

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан  
А. В. Фомина  
8 февраля 2024 г.

### **Рабочая программа дисциплины**

Б1.О.13 Дифференциальные уравнения

*Код, название дисциплины*

Направление подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем

*Код, название направления*

Направленность (профиль) подготовки

Программное и математическое обеспечение информационных технологий

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Очная*

Год набора 2021

Новокузнецк 2024

## Оглавление

1	Цель дисциплины .....	3
1.1	Формируемые компетенции .....	3
1.2	Индикаторы достижения компетенций .....	3
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине .....	4
2	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации .....	4
3.	Учебно-тематический план и содержание дисциплины .....	5
3.1	Учебно-тематический план .....	5
3.2.	Содержание занятий по видам учебной работы .....	6
4	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации .....	9
5	Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	10
5.1	Учебная литература .....	10
5.2	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины .....	11
5.3	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....	12
6	Иные сведения и (или) материалы .....	12
6.1.	Темы письменных учебных работ .....	12
6.2.	Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации .....	12

## 1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ОПК-1.

Содержание компетенций как планируемых результатов обучения по дисциплине см. таблицы 1 и 2.

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции (универсальная, общепрофессиональная, профессиональная)	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
<i>общепрофессиональная</i>	Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; 1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий	Б1.О.02 Математический анализ Б1.О.03 Алгебра и геометрия Б1.О.06 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.09 Теория игр и исследование операций Б1.О.12 Физика Б1.О.13 Дифференциальные уравнения Б1.О.01 (У) Технологическая (проектно-технологическая) практика Б3.01(Д) Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы ФТД.01 Выравнивающий курс математики и информатики

### 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<p>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p>1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах;</p> <p>1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук</p> <p>1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные факты, концепции и принципы теории дифференциальных уравнений.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– грамотно пользоваться языком теории дифференциальных уравнений;</li> <li>– строго доказывать математические утверждения теории дифференциальных уравнений, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах;</li> <li>– применять знания теории дифференциальных уравнений для решения практических задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– способностью решать профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы теории дифференциальных уравнений.</li> </ul>

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий.

## Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объем часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	180		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	64		
Аудиторная работа (всего):	64		
в том числе:			
лекции	32		
практические занятия, семинары	32		
в интерактивной форме			
в электронной форме			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	80		
4 Промежуточная аттестация обучающегося и объем часов, выделенный на промежуточную аттестацию:	Экзамен - 3 семестр (36 часов)		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
	<i>1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.</i>	70	16	16	38	Контрольная работа №1,2 Индивидуальное домашнее задание
1	1.1 Основные понятия и определения.	14	4	4	6	
2	1.2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.	16	4	2	10	
3	1.3. Уравнения первого порядка.	40	10	10	20	
	<i>2. Обыкновенные дифференциальные уравнения высшего порядка. Системы дифференциальных уравнений</i>	74	18	18	38	
4	2.1. Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие интегрирование и понижение порядка.	22	4	4	14	Контрольная работа №3
5	2.2. Линейные дифференциальные уравнения порядка n.	28	4	6	18	Контрольная работа №4
6	2.3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	24	6	6	12	
	Промежуточная аттестация экзамен	36				экзамен
	Всего:	180	32	32	80	

### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1	<b>Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.</b>	Примеры возникновения дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. Уравнения первого порядка, интегрируемые в квадратурах. Постановка задачи Коши, геометрический и механический смысл. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Особые и частные решения.
1.1	Основные понятия и определения.	Примеры возникновения дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. Постановка задачи Коши, геометрический и механический смысл. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
1.2.	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.	Доказательство теоремы методом Пикара. Принцип сжимающих отображений. Доказательство теоремы методом сжимающих отображений. Частные решения. Особые точки. Особые решения.
1.3.	Уравнения первого порядка.	Линейная замена в дифференциальных уравнениях. Уравнения, однородные относительно $x$ и $y$ . Приводящиеся к однородным. Обобщенные однородные. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной, метод Бернулли. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Критерий Эйлера. Метод интегрирующего множителя. Утверждения об интегрирующем множителе. Уравнения неразрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, неразрешенного относительно производной. Дискриминантная кривая. Огибающая. Особые решения.
2.	<b>Обыкновенные дифференциальные уравнения высшего порядка. Системы дифференциальных уравнений</b>	Основные определения уравнений высшего порядка. Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие интегрирование и понижение порядка. Система уравнений первого порядка. Приведение уравнения высшего порядка к системе уравнений первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Линейное однородное дифференциальное уравнение порядка $n$ . Линейное неоднородное дифференциальное уравнение порядка $n$ Метод вариации постоянных. Метод неопределенных коэффициентов. Уравнения Эйлера и Лагранжа.
2.1.	Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие интегрирование и понижение порядка.	Неполные и однородные уравнения высшего порядка – методы понижения порядка.
2.2.	Линейные дифференциальные уравнения порядка $n$ .	Определитель Вронского, теоремы об определителе Вронского. Теорема о решениях линейного однородного дифференциального уравнения порядка $n$ . Теорема о существовании фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения порядка $n$ . Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения порядка $n$ . Характеристическое уравнение линейного однородного уравнения порядка $n$ . Построение фундаментальной системы решений. Теорема о структуре общего решения линейного

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		неоднородного дифференциального уравнения порядка $n$ . Метод вариации постоянных для нахождения общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения порядка $n$ . Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения порядка $n$ с постоянными коэффициентами и специальными частями. Уравнение Эйлера и Лагранжа.
2.3.	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод исключения. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера для однородных систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
<i>Содержание практических занятий</i>		
1	<b>Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.</b>	Основные понятия и определения. Решение уравнений первого порядка.
1.1	Основные понятия и определения.	Решение уравнений с разделенными и разделяющимися переменными. Задача Коши. Проверка условий теоремы. Частные решения. Особые решения.
1.2	Решение уравнений первого порядка.	Линейная замена в дифференциальных уравнениях. Уравнения, однородные относительно $x$ и $y$ . Приводящиеся к однородным. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной, метод Бернулли. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирующего множителя. Уравнения неразрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Дискриминантная кривая. Огибающая. Особые решения.
2	<i>Обыкновенные дифференциальные уравнения высшего порядка. Системы дифференциальных уравнений</i>	Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие понижение порядка. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения порядка $n$ . Метод вариации постоянных. Метод неопределенных коэффициентов Уравнение Эйлера.
2.1	Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие понижение порядка.	Решение неполных и однородных уравнений высшего порядка.
2.2.	Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных	Построение линейного однородного уравнения по фундаментальной системе решений. Характеристическое уравнение линейного однородного уравнения порядка $n$ . Построение фундаментальной системы решений. Метод вариации постоянных для нахождения общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения порядка $n$ .



№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2.3.	Метод неопределенных коэффициентов Уравнения порядка $n$ , с переменными коэффициентами	Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения порядка $n$ с постоянными коэффициентами и специальными правыми частями. Уравнения Эйлера.
2.4.	Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Метод Эйлера для решения однородных систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод исключения для решения неоднородных систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
Промежуточная аттестация - экзамен		

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Шкала и показатели оценивания результатов учебной работы обучающихся по видам в балльно-рейтинговой системе (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации (шкала и показатели оценивания)	Баллы
<b>Семестр 3</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>60</b>	Лекционные занятия (конспект) (17 занятий)	<b>0,5 балла</b> посещение 1 лекционного занятия	5 – 8
		Индивидуальные задания (отчет о выполнении индивидуального задания) (4 работы)	<b>За одно индивидуальное задание от 5 до:</b> <b>5 баллов</b> (выполнено 51 - 65% заданий) <b>7 балла</b> (выполнено 66 - 85% заданий) <b>10 баллов</b> (выполнено 86 - 100% заданий)	20 - 40
		Тест	<b>6 балла</b> (пороговое значение) <b>12 баллов</b> (максимальное значение)	6 - 12
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				<b>31 - 60</b>
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Теоретический вопрос 1	<b>4 балла</b> (пороговое значение) <b>9 баллов</b> (максимальное значение)	4 - 9
		Теоретический вопрос 2	<b>4 балла</b> (пороговое значение) <b>10 баллов</b> (максимальное значение)	4 - 10
		Решение задачи 1.	<b>4 балла</b> (пороговое значение) <b>7 баллов</b> (максимальное значение)	4 - 7
		Решение задачи 2.	<b>4 баллов</b> (пороговое значение) <b>7 баллов</b> (максимальное значение)	4 - 7
		Решение задачи 3	<b>4 балла</b> (пороговое значение) <b>7 баллов</b> (максимальное значение)	4 - 7

<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>	20 – 40 б.
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации	51 – 100 б.

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 8)

Таблица 8 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

Сумма набранных баллов	Уровни освоения дисциплины и компетенций	Экзамен		Зачет
		Оценка	Буквенный эквивалент	
86 - 100	Продвинутый	5	отлично	Зачтено
66 - 85	Повышенный	4	хорошо	
51 - 65	Пороговый	3	удовлетворительно	
0 - 50	Первый	2	неудовлетворительно	Не зачтено

## 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1 Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс]: Учебное пособие / В.К. Романко - 4- изд. (эл). - Электрон.текстовые дан. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2015. – 347 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/70785/#1>

2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] / В.К Романко и др.; под редакцией В.К. Романко - 5- изд. (эл). - Электрон.текстовые дан. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2015. – 222 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/70710/#1>

#### Дополнительная учебная литература

3. Альсевич, Л.А. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: практикум / БЛ.А. Альсевич, С.А. Мазаник, Г.А. Расолько, Л.П. Черенкова – Электрон.текстовые дан. – Минск: «Вышэйшая школа», 2012. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=508479>

4. Ибрагимов, Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2012. — 332 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/5268>

5. Андреев, А.Н. Избранные главы теории дифференциальных уравнений. [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Кемерово : КемГУ, 2012. — 112 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/44307>

6. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты). [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Болотюк [и др.]. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 224 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/51934>

7. Борисов, В.Г. Прикладные задачи теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Механическое движение: учебное пособие. [Электронный ресурс] : учеб.

## 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

<p><b>614</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- занятий семинарского (практического) типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallurgov, д. 19</p>
<p><b>606</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- групповых и индивидуальных консультаций.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>переносные</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> M Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallurgov, д. 19</p>
<p><b>617</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- текущего контроля и промежуточной аттестации.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> переносное - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader</p>	<p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallurgov, д. 19</p>

(свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). <b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b>	
---	--

### 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

#### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Экспонента центр инженерных технологий и моделирования - <http://www.exponenta.ru>
3. Science Direct содержит более 1500 журналов издательства Elsevier, среди них издания по математике и информатике. <https://www.sciencedirect.com>
4. Информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам» - <http://window.edu.ru/catalog/>
5. Базы данных и аналитические публикации на портале «Университетская информационная система Россия» - <https://uisrussia.msu.ru/>

## 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1. Темы письменных учебных работ

Таблица 9 - Темы письменных учебных работ

Раздел	Темы	Контрольные точки
<i>Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.</i>	Основные понятия и определения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Замены в уравнениях первого порядка.	Контрольная работа №1
	Метод интегрирующего множителя, уравнения неразрешенные относительно производной	Контрольная работа №2
	Решение задач, приводящих к составлению дифференциальных уравнений	Индивидуальное задание
<i>Обыкновенные дифференциальные уравнения высшего порядка. Системы дифференциальных уравнений</i>	Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие интегрирование и понижение порядка.	Контрольная работа №3
	Линейное неоднородное дифференциальное уравнение порядка n. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Контрольная работа №4
	По всем разделам	Тест

### 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 10 - Типовые (примерные) контрольные вопросы и задания к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические	Примерные практические задания и
----------------	-------------------------	----------------------------------

	вопросы	(или) задачи
<b>РАЗДЕЛ 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.</b>		
<b>1.1 Основные понятия и определения</b>	<p>1. Дифференциальное уравнение, порядок, общее, частное, особое решения, интегральная кривая, поле направлений.</p> <p>2. Начальные условия. Задача Коши. Геометрический смысл задачи Коши.</p> <p>3. ДУ – 1, разрешенные относительно производной. Метод разделения переменных.</p>	<p>1. Проинтегрировать дифференциальное уравнение и выделить интегральные кривые, проходящие через заданные точки. <math>y' = 2\sqrt{y}</math>, <math>M_1(0,0)</math>, <math>M_2(-1,1)</math>.</p>
<b>1.2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной</b>	<p>1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка (доказательство Пикара).</p> <p>2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка (доказательство со ссылкой на принцип сжатых отображений).</p> <p>3. Принцип сжимающих отображений (доказательство).</p>	<p>1. Для какого значения <math>h</math> теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения <math>y' = xy + 0,5</math> в точке <math>y(0) = 0</math> гарантирует существование единственного решения (<math>a=b=0,5</math>)?</p> <p>2. По виду уравнения <math>y' = 2\sqrt{y}</math> определить кривые, подозрительные на особые решения и проверить будут ли они особыми.</p> <p>3. Проинтегрировать дифференциальное уравнение и выделить интегральные кривые, проходящие через заданные точки. Предварительно выяснить вопрос об их существовании и единственности. Сделать рисунок. <math>y' = 2\sqrt{y}</math>, <math>M_1(0,0)</math>, <math>M_2(-1,1)</math>.</p>
<b>1.3. Уравнения первого порядка.</b>	<p>1. Однородные ДУ-1 и приводящиеся к ним. Обобщенные однородные ДУ.</p> <p>2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Их свойства. Методы решения: Бернулли, метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному.</p> <p>3. Уравнения в полных дифференциалах. Теорема об условии Эйлера.</p> <p>4. Утверждение о наличии интегрирующего множителя у уравнений</p>	<p>1. Решить однородное уравнение <math>x(x+2y)dx + (x^2 - y^2)dy = 0</math>.</p> <p>2. Решить уравнение, приводящееся к однородному <math>(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0</math>.</p> <p>3. Решить обобщенное однородное уравнение <math>(y^4 - 3x^2)dy + xydx = 0</math>.</p> <p>4. Решить линейное уравнение <math>xy' - y = x^2 \cos x</math>;</p> <p>5. Решить уравнение Бернулли <math>y' - xy = -y^3 e^{-x^2}</math>,</p> <p>6. Решить уравнение в полных дифференциалах</p>

	<p>первого порядка.</p> <p>5. Утверждение о наличии бесконечного числа интегрирующих множителей у уравнений первого порядка.</p> <p>6. Утверждение о формуле, задающей всевозможные интегрирующие множители уравнения первого порядка.</p> <p>7. Способы поиска интегрирующего множителя, в случае если известно от какой функции он зависит.</p> <p>8. Интегрирующий множитель для линейного и однородного уравнений.</p> <p>9. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Неполные уравнения. Общий метод введения параметра.</p> <p>10. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши уравнения, неразрешенного относительно производной.</p> <p>11. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения уравнений, не разрешенных относительно производных. Дискриминантная кривая. Огибающая.</p>	<p><math>(x + y + 1)dx + (x - y^2 + 3)dy = 0</math>.</p> <p>7. Решить уравнение <math>(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0</math> методом интегрирующего множителя</p> <p>8. Решить уравнение <math>y' + 2xy = xe^{-x^2}</math>; методом интегрирующего множителя</p> <p>9. Решить уравнение <math>(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0</math> методом интегрирующего множителя</p> <p>10. Найти общее решение уравнения <math>8y'^3 = 27y</math> методом введения параметра.</p> <p>11. Найти общее решение уравнения <math>6yy'^2 = 2xy'^3 + 3x^4</math> методом введения параметра.</p> <p>12. Найти общее решение уравнения <math>y'^2 = 4y^3(1 - y)</math> методом введения параметра. Найти дискриминантную кривую. Выделить те ее ветви, которые являются особым решением. Сделать чертеж. Исключив из общего решения параметр, если это возможно, найти огибающую.</p>
--	---	--

**РАЗДЕЛ 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения высшего порядка. Системы дифференциальных уравнений**

<p><b>2.1. Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие интегрирование и понижение порядка.</b></p>	<p>1. Как решается уравнение вида <math>y^{(n)} = f(x)</math>?</p> <p>2. Сформулируйте и докажите лемму Коши о замене n-кратного интеграла на однократный.</p> <p>3. Как решается уравнение вида <math>F(y^{(n)}, x) = 0</math>?</p> <p>4. Как решается уравнение вида <math>F(y^{(n)}, y^{(n-1)}) = 0</math>?</p>	<p>1. Решить неполное уравнение высшего порядка <math>y'^3 + xy'' = 2y'</math></p> <p>2. Решить неполное уравнение высшего порядка <math>yy'' + y' = y'</math>.</p> <p>3. Решить уравнение <math>x^2yy'' = (y - xy')^2</math>, пользуясь его однородностью</p> <p>4. Решить уравнение <math>y'' = xy' + y + 1</math>, выделив точную производную.</p>
--	--	---

	<p>5. Как решается уравнение вида <math>F(y^{(n)}, y^{(n-2)}) = 0</math>?</p> <p>6. Как понизить порядок уравнения вида <math>F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0</math>?</p> <p>7. Как понизить порядок уравнения вида <math>F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0</math>?</p> <p>8. Как понизить порядок однородного уравнения вида <math>F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0</math>, где <math>F</math> однородная функция относительно аргументов <math>y, y', \dots, y^{(n)}</math>?</p> <p>9. Как понизить порядок однородного уравнения вида <math>F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0</math>, где <math>F</math> однородная функция относительно аргументов <math>x, y, dx, dy, d^2y, \dots, d^ny</math>?</p> <p>10. Какое уравнение <math>n</math>-го порядка называется обобщенным однородным? Какой подстановкой оно приводится к неполному уравнению?</p> <p>11. Какие уравнения называются уравнениями в точных производных и как понижается порядок таких уравнений?</p>	
<p><b>2.2. Линейные дифференциальные уравнения порядка <math>n</math>.</b></p>	<p>1. ЛОДУ – <math>n</math>. Свойства частных решений.</p> <p>2. Определитель Вронского, теорема о неравенстве нулю определителя Вронского линейно-независимой системы функций.</p> <p>3. Определитель Вронского, теорема о равенстве нулю определителя Вронского линейно-зависимой системы функций.</p> <p>4. Построение линейного</p>	<p>1. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами <math>y'' - 2y' + y = 0</math>.</p> <p>2. Решить методом вариации постоянных линейное неоднородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами <math>y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}</math>.</p> <p>3. Решить методом неопределенных коэффициентов линейное неоднородное уравнение</p>

	<p>однородного уравнения по фундаментальной системе решений. Формула Лиувилля-Остроградского.</p> <p>5. Понижение порядка линейных однородных уравнений порядка <math>n</math> по известным частным решениям.</p> <p>6. Характеристическое уравнение линейного однородного уравнения порядка <math>n</math>. Построение фундаментальной системы решений в случае простых и кратных действительных и комплексных корней характеристического уравнения.</p> <p>7. Теорема о тождественности линейных однородных уравнений порядка <math>n</math>, имеющих одну и ту же фундаментальную систему решений.</p> <p>8. Теорема о линейной зависимости <math>n+1</math> частных решений линейного однородного дифференциального уравнения порядка <math>n</math>.</p> <p>9. Теорема о существовании фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения порядка <math>n</math>.</p> <p>10. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения порядка <math>n</math>.</p> <p>11. ЛНДУ – <math>n</math>. Свойства частных решений.</p> <p>12. Метод вариации постоянных для ЛНДУ –<math>n</math>.</p> <p>13. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения порядка <math>n</math>.</p> <p>14. Понижение порядка</p>	<p>второго порядка с постоянными коэффициентами</p> $y'' - 2y' - 3y = -4e^x + 3$ <p>4. Решить уравнение Эйлера</p> $x^2 y'' + xy' + y = 2 \sin(\ln x)$
--	---	--



	<p>линейного неоднородного дифференциального уравнения порядка <math>n</math>.</p> <p>15. Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения ЛНДУ-<math>n</math>. с постоянными коэффициентами и правой частью в виде многочлена и <math>e^{ax}</math>.</p> <p>16. Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения ЛНДУ-<math>n</math>. с постоянными коэффициентами и правой частью в виде тригонометрических функций.</p> <p>17. Уравнения порядка <math>n</math>, с переменными коэффициентами, допускающие интегрирование. (Эйлера, Лагранжа).</p>	
<p><b>2.3. Системы дифференциальных уравнений</b></p>	<p>1. ДУ – <math>n</math>. Приведение к системе нормальных ДУ. Задача Коши для ДУ -<math>n</math>. и для системы. Геометрический и механический смысл задачи Коши.</p> <p>2. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача и теорема Коши. Приведение канонической системы к системе уравнений первого порядка.</p> <p>3. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Метод Эйлера для однородных систем линейных уравнений с постоянными</p>	<p>1. Решить систему <math>\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y, \\ \dot{y} = 2x - 2y. \end{cases}</math> методом Эйлера.</p> <p>2. Решить систему <math>\begin{cases} \dot{x} = y + 2e^t, \\ \dot{y} = x + t^2. \end{cases}</math> методом исключения.</p>

	коэффициентами. 4. Метод исключения.	
--	---	--

Составитель (и): Решетникова Е. В., зав. кафедрой математики, физики и  
математического моделирования

---

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*