ .</p> | | | | | | | | | |
| <p>24. Установите соответствия и впишите букву рядом с цифрой:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">1. $\int \frac{dx}{x}$;</td> <td style="width: 50%;">а) $\arctg x + C$;</td> </tr> <tr> <td>2. $\int \frac{dx}{1+x^2}$;</td> <td>б) $\ln x + C$;</td> </tr> <tr> <td>3. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$;</td> <td>в) $\tg x + C$.</td> </tr> </table> <p>Ответы: 1 ;2 ;3 ;4 .</p> | | 1. $\int \frac{dx}{x}$; | а) $\arctg x + C$; | 2. $\int \frac{dx}{1+x^2}$; | б) $\ln x + C$; | 3. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$; | в) $\tg x + C$. | | |
| 1. $\int \frac{dx}{x}$; | а) $\arctg x + C$; | | | | | | | | |
| 2. $\int \frac{dx}{1+x^2}$; | б) $\ln x + C$; | | | | | | | | |
| 3. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$; | в) $\tg x + C$. | | | | | | | | |
| <p>25. $\int_1^e \frac{dx}{x}$ равен:</p> <p>1)1; 2)e; 3)-1; 4)$\frac{1}{a}$.</p> | | | | | | | | | |
| <p>26. Установите соответствия и впишите букву рядом с цифрой:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">1. площадь плоской фигуры;</td> <td style="width: 50%;">а) $\pi \int_a^b y^2 dx$;</td> </tr> <tr> <td>2. длина дуги кривой;</td> <td>б) $\int_a^b f(x)dx$;</td> </tr> <tr> <td>3. объем тела вращения;</td> <td>в) $\int_a^b \sqrt{1+(y')^2} dx$;</td> </tr> <tr> <td>4. площадь поверхности вращения;</td> <td>г) $2\pi \int_a^b y \cdot \sqrt{1+(y')^2} dx$.</td> </tr> </table> | | 1. площадь плоской фигуры; | а) $\pi \int_a^b y^2 dx$; | 2. длина дуги кривой; | б) $\int_a^b f(x)dx$; | 3. объем тела вращения; | в) $\int_a^b \sqrt{1+(y')^2} dx$; | 4. площадь поверхности вращения; | г) $2\pi \int_a^b y \cdot \sqrt{1+(y')^2} dx$. |
| 1. площадь плоской фигуры; | а) $\pi \int_a^b y^2 dx$; | | | | | | | | |
| 2. длина дуги кривой; | б) $\int_a^b f(x)dx$; | | | | | | | | |
| 3. объем тела вращения; | в) $\int_a^b \sqrt{1+(y')^2} dx$; | | | | | | | | |
| 4. площадь поверхности вращения; | г) $2\pi \int_a^b y \cdot \sqrt{1+(y')^2} dx$. | | | | | | | | |
| <p>27. Впишите в утверждение недостающее слово: Определенный интеграл с бесконечными пределами интегрирования</p> | | | | | | | | | |

6.1.8. Контрольная работа по теме «Экстремум функции двух переменных»**Кейс-задание:**

В процессе производства используются два вида ресурсов: капитал K и труд L . Функция выпуска имеет вид $Z = aK^{0.5}L^{0.5}$, на аренду фондов (капитала) и оплату труда выделено 60 у.е., ставка аренды единицы фондов равна 3 у.е., ставка заработной платы 4 у.е. При каком значении K достигается наибольший объем выпуска?

6.1.9. Контрольная работа по теме «Функции нескольких переменных»

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области D , заданной системой неравенств.

$$z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; \quad 3 \geq x \geq 0, \quad 3 \geq y \geq 0.$$

2. Экспериментально получены пять значений искомой функции $y = f(x)$ при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию $y = f(x)$ в виде $y = ax + b$.

| | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 4,3 | 5,3 | 3,8 | 1,8 | 2,3 |

3. Найти размеры прямоугольного параллелепипеда объема V , имеющего наименьшую полную поверхность.

6.1.10. Контрольная работа по теме «Числовые, степенные ряды»

1. Исследовать сходимость рядов:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n^3+1}}; \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+1} \right)^{n^2/2}; \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n! \cdot 3^n}; \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n^2}-1}{1-\cos \frac{1}{n}}; \quad \text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^3+4).$$

2. Найти область сходимости функционального ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x+\pi n)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$$

6.1.11. Контрольная работа по теме «Ряды Фурье»

1. Разложить функцию $f(x)$ и указать промежутки, где сумма ряда Фурье равна функции $f(x)$

$$\text{и найти сумму ряда в точках } x_k. \quad f(x) = \begin{cases} 4, & x \in [0; \pi], x_0 = -\pi, x_1 = 0, \\ 0, & x \in [-\pi; 0), x_2 = \pi \end{cases}$$

2. Разложить в интервале $(0; \pi)$ в ряд Фурье а) по косинусам, б) по синусам функции: $f(x) = x$; $f(x) = \pi - x$;

3. Разложить в ряд Фурье а) по синусам, б) по косинусам для $f(x)$, определенной на $(0; 2\pi)$
 $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$
4. Найти интеграл Фурье функции продолжив её нечетным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если
- $$f(x) = \begin{cases} \sin x, x \in [0; \pi] \\ 0, x > \pi \end{cases}$$

6.1.12. Контрольная работа по теме «Двойные, тройные интегралы»

1. Изменить порядок интегрирования $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$
2. Вычислить интеграл $\iint_{\Delta} (3x^2 - 2xy + y) dx dy$, если область интегрирования Δ ограничена линиями $x = 0$, $x = y^2$, $y = 2$.
3. Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты
- $$\iint_D dx dy \quad D: x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$$
4. Вычислить тройной интеграл $\int_{-1}^1 dx \int_0^x dy \int_0^{xy} (x + y + z) dz$
5. Вычислить объем тела, заданного неравенствами $x + y + z \leq a$, $3x + y \geq a$, $3x + 2y \leq 2a$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

6.1.13. Контрольная работа по теме «Криволинейные интегралы»

1. Вычислить интеграл $\int_{AB} (x^2 + y^2 + z^2) ds$ по одному витку винтовой линии $x = \cos t$; $y = \sin t$; $z = t$; $0 \leq t \leq 2\pi$.
2. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L x^2 y dx + x^3 dy$. L – контур, ограниченный параболой $y^2 = x$; $x^2 = y$. Направление обхода контура положительное.
3. Вычислить криволинейный интеграл второго типа $\int_L y dx + x dy$, где L – четверть окружности $x = R \cos t$, $y = R \sin t$ от $t_1 = 0$ и $t_2 = \frac{\pi}{2}$.

6.1.14. Контрольная работа по теме «Аналитические функции комплексной переменной»

1. Доказать аналитичность функций и вычислить их производную:
 1. $\sin z$, 2. $\operatorname{ctg} z$, 3. $\ln z$.
2. Найти особые точки функций: $f_1(z) = \frac{z^2 + 3}{(z^2 + 2z + 2)(z - 1)^2}$, $f_2(z) = \frac{z - 1}{z(z^6 + 1)}$, , ,
3. Проверить, что функция $u = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ является гармонической.
4. Найти аналитическую функцию $f(z) = u + iv$ по заданной действительной части $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2y$

6.1.15. Контрольная работа по теме «Ряд Лорана»

1. Разложить в ряд Лорана:

$$f(z) = \frac{1}{z(z+1)} \quad 0 < |z| < 1; \quad f(z) = \frac{1}{z^3 + z} \quad |z| > 1$$

2. Найти особые точки функции и определить их характер $\frac{1}{1 - \sin x}$

6.1.16. Контрольная работа по теме «Вычеты»

1. Вычислить вычеты во всех конечных особых точках функции:

$$f(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \frac{\pi}{4} z}$$

2. Вычислить вычеты во всех изолированных особых точках, включая бесконечно удаленную точку, для функции:

$$f(z) = e^{z^2 + \frac{1}{z^2}}$$

3. Вычислить интегралы с помощью вычетов:

$$\oint_{|z|=1} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi}{4}\right)^3} dz, \quad \oint_{|z|=3} \frac{dz}{z^3 + 4z}$$

6.1.17. Контрольная работа по теме «Операционное исчисление»

1. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами:

$$f(t) = b^t \eta(t), \quad b > 0, \quad b \neq 1.$$

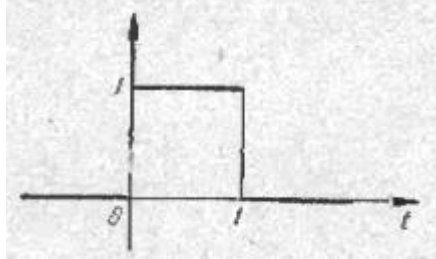
$$f(t) = e^{t^2} \eta(t),$$

2. Найти изображение функций, используя свойства линейности, подобия, смещения и запаздывания:

а) $f(t) = 1 + t$, б) $f(t) = \sin \omega t$, в) $f(t) = \sin^4 t$,

г) $f(t) = e^{-t} t^3$, д) $f(t) = \sin(t - b) \eta(t - b)$,

3. Найти изображение функции, заданной графически:



6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 6 - Примерные теоретические вопросы и практические задания к экзамену

Семестр 1

| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задания |
|-----------------------------|--|---|
| 1. Введение в анализ | | |
| 1.1. Функция | 1. Определение функции, способы задания, свойства функций. 2. Основные элементарные функции, их свойства и графики. | 1. Найти область определения функции: $f(x) = \sqrt{4 - x^2} + \frac{1}{\lg(1 - x)}$ $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\arcsin(x - 1)}$ 2. Найти область значений функций: |

| | | |
|--|--|--|
| | | $y = \frac{1}{x^2}$ $y = \sqrt{2x+1}$ <p>3. Построить графики функций:</p> $y = \frac{1}{x^2}$ $y = \sqrt{2x+1}$ $y = \sqrt{9-x^2}$ |
| 1.2. Предел числовой последовательности | <p>3. Числовая последовательность и ее предел.</p> <p>4. Признак существования предела последовательности.</p> | <p>4. Пусть последовательность $\{x_n\}$ сходится. Является ли сходящейся последовательность $\{x_{n+1} - x_n\}$?</p> <p>5. Вычислить предел:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} \right]$ |
| 1.3. Предел функции | <p>5. Предел функции. Основные теоремы о пределах.</p> <p>6. Бесконечно малые и бесконечно большие величины, их свойства.</p> <p>7. Первый и второй замечательные пределы.</p> <p>8. Неопределенные выражения.</p> | <p>6. Найти пределы:</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{5x^3 - x^2 + 4x + 3}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 7x}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^{3x^2}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ |
| 1.4. Непрерывность функции | <p>9. Непрерывность функции в точке и на множестве.</p> <p>10. Точки разрыва функции.</p> <p>11. Операции над непрерывными функциями.</p> <p>12. Свойства функций, непрерывных на отрезке.</p> | <p>7. Исследовать функции на непрерывность:</p> $f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$ <p>8. Доопределить следующие функции до непрерывной в заданной точке:</p> $f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}} \quad \text{при } x \neq 3. (f(3) = 7)$ <p>9. Исследовать на непрерывность функцию и определить тип точек разрыва, если они есть</p> $y = \frac{\sqrt[3]{2-x}}{x^2 + 5} + 2^{-x}; y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ |
| 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной | | |
| 2.1. Производная | <p>13. Определение производной в точке. Геометрический смысл производной.</p> <p>14. Непрерывность дифференцируемой функции.</p> | <p>10. В какой точке параболы $y = x^2 - 2x + 5$ нужно провести касательную, чтобы она была перпендикулярна биссектрисе первого координатного угла.</p> <p>10. Найти производные функции:</p> $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot x^3;$ |

| | | |
|--|---|---|
| | <p>15. Производная суммы, произведения, частного двух функций.</p> <p>16. Производная сложной функции, неявной функции, степенно-показательной функции.</p> | $y = tg^5 \frac{x}{5};$ $y = 2^{\sin x} \cdot \sqrt{\sin x}$ $y = (\sin x)^x$ $x^3 \cdot \cos y + y^2 \cdot \cos x = 0$ |
| 2.2. Приложения производной | <p>17. Теорема Ферма и теорема Ролля.</p> <p>18. Теорема Лагранжа.</p> <p>19. Правило Лопиталья.</p> <p>20. Признаки возрастания и убывания функции.</p> <p>21. Экстремум функции. Необходимое условие, достаточные условия экстремума функции.</p> <p>22. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.</p> <p>23. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции.</p> | <p>11. Применима ли теорема Ролля к функции $y=1-3\sqrt{x^2}$ на отрезке $[-1;1]$.</p> <p>12. Найти пределы по правилу Лопиталья:</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{\frac{x}{2}}}{x + e^x};$ <p>11. Исследовать на монотонность и найти точки экстремума функции:</p> $y = \frac{x}{1 - x^2};$ $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1};$ <p>12. Исследовать на выпуклость, вогнутость и найти точки перегиба функции:</p> $y = \frac{x}{1 - x^2};$ $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1};$ <p>13. Исследовать методами дифференциального исчисления следующие функции и, используя результаты исследования, построить их графики</p> $y = \frac{x}{1 - x^2}; y = e^{\frac{1}{1-x}}$ |
| 2.3. Дифференциал функции | <p>24. Дифференциал функции.</p> <p>25. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.</p> | <p>13. Вычислить приближенно при помощи дифференциала $\sqrt{25,01}$</p> <p>14. Найти дифференциал функции:</p> $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot x^3;$ $y = tg^5 \frac{x}{5}$ |
| Компетенции | | |
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в | <p>Кейс-задание</p> <p>Цена p (у.е.) на продукцию линейно падает с увеличением объема x (ед.) предъявления готовой продукции на рынке как $p(x) = 11 - 0,2x$, а затраты C (у.е.) зависят от объема производства как $C(x) = -0,1x^2 + 3x$</p> <p>Задание:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Найти функцию прибыли. 2. Найти наибольшее значение прибыли в (у.е.). | |

| | |
|-------------------------------|--|
| профессиональной деятельности | |
|-------------------------------|--|

Семестр 2

| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задания |
|--|--|---|
| 1. Интегральное исчисление функции одной переменной | | |
| 1.1. Неопределенный интеграл | <p>1. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Непосредственное интегрирование.</p> <p>2. Метод замены переменной, интегрирование по частям.</p> <p>3. Интегрирование рациональных дробей.</p> <p>4. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.</p> | <p>1. Найти интегралы:</p> $\int \frac{x^3 + 2x - 3\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ $\int \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx$ $\int (3x + 4)e^{3x} dx$ $\int \frac{x + 2}{x^2 + x + 3} dx$ $\int \frac{2x^2 - 3x - 1}{(x - 4)(x - 3)x} dx$ $\int \cos^5 x dx$ $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$ $\int \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} dx$ |
| 1.2. Определенный интеграл | <p>5. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла.</p> <p>6. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о среднем.</p> <p>7. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.</p> <p>8. Несобственные интегралы.</p> | <p>2. Вычислить:</p> $\int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx; \quad \int_4^5 x^2 \cdot \sqrt{1-x^3} dx;$ $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot e^{2x} dx$ $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx; \quad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x}}$ |
| 1.3. Приложения определенного интеграла | <p>9. Площадь плоской фигуры.</p> <p>10. Длина дуги кривой.</p> <p>11. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.</p> | <p>3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:</p> $y = x^2 + 1, \quad y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = 5.$ <p>4. Найти длину дуги кривой:</p> $y = 2\sqrt{x}, \quad \text{от } x=0 \text{ до } x=1;$ <p>5. Найти объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями: $x = y^2, x = 1, y = 0$. (OX, OY).</p> <p>6. Найти площадь поверхности вращения: $9y^2 = x(3-x)^2$, при $x \in [0;3]$</p> |
| 2. Функции нескольких переменных | | |

| | | |
|--|---|--|
| 2.1. Определение функции двух и более переменных | 12. Определение функции двух и более переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. 13. Предел и непрерывность функции двух переменных. | 7. Найти область определения функций $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27;$ $z = x^2 + 2y^2 + 1;$ $z = \ln(x - y)$ $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ 8. Исследовать функции на непрерывность: $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27;$ $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ $z = \frac{1}{x - y}$ |
| 2.2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных | 14. Частные производные, их геометрический смысл. 15. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. 16. Производная по направлению. Градиент. 17. Производная сложной функции. Частные производные второго порядка. 18. Касательная плоскость и нормаль к поверхности | 9. Найти частные производные первого и второго порядков $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27;$ $z = x^2 + 2y^2 + 1;$ 10. Найти производные следующих функций в точке M в направлении вектора \vec{n} . $u(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$, $M(1, -1, 2)$, $\vec{n} = (1, 2, -2)$ 11. Вычислить приближенно $1,024^{4,05}$, исходя из значений функции $z = x^y$ при $x=1, y=4$. 12. Найти dz , если $z = \ln(x^2 + y^2)$. |
| 2.3. Экстремум функции двух переменных | 19. Экстремум функции двух переменных. 20. Условный экстремум. 21. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области. | 15. Найти экстремумы следующих функции: $z = y^2 - x^2 + xy - 2x - 6y$ $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ 16. Исследовать функции на условный экстремум: $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; при $x+y=2$; $z = x - y$; при $x^2+y^2=1$; 17. Найти высоту и радиус основания цилиндра наибольшего объема, если его полная поверхность равна 6π . 18. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области D , заданной системой неравенств: $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; 3 \geq x \geq 0, 3 \geq y \geq 0$ |
| Компетенции | | |
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области | Кейс-задание Цена p (у.е.) на продукцию линейно падает с увеличением объема x (ед.) предъявления готовой продукции на рынке как $p(x) = 11 - 0,2x$, а затраты C (у.е.) зависят от объема производства как $C(x) = -0,1x^2 + 3x$ | |

| | |
|---|---|
| математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | Задание: 1. Найти функцию прибыли. 2. Найти наибольшее значение прибыли в (у.е.). |
|---|---|

Семестр 3

| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задания |
|---------------------|--|--|
| 1. Ряды | | |
| 1.1. Числовые ряды | 1. Числовой ряд. Сходимость ряда. Гармонический ряд. Свойства сходящихся рядов. 2. Необходимый признак сходимости числового ряда. 3. Достаточные признаки сходимости положительных рядов: признак сравнения, признак Даламбера. 4. Достаточные признаки сходимости положительных рядов: радикальный и интегральный признаки Коши. 5. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. 6. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. | 1. Для ряда $a_1 + a_2 + \dots$, определить его общий член a_n и записать ряд в виде $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $\frac{1}{3} - \frac{1 \cdot 2}{3^2 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3^3 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{3^4 \cdot 4} + \dots$ 2. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2(n^2 + 4)}}$ $\sum_{n=1}^{\infty} (n^3 + 4n) \cdot e^{-(n+3)}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$ 3. Исследовать условную и абсолютную сходимость знакопеременного ряда. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+3}};$ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cos \frac{\pi}{5n};$ |
| 1.2. Степенные ряды | 7. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. 8. Разложение функций в ряды Маклорена и Тейлора. 9. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. | 4. Найти область сходимости функционального ряда. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x + \pi n)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$ 5. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{1}{n}\right) x^{n-1}$ 6. Разложить в ряд Маклорена функцию |

| | | |
|---|--|---|
| | | $f(x) = \cos 5x$. Указать область сходимости полученного ряда. 7. Вычислить интеграл с точностью до 0,001. $\int_0^{0.1} e^{-6x^2} dx$ 8. Вычислить значение функции $f(x)$ в заданной точке x_0 ($f(x_0)$) с точностью до 0,001. $\sqrt[3]{7}$ |
| 1.3.Ряды Фурье | 10. Тригонометрический ряд Фурье. 11. Разложение в ряд Фурье 2π периодических функций. Теорема Дирихле. 12. Разложение в ряд Фурье четных функций. 13. Разложение в ряд Фурье нечетных функций. 14. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода. | 5. Разложить функцию $f(x)$ и указать промежутки, где сумма ряда Фурье равна функции $f(x)$ и найти сумму ряда в точках x_k . $f(x) = \begin{cases} 4, & x \in [0; \pi], x_0 = -\pi, x_1 = 0, \\ 0, & x \in [-\pi; 0), x_2 = \pi \end{cases}$ 6. Разложить в интервале $(0; \pi)$ в ряд Фурье а) по косинусам, б) по синусам функции: $f(x) = x$; $f(x) = \pi - x$; 7. Разложить в ряд Фурье а) по синусам, б) по косинусам для $f(x)$, определенной на $(0; 2\pi)$ $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$ 8. Найти интеграл Фурье функции продолжив её нечетным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \in [0; \pi] \\ 0, & x > \pi \end{cases}$ |
| 2. Интегральное исчисление функции многих переменных | | |
| 2.1. Двойные и тройные интегралы | 15. Двойной интеграл: определение, свойства, геометрический смысл. 16. Переход к повторному в двойном интеграле. 17. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. 18. Приложения двойного интеграла. 19. Тройной интеграл: определение, свойства. 20. Вычисление тройных интегралов. | 9. Вычислить интеграл $\iint_{\Delta} (x - y) dx dy$, если область Δ ограничена линиями: $y = 0, y = x^2, x = 2$. 10. Построить область интегрирования и изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy$ $\int_0^1 dy \int_0^{3y} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{4-y^2} f(x, y) dx$ 11. С помощью двойного интеграла, вычислить площадь плоской фигуры D , ограниченной линиями $y^2 = 2x + 4$, $y^2 = -\frac{1}{2}x + 4$ 12. Перейти к полярным координатам и вычислить двойной интеграл $\iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy$, где |

| | | |
|--|--|--|
| | | $D = \{(x, y): x^2 + y^2 \leq a^2\}$ <p>13. Вычислить интеграл $\int_0^1 \int_0^{x^2} \int_0^{xy} x^2 yz dz dy dx$</p> <p>14. Вычислить объем, ограниченный поверхностями: $x^2 + y^2 = 1$; $x + y + z = 3$ и плоскостью XOY.</p> |
| 2.2. Криволинейные интегралы | <p>21. Вычисление криволинейного интеграла первого рода.</p> <p>22. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.</p> <p>23. Формула Грина.</p> <p>24. Вычисление площадей с помощью криволинейной интеграла.</p> <p>25. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования</p> | <p>15. Вычислить интеграл $\int_{AB} (x^2 + y^2 + z^2) ds$ по одному витку винтовой линии $x = \cos t$; $y = \sin t$; $z = t$; $0 \leq t \leq 2\pi$.</p> <p>16. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L x^2 y dx + x^3 dy$. L – контур, ограниченный параболой $y^2 = x$; $x^2 = y$. Направление обхода контура положительное.</p> <p>17. Вычислить криволинейный интеграл второго типа $\int_L y dx + x dy$, где L – четверть окружности $x = R \cos t$, $y = R \sin t$ от $t_1 = 0$ и $t_2 = \frac{\pi}{2}$.</p> |
| Компетенции | | |
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | <p>Кейс-задание</p> <p>Объем продукции u, выпускаемой рабочим в течение рабочего дня, задается функцией</p> $u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$ <p>где t - время, выраженное в часах и причем $1 \leq t \leq 8$</p> <p>Задание:</p> <p>1. Найти производительность труда рабочего в момент времени $t = 2$ ч.</p> <p>2. Изменение производительности производства с течением времени от начала внедрения нового технологического оборудования задается функцией $z(t) = 32 - (t + 1)^3$, где t-время в месяцах. Найти объем продукции, произведенной за первый месяц при внедрении нового технологического оборудования.</p> | |

Семестр 4

| | | |
|----------------|---------------------------------|--------------------------------|
| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задания |
|----------------|---------------------------------|--------------------------------|

| | | |
|---|---|--|
| <p>1. Функции комплексного переменного</p> | <p>1. Функции комплексного аргумента. 2. Непрерывность функции комплексного переменного. 3. Производная функции комплексного аргумента.. 4. Аналитические функции. Сопряженные гармонические функции. 5. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.. 6. Интеграл по комплексному переменному и его свойства. Понятие неопределенного интеграла. 7. Интегральная формула Коши. Связь между интегралом Коши и аналитической функцией.</p> | <p>5. Доказать аналитичность функций и вычислить их производную: 1. $\sin z$, 2. $ctgz$, 3. $\ln z$. 6. Найти особые точки функций: $f_1(z) = \frac{z^2 + 3}{(z^2 + 2z + 2)(z - 1)^2}$, $f_2(z) = \frac{z - 1}{z(z^6 + 1)}$, 7. Проверить, что функция $u = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ является гармонической. 8. Найти аналитическую функцию $f(z) = u + iv$ по заданной действительной части $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2y$ 9. Найти аналитическую функцию, если $\text{Im } f(z) = e^{-y}(x \cos x - y \sin x)$. 10. Вычислить интеграл с помощью формулы типа Коши: $\oint_{ z =1} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi i}{4}\right)^3} dz$</p> |
| <p>2. Функциональные ряды</p> | <p>8. Ряды функций. Сходимость ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса о равномерной сходимости. 9. Степенные ряды. 1 и 2 теоремы Абеля. 10. Ряды аналитических функций. 11. Ряд Лорана.</p> | <p>7. Разложить в ряд Лорана: $f(z) = \frac{1}{z(z+1)} \quad 0 < z < 1.$ $f(z) = \frac{1}{z^3 + z}, \quad z > 1$ $f(z) = \frac{2}{z^2 + 1} \quad z < 1$</p> |
| <p>3. Вычеты и их применение</p> | <p>12. Вычеты. Основная теорема о вычетах . 13. Вычисление вычетов в особых точках. Теорема о вычетах в расширенной комплексной плоскости. 14. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Теорема Руше.</p> | <p>8. Вычислить вычеты во всех конечных особых точках функции: $f(z) = \frac{tgz}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}$ 9. Вычислить вычеты во всех изолированных особых точках, включая бесконечно удаленную точку, для функции: $f(z) = e^{z^2 + \frac{1}{z^2}}$ 10. Вычислить интегралы с помощью вычетов: $\oint_{ z =1} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi i}{4}\right)^3} dz, \quad \oint_{ z =3} \frac{dz}{z^3 + 4z}$</p> |
| <p>4. Основы операционного исчисления</p> | <p>15. Преобразование Лапласа. Свойства оригиналов и</p> | <p>11. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами: $f(t) = b' \eta(t), \quad b > 0, \quad b \neq 1$</p> |

| | | |
|---|--|--|
| | <p>изображений. 16. Определение оригиналов по изображению. Формула Меллина. Первая и вторая теорема разложения. 17. Применение операционного исчисления для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> | <p>$f(t) = e^{t^2} \eta(t)$, 12. Найти изображение функций, используя свойства линейности, подобия, смещения и запаздывания: $f(t) = 1 + t$, $f(t) = \sin wt$, $f(t) = \sin^4 t$, $f(t) = e^{-t} t^3$, $f(t) = \sin(t - b) \eta(t - b)$, 13. Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k в точке $z_0 = 2i$ при отображении $f(z) = e^{-x} (\cos y - i \sin y)$.</p> |
| Компетенции | | |
| <p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p> | <p>Кейс-задание Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной действительной части $\operatorname{Re} f(z) = x^2 y - 2x - \frac{y^3}{3}$.</p> | |

Составитель (и):

канд. пед. наук Гридчина В.Б.

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))