Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35e9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ

Декан А.В. Фомина

« 09 » февраля 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.06.01 Дискретная математика

Код, название дисциплины

Направление подготовки

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Код, название направления

Направленность (профиль) подготовки

Автоматизированные системы обработки информации и управления

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2023

Новокузнецк 2023

Содержание

1 Цель дисциплины. 3

1.1 Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки .. 3

1.2. Место дисциплины 3

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий.
Формы промежуточной аттестации. 4

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 4

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося
в текущей и промежуточной аттестации. 5

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. 6

5.1 Учебная литература 6

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины. 7

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 8

6 Иные сведения и (или) материалы. 8

6.1. Темы письменных учебных работ 8

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации 9

1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП): ОПК-1.

1.1 Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Решает конкретные задачи из области своей профессиональной деятельности с использованием физических законов, высшей математики, теории вероятностей и математической статистики, дискретной математики, положений общетехнических дисциплин. ОПК-1.2. Выбирает и применяет математические методы, теоретические и экспериментальные методы физических исследований и методы моделирования, необходимые для решения поставленных задач. ОПК-1.3. Разрабатывает и преобразует математические модели явлений, процессов и систем с целью их эффективной программно-аппаратной реализации и применения в научных исследованиях, проектной деятельности, управлении технологическими, социальными системами.	Знать: – основные факты, концепции и принципы дискретной математики. Уметь: – грамотно пользоваться языком дискретной математики; – строго доказывать математические утверждения из области дискретной математики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; – решать конкретные задачи из области своей профессиональной деятельности с использованием дискретной математики – выбирает и применяет математические методы и методы моделирования, необходимые для решения поставленных задач. Владеть: – способностью разрабатывать и преобразовывать математические модели явлений, процессов и систем с целью их эффективной программно-аппаратной реализации и применения в научных исследованиях, проектной деятельности, управлении технологическими, социальными системами.

1.2. Место дисциплины

Дисциплина включена в модуль «Математические и общетехнические основы профессиональной деятельности» ОПОП ВО, обязательная часть. Дисциплина осваивается

на 1 курсе, в зимнюю сессию.

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины			180
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			
Аудиторная работа (всего):			10
в том числе:			
лекции			6
практические занятия, семинары			4
в интерактивной форме			
в электронной форме			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)			161
4 Промежуточная аттестация обучающегося – экзамен			9

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 35 - Учебно-тематический план заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
	1. Теория множеств	45	*1*	*2*	*42*	Индивидуальное задание №1
1	1.1 Подмножества. Операции над множествами. Мощность множеств.					Тест №1
2	1.2. Прямое произведение множеств. Соответствия. Свойства соответствий.					Тест №2
3	1.3. Функции. Соответствия и реляционные базы данных.					
	2. Математическая логика	*45*	*2*		*43*	Индивидуальное задание №2 Тест №3
4	2.1. Булевы функции. Представление в нормальных формах.					
5	2.2. Минимизация булевых функций.					
6	2.3. Полнота систем булевых					

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
	функций.					
7	2.4. Приложения булевых функций к теории релейно-контактных схем Приложения булевых функций к теории схем из функциональных элементов.					
	3. Математическая логика	*29*	*1*	*2*	*26*	Индивидуальное задание №3
8	3.1. Алгебра высказываний. Логические следствия.					Тест №4
9	3.2. Алгебра предикатов					
	4. Основы теории графов	*30*	*1*		*29*	Индивидуальное задание №4 Тест №5
10	4.1. Основные понятия теории графов. Операции с графами.					
11	4.2. Циклы. Планарность. Раскраска графа. Деревья. Остов графа. Связность.					
12	4.3. Алгоритмы решения задач на графах.					
	5. Основы теории алгоритмов	*22*	*1*		*21*	Контрольная работа
13	5.1. Машина Тьюринга. Нормальные алгоритмы Маркова.					
14	5.2. Примитивно-рекурсивные функции. Общая теория алгоритмов.					
	Промежуточная аттестация экзамен	9				9
	Всего:	**180**	**6**	**4**	**161**	**36**

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение	**60**	Лекционные занятия (конспект)	посещение лекционного занятия	6 – 12
		Индивидуальные задания (отчет о выполнении	**За одно индивидуальное задание** **3 баллов** (выполнено 51 - 65% заданий) **5 балла** (выполнено 66 - 85% заданий)	12 - 28

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
заданий)		индивидуального задания)	**7 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий)	
		Тесты (5 теста) Тест№1, Тест№3 Тест№2, Тест№4 Тест№5	**2 балла** (пороговое значение) **4 баллов** (максимальное значение)	13 - 20
Итого по текущей работе в семестре				31 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Теоретический вопрос 1	**4 балла** (пороговое значение) **9 баллов** (максимальное значение)	4 - 9
		Теоретический вопрос 2	**4 балла** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	4 - 10
		Решение задачи 1.	**4 балла** (пороговое значение) **7 баллов** (максимальное значение)	4 - 7
		Решение задачи 2.	**4 баллов** (пороговое значение) **7 баллов** (максимальное значение)	4 - 7
		Решение задачи 3	**4 балла** (пороговое значение) **7 баллов** (максимальное значение)	4 - 7
Итого по промежуточной аттестации в семестре (экзамену)				20 – 40 б.
Суммарная оценка по дисциплине в семестре : Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу выдается на установочной сессии.

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Судоплатов, С.В. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова – 4-е изд. - Электрон. текстовые дан. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. – 280 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=135675

2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера [Электронный ресурс] / О.П. Кузнецов - Электрон. текстовые дан. - 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург - Лань, 2009. – 400 с. Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/220/#1/

3. Дискретная математика [Электронный ресурс] : в 2 ч. : учебное пособие для студентов вузов. Ч. 1 / Е. В. Решетникова ; Кемеровский гос. ун-т, Новокузнецкий ин-т (фил.). - Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2018. - 160 с. - Библиогр.: с. 146-147. - Режим доступа: https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/7262/read.php.

Дополнительная учебная литература

1. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов [Электронный ресурс]: пер.с англ.: учебное пособие / Р.Хаггарти – изд 2-е, исправленное - Электрон. текстовые дан.

– Москва: Техносфера, 2012. – 400 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=89024

2. Редькин, Н.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник / Н.П. Редькин – Электрон. текстовые дан. - Москва: Физматлит, 2009. – 264 с. – Гриф «Рекомендовано» УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки 010100 «Математика», 010200 «Математика. Прикладная математика», 011000 «Механика. Прикладная математика». – Режим доступа: http://e.lanbook.com/view/book/2293/

3. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=75709

4. Куликов В.В. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебн. пособие / В.В. Куликов. - Электрон. текстовые дан. - Москва: РИОР, 2007. - 174 с.- Режим доступа: http://znanium.com/bookread.php?book=126799

5. Шевелев, Ю.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебн. пособие / Ю.П. Шевелев. - Электрон. текстовые дан. – Санкт-Петербург : «Лань», 2008. - 592 с.- Режим доступа: http://e.lanbook.com/view/book/437/

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Наименование помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом, в том числе помещения для самостоятельной работы	Перечень основного оборудования, учебно-наглядных пособий и используемого программного обеспечения	Адрес (местоположение) помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом
603 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа.	Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору, LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19

606 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации.	Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносные - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору, LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

1. Информационная система «Общероссийский математический портал», режим доступа : http://www.mathnet.ru/
2. Информационная система «Экспонента» - центр инженерных технологий и моделирования, режим доступа :http://www.exponenta.ru
3. База данных Science Direct (более 1500 журналов издательства Elsevier, среди них издания по математике и информатике), режим доступа :https://www.sciencedirect.com
4. Информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам» http://window.edu.ru/catalog/
5. Базы данных и аналитические публикации на портале «Университетская информационная система Россия», режим доступа: https://uisrussia.msu.ru/

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Темы письменных учебных работ

Таблица 8 - Темы письменных учебных работ

Раздел	Темы	Контрольные точки
Теория множеств	Множества и операции над множествами.	Тест №1
	Отношения. Свойства отношений. Функции	Тест №2
	Эквивалентные преобразования множеств. Операции над отношениями. Свойства отношений.	Индивидуальное задание №1
Математичес	Булевы функции	Тест №3

Раздел	Темы	Контрольные точки
кая логика	Нормальные формы представления булевых функций. Полнота систем булевых функций	Индивидуальное задание №2
Математическая логика	Высказывание. Логические операции над высказываниями.	Тест№1
	Логическое следование формул алгебры высказываний. Предикаты. Логические и кванторные операции над предикатами. Логическое следование формул логики предикатов.	Индивидуальное задание №1
Основы теории графов	Основные понятия и определения теории графов.	Тест №2
	Алгоритмы на графах	Индивидуальное задание №2
Основы теории алгоритмов	Машина Тьюринга. Нормальные алгоритмы Маркова. Примитивно-рекурсивные функции	Контрольная работа

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Раздел 1. Теория множеств

Тема 1.1 Подмножества. Операции над множествами. Мощность множеств.

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое множество? Кто является основателем теории множеств? Как обозначается принадлежность или не принадлежность некоторого объекта x множеству A?

2. Объясните особенности задания множеств различными способами: перечислением, характеристическим предикатом, порождающей процедурой.

3. Что такое мощность множества? Какие множества называются эквивалентными? Как обозначается эквивалентность множеств?

4. Какое множество называется пустым? Какое множество называется универсальным? Как обозначаются пустое и универсальное множества?

5. Какое множество называется подмножеством множества A? Какими свойствами обладает отношение включения множеств? В каком случае множества равны? В чем отличие между собственными и несобственными подмножествами множества A?

6. Какое множество называют булеаном множества A? Сформулируйте и докажите теорему о мощности булеана конечного множества.

7. Определите, какие операции и как можно производить над множествами. Как изображается результат этих операций на диаграммах Эйлера – Венна?

8. Запишите основные законы теории множеств (идемпотентность, коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность, поглощение, свойства пустого множества и универсума, инволютивность, законы де Моргана, свойства дополнения).

9. Докажите законы теории множеств методом взаимного включения.

10. Как составить характеристические предикаты множеств, получающихся в результате выполнения операций пересечения, объединения и дополнения, если известны характеристические предикаты исходных множеств?

11. Докажите законы теории множеств с помощью характеристических предикатов.

12. Докажите законы теории множеств на диаграммах Эйлера – Венна.

13. В каком случае говорят, что между множествами А и В установлено взаимно-однозначное соответствие?

14. Как установить равномощность бесконечных множеств?

15. Какие множества называются счетными?

16. Докажите теорему о несчетности множества всех действительных чисел отрезка $[0;1]$.

17. Какие множества называются континуальными?

18. Сформулируйте аксиому математической индукции.

Примерные практические задания

1. Даны множества $X=\{a,c\},\ Y=\{a,b,d\},\ Z=\{b,c\},\ U=\{a,b,c,d\}$. Найдите множество $(X\oplus Y)\bigcap\overline{Z}$

2. Постройте диаграмму Эйлера по формуле $(X\oplus Y)\bigcap\overline{Z}$

3. Докажите тождество тремя способами при помощи диаграмм Эйлера – Венна, методом характеристических предикатов и методом взаимного включения. *A, B, C* – произвольные множества $(A\bigcap B)\bigcup C=(A\bigcup C)\bigcap(B\bigcup C)$.

4. Максимально упростите выражения, пользуясь основными законами теории множеств $\left(\left(A\bigcup\left(\overline{D}\bigcap B\right)\right)\bigcap\left(\left(\overline{A}\bigcap\left(\overline{B}\bigcup D\right)\right)\bigcup C\right)\right)\bigcup\overline{C}\bigcup\left(A\bigcup\left(B\bigcap\overline{D}\right)\right)$

5. Докажите методом математической индукции:

$1\cdot 4+2\cdot 7+3\cdot 10+...+n(3n+1)=n(n+1)^2$.

Тема 1.2. Прямое произведение множеств. Соответствия. Свойства соответствий.

Примерные теоретические вопросы

1. Что является результатом прямого произведения двух множеств? Что является результатом возведения множества в натуральную степень?

2. Докажите теорему о мощности прямого произведения двух конечных множеств.

3. Что такое n-местное отношение? Какое отношение называется бинарным (соответствием)? Какое соответствие называется отношением на множестве?

4. В чем отличие области отправления и области прибытия соответствия от области определения и области значений соответствия?

5. Опишите способы задания соответствия (графический способ, диаграмма, матрица).

6. Какое отношение на множестве называется тождественным (отношением идентичности)? Определите пустое и универсальное соответствия.

7. Дайте определение операциям над соответствиями: дополнение соответствия, построение обратного соответствия, объединение, пересечение, композиция.

8. Как построить матрицы соответствий, получающихся в результате операций из предыдущего вопроса, используя матрицы исходных соответствий?

9. Что называют степенью отношения на множестве?

10. Что такое ограничение соответствия? Сужение соответствия?

11. Что называют сечением соответствия по элементу? Определите понятие «фактор-множество множества М по соответствию Р».

12. Что такое проекции соответствия? Установите связь понятия «проекции соответствия» с понятием «сечение соответствия по элементу».

13. Что называют проекцией n-местного отношения? Какие они бывают?

14. Что называется ядром соответствия?

15. В каком случае отношение на множестве называют рефлексивным, антирефлексивным, нерефлексивным? В чем отличие симметричных, антисимметричных и несимметричных отношений на множестве? Какие отношения на множестве называются транзитивными? В каком случае отношение на множестве называется полным?

16. Как можно использовать матрицы конечных отношений на множестве для проверки их свойств?

17. Какое отношение на множестве называется эквивалентностью? Что такое класс эквивалентности? Какими свойствами обладают классы эквивалентности? Сформулируйте и докажите те-орему об отношении эквивалентности.

18. Какое отношение на множестве называется порядком? В чем отличие строго и нестрого порядков? В чем отличие полного и частичного порядков? Как называют множества с заданным на них полным порядком? Как называют множества с заданным на них частичным порядком?

19. Какие элементы упорядоченного множества называются наибольший, наименьший? Какие элементы упорядоченного множества называются максимальными, минимальными? Какие объекты составляют верхнюю и нижнюю грани упорядоченного множества? Как называют наибольшую нижнюю и наименьшую верхнюю грани?

20. Как построить диаграмму Хассэ частично упорядоченного множества?

Примерные практические задания

1. Дано $A=\{a,b,c\}$, $B=\{1,2,3,4\}$, $P_1 \subseteq A\times B$, $P_2 \subseteq B^2$, $P_1=\{(a,1),(a,2),(b,3),(c,2),(c,3),(c,4)\}$, $P_2=\{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,4)\}$. Изобразите P_1, P_2 графически. Найдите матрицу $(P_1\circ P_2)^{-1}$. Проверьте с помощью матрицы, является ли отношение P_2 рефлексивным, симметричны, антисимметричным, транзитивным?

2. Найдите область определения, область значений отношения $P\subseteq R^2,\ (x,y)\in P \Leftrightarrow x^2+y^2=1$. Является ли отношение P рефлексивным, антирефлексивным, симметричным, антисимметричным, не симметричным, транзитивным? Обоснуйте ответ.

Тема 1.3. Функции. Соответствия и реляционные базы данных.

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое функция? Что является аргументом и значением функции? Что такое местность функции? Какая функция называется операцией?

2. Чем отличаются область определения и область значения функции от ее множества определения и множества значений? Какая функция называется тотальной? Какая функция называется частичной?

3. Какой элемент называют образом элемента a? Какой элемент называют прообразом элемента b? Что называют образом множества? Что называют прообразом множества? Что такое образ функции? Что такое прообраз функции?

4. Какие функции называют инъективными? Какие функции называются сюръективными? Что такое биекция?

5. Какова особенность обозначения композиции функций? Как называют композицию функций?

6. Реляционные базы данных в первой нормальной форме и отношения. Атрибут. Запись.

7. Операции над базами данных.

Примерные практические задания

1. Определите образ и прообраз функции $f: R \to R$ $f(x) = \sin x$. Укажите, является ли соответствие f^{-1} функцией.

2. Определите образ подмножества $C \subset R$ – $f(C)$ и прообраз подмножества $D \subset R$ – $f^{-1}(D)$ для функции $f: R \to R$, $f(x) = x^2$, $C = [-3, 2]$, $D = [4, 9]$, $D = [-6, -4]$, $D = [-3, 4]$.

3. Для функций $R \to R$ $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = \dfrac{1}{x^2 + 2}$, найдите суперпозицию $(f \circ g)(x)$.

Раздел 2. Математическая логика

Тема 2.1. Булевы функции. Представление в нормальных формах.

Примерные теоретические вопросы

1. Какая функция называется булевой? Сколько всего имеет значений n-местная булева функция? Что такое таблица истинности булевой функции? Как устанавливается лексикографический порядок?

2. Запишите таблицы истинности основных булевых функций: отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквивалентности, суммы по модулю 2, штриха Шеффера, стрелки Пирса.

3. В каком порядке выполняются логические операции, если иное не установлено скобками?

4. Докажите все основные законы булевой алгебры, построением таблиц истинности.

5. В каком случае переменная булевой функции называется существенной?

6. Как построить двойственную функцию по формуле? Как построить двойственную функцию по таблице истинности? Какая функция называется самодвойственной?

7. Какими свойствами обладает двойственность?

8. Докажите принцип двойственности.

9. Что такое конъюнкт, дизъюнкт?

10. Какая формула называется дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ)? Какая формула называется конъюнктивной нормальной формой (КНФ)?

11. Докажите теорему о представлении любой булевой функции в ДНФ (КНФ).

12. Докажите первую и вторую теоремы Шеннона о разложении булевой функции по переменным.

13. Что такое конституента единицы, конституента нуля?

14. Какая формула называется совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ)? Какая формула называется совершенной конъюнктивной нормальной формой (СКНФ)?

15. Какие преобразования необходимо сделать, чтобы формулу привести в СДНФ (СКНФ)?

16. Как построить СДНФ (СКНФ), если функция задана таблицей истинности (следствие 2 теорем Шеннона)?

Примерные практические задания

1. Построив таблицы истинности соответствующих функций, выясните, эквивалентны ли формулы υ и σ $\upsilon = (x \to y) \oplus ((y \to \overline{z}) \to x \cdot y)$, $\sigma = \overline{y \cdot z \to x}$.

2. Укажите все фиктивные переменные функции $f(x, y, z) = (10101010)$.

3. Постройте двойственную функции $f = (x \vee y \vee z) \cdot t \vee x \cdot y \cdot z$, используя принцип двойственности

4. Постройте двойственную функции $f = (1000001110001100)$, используя определение.

5. С помощью эквивалентных преобразований постройте ДНФ функции $f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_1 \cdot x_2 \vee x_3)$.

6. Представьте в СДНФ и в СКНФ функцию, пользуясь следствием 2 теорем Шеннона $f(x_1, x_2, x_3) = (01010001)$.

7. С помощью аналитических преобразований представьте функцию $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \to x_3$ в СДНФ и в СКНФ

Тема 2.2 Минимизация булевых функций.

Примерные теоретические вопросы

1. Как определяется сложность ДНФ? Какую ДНФ называют минимальной?

2. Что такое импликанта формулы φ? В каком случае импликанта формулы φ называется простой?

3. Какая ДНФ называется сокращенной? Как построить сокращенную ДНФ методом Квайна?

4. Какая ДНФ называется тупиковой? Как получить тупиковые ДНФ по матрице Квайна?

5. Как строится карта Карно для 3-местных и 4-местных функций? По какому правилу выделяются прямоугольники Карно? Как составить простую импликанту по прямоугольнику Карно? Как применяется карта Карно для минимизации частичной булевой функции?

6. Как с помощью Блейка – Порецкого получить сокращенную ДНФ из произвольной ДНФ?

7. Переформулируйте все известные вам алгоритмы минимизации ДНФ для минимизации КНФ.

Примерные практические задания

1. Найдите минимальную ДНФ с помощью метода Квайна и карт Карно для функции *f* = (01010111).

2. С помощью карт Карно постройте МДНФ для частично определенной функции *f*= (01--01-1) (прочерки соответствуют неопределенным значениям)

Тема 2.3. Полнота систем булевых функций.

Примерные теоретические вопросы

1. Как сравниваются наборы аргументов булевой функции? Какая булева функция называется монотонной?

2. Сформулируйте пункты алгоритма для построения полинома Жегалкина из теоремы Жегалкина. В каком случае полином Жегалкина является линейным?

3. Как построить полином Жегалкина методом неопределенных коэффициентов? Как построить полином Жегалкина, используя треугольник Паскаля?

4. Какая булева функция называется линейной? Как проверить линейность функции методом неопределенных коэффициентов, не строя полином Жегалкина?

5. Что называется замыканием некоторого множества булевых функций? Какое множество булевых функций называется замкнутым?

6. Докажите замкнутость множества булевых функций, сохраняющих нуль. Докажите замкнутость множества булевых функций, сохраняющих единицу. Докажите

замкнутость множества монотонных булевых функций. Докажите замкнутость множества самодвойственных булевых функций. Докажите замкнутость множества линейных булевых функций.

7. Докажите теорему о свойствах классов Поста.

8. Какая система булевых функций называется полной? Какая полная система булевых функций называется базисом?

9. Сформулируйте теорему Поста о полноте системы булевых функций.

10. Докажите теорему о том, что каждый функционально-полный базис содержит не более четырех булевых функций.

Примерные практические задания

11. Проверьте, является ли функция $f(x_1, x_2) = (x_1 \oplus x_2) \& (x_1 \sim x_2)$ монотонной

12. С помощью метода неопределенных коэффициентов выясните, является ли линейной функция $f(x_1, x_2) = (1001)$

13. С помощью эквивалентных преобразований постройте полином Жегалкина и выясните, является ли функция $f(x, y) = \overline{x \to y} \oplus \overline{x} \cdot y$ линейной.

14. Выясните, полна ли система функций $\{x \cdot y,\ x \vee y,\ x \oplus y,\ x \cdot y \oplus y \cdot z \oplus z \cdot x\}$.

15. Проверьте, является ли система функций базисом $\{x \oplus y \oplus z,\ x \cdot y \oplus z \cdot x \oplus z \cdot y,\ 0,\ 1\}$.

Тема 2.4. Приложения булевых функций к теории релейно-контактных схем Приложения булевых функций к теории схем из функциональных элементов.

Примерные теоретические вопросы

1. Что называется переключательной (релейно-контактной) схемой (РКС)?

2. Какие два вида контактов различают в РКС? Какие булевы функции соответствуют этим контактам?

3. В каком случае булева функция называется функцией проводимости РКС?

4. Каким РКС соответствуют конъюнкция и дизъюнкция?

5. Какие РКС называются равносильными? Как вычисляется сложность РКС? Обоснуйте эквивалентность множеств всех булевых функций P_2 и всех РКС.

6. Опишите основные задачи теории РКС и алгоритмы их решения.

7. Что называют функциональным элементом? Как определяется схема из функциональных элементов (СФЭ)?

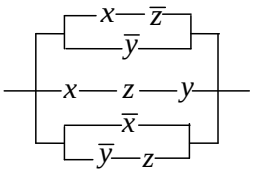
8. В каком случае булева функция называется функцией проводимости СФЭ? Как вычисляется сложность СФЭ?

9. Обоснуйте эквивалентность множеств всех булевых функций P_2 и всех СФЭ.

10. Опишите основные задачи теории СФЭ и алгоритмы их решения.

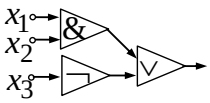
Примерные практические задания

1. Найдите функцию проводимости релейно-контактных схемы. Упростите схему:



2. Постройте релейно-контактную схему по данной функции проводимости $(x \cdot y \vee \overline{z} \vee \overline{x}) \cdot (x \vee y)$.

3. Постройте функции проводимости для схемы



4. Постройте схему из функциональных элементов по данной функции проводимости $(x \cdot y \vee \overline{z} \vee \overline{x}) \cdot (x \vee y)$.

Семестр 3

Раздел 1. Математическая логика

Тема 1.1. Алгебра высказываний. Логические следствия.

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое высказывание?

2. Как составить отрицание данного высказывания?

3. Как составить высказывание, являющееся дизъюнкцией двух данных высказываний? В каком случае дизъюнкция двух данных высказываний является истинным высказыванием?

4. Как составить высказывание, являющееся конъюнкцией двух данных высказываний? В каком случае конъюнкция двух данных высказываний является истинным высказыванием?

5. Как составить высказывание, являющееся импликацией двух данных высказываний? В каком случае импликация двух данных высказываний является истинным высказыванием?

6. Как составить высказывание, являющееся эквивалентностью двух данных высказываний? В каком случае эквивалентность двух данных высказываний является истинным высказыванием?

7. Что такое формализация высказывания?

8. Дайте индуктивное определение формулы алгебры высказываний. Что называют интерпретацией формулы?

9. Какие формулы называются совместимыми по истинности? Какие формулы называются совместимыми по ложности?

10. В каком случае формула $C(X_1,X_2,...,X_m)$ называется логическим следствием формул $P_1(X_1,X_2,...,X_m)$, $P_2(X_1,X_2,...,X_m)$,..., $P_n(X_1,X_2,...,X_m)$? Как записать логическое следствие формул в виде клаузы?

11. Каков алгоритм метода редукции для проверки формул на логическое следствие?

12. Как с помощью метода Квайна можно ускорить обход семантического дерева при проверке формул на логическое следствие?

13. Сформулируйте алгоритм нахождения всевозможных следствий по заданным посылкам.

14. Сформулируйте алгоритм нахождения посылок для данного заключения.

15. Какое высказывание математической теоремы $X \to Y$ называется достаточным, какое необходимым?

16. Как для теоремы $X \to Y$ построить обратное, противоположное и обратное противоположному высказывания? Какие из них верны, если верна прямая теорема? Какие из них могут оказаться неверными даже в случае верности прямой теоремы?

17. Чем отличаются дедуктивные доказательства от индуктивных?

18. Как строится дедуктивное доказательство утверждений вида $X \to Y$? Как строится дедуктивное доказательство утверждений вида $X \leftrightarrow Y$?

19. Как происходит доказательство методом контрапозиции? Как происходит доказательство методом от противного? Как происходит доказательство методом приведения к абсурду? Для чего при доказательстве можно использовать контрпримеры?

20. В каком случае для доказательства применяется метод математической индукции? В каком случае для доказательства применяется метод структурной индукции?

21. Докажите теорему дедукции в алгебре высказываний.

22. В чем состоит принцип резолюций? Как составить резольвенту двух дизъюнктов?

23. Опишите алгоритм метода резолюций. Почему метод резолюций в общем случае является полуэффективным?

24. Как составляются резольвенты при использовании метода насыщения уровней? В чем состоит стратегия вычеркивания?

25. В чем особенность метода лок-резолюций?

26. Какой дизъюнкт называется хорновским? Какой хорновский дизъюнкт называется унитарным позитивным, унитарным негативным, точным?

27. Как эффективно использовать метод резолюций для хорновских дизъюнктов?

Примерные практические задания

1. Пользуясь таблицами истинности, выясните, справедливо ли логическое следствие $(A \& B) \to C, A \to B \Rightarrow A \to C$.

2. Методом Квайна выясните, справедливо ли логическое следствие $(A \vee C) \to B, C \to (A \vee B), (B \& C) \to \left(A \vee \overline{B}\right) \Rightarrow B \to C$.

3. Методом от противного выясните справедливо ли логическое следствие

$(A \vee C) \to B, C \to (A \vee B), (B \& C) \to \left(A \vee \overline{B}\right) \Rightarrow B \to C$

4. Найдите все следствия из данных посылок и выразите их в содержательной форме: «Если целое число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10», «Целое число делится на 2 и не делится на 5».

5. Методом резолюций докажите $\overline{P} \vee \overline{Q} \vee R, P \vee R, Q \vee R \Rightarrow R$.

6. Проверьте справедливость следующего рассуждения «Я пойду в кино на новую кинокомедию или на занятия по математической логике. Если я пойду в кино на новую кинокомедию, то я от всей души посмеюсь. Если я пойду на занятия по математической логике, то испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений. Следовательно, или я от всей души посмеюсь, или испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений».

Тема 1.2. Алгебра предикатов

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое предикат?

2. Что называют множеством истинности предиката?

3. Какие логические операции определены для предикатов?

4.Какие предикаты получаются в результате выполнения логических операций над предикатами?

5. Что получается в результате выполнения операции связывания переменной квантором общности

6. Что получается в результате выполнения операции связывания переменной квантором существования?

7. В каком случае формула называется замкнутой? Открытой?

8. Как происходит интерпретация формул логики предикатов?

9. Какие предикаты называются тождественно-истинными? Тождественно ложными? Выполнимыми? Опровержимыми?

10. Перечислите типовые конструкции, использующиеся при формализации.

11. В чем заключается метод конкретизации для доказательства тавтологий алгебры предикатов?

12. На какие логические операции заменяются квантор общности и квантор существования при использовании конкретизации для доказательства тавтологий алгебры предикатов?

13. Запишите основные тавтологии алгебры предикатов: перенос кванторов через конъюнкцию, дизъюнкцию, отрицание.

14. Какая формула называется приведенной формой? Как привести предикатную формулу в приведенную форму?

15. Какая формула называется предваренной нормальной формой? Как привести предикатную формулу в предваренную нормальную форму?

16. Какая формула называется сколемовской стандартной формой? Каковы правила исключения кванторов для получения сколемовской стандартной формы?

17. Что такое унификация?

18. Что называется бинарной резольвентой двух дизъюнктов?

19. Каков алгоритм метода резолюций для предикатных формул?

Примерные практические задания

1. Пусть P(x)= «x – простое число», E(x)= «x – четное число», D(x,y)= «y делится на x». Интерпретируйте формулу $\forall x(E(x) \wedge \forall y(D(x,y) \to E(y)))$

2. Определите тождественно-истинна, тождественно-ложна или выполнима (опровержима) формула $\forall x A(f_1(x,y), f_2(f_1(x,y)))$ в интерпретации $M = (-\infty, \infty)$, $A(x,y) = "x = y"$, $f_2(z) = "z^2"$, $f_1(x,y) = "x + y"$

3. Доказать тавтологию двумя способами методом конкретизации (заменив кванторы на логические операции) и по определению кванторов и логических операций $\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$

4. Методом резолюций выяснить будет ли данная формула логическим следствием $\forall x\big(P(x) \to (Q(x) \wedge R(x))\big), \exists x\big(P(x) \wedge S(x)\big) \Rightarrow \exists x\big(S(x) \wedge R(x)\big)$,

5. Показать с помощью метода резолюций справедливость следующих суждений «Некоторые руководители с уважением относятся ко всем программистам. Ни один руководитель не уважает бездельников. Следовательно, ни один программист не является бездельником».

Раздел 2. Основы теории графов

Тема 2.1. Основные понятия теории графов. Операции с графами.

Примерные теоретические вопросы

1. Какой математический объект называется графом? Что такое вершина графа, ребро графа? Как определить порядок графа?

2. Какие вершины графа называются смежными? Какие ребра графа называются смежными? В каком случае говорят, что пара вершин коинцидентна некоторому ребру? Какие ребра называются инцидентными данной вершине?

3. Что такое путь (маршрут) в графе? Как рассчитать его длину? Какой путь называется цепью, простой цепью? Какой путь называется циклическим, циклом, простым циклом? Что такое петля?

4. Какой граф называется мультиграфом? Какой граф называется псевдографом?

5. Какой граф называется полным? Как принято обозначать полные графы? Какой граф называется двудольным? Как обозначаются полные двудольные графы?

6. В каком случае пара графов называется изоморфными друг другу?

7. Как построить матрицу смежности графа, матрицу инцидентности, структуру смежности? Как задать граф списком ребер?

8. Что такое ориентированные графы (орграфы)? Как определяются путь и полупуть в орграфе? Что такое контур орграфа?

9. Какие особенности возникают при построении матриц смежности и инцидентности для орграфов?

10. Как вычислить степень вершины графа? Как построить вектор степеней графа? Какой граф называется регулярным?

11. Сформулируйте и докажите лемму о рукопожатиях.

12. Как вычислить полустепень захода для вершины орграфа? Полустепень исхода?

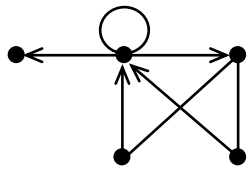
13. Какой граф называется частью графа G? В каком случае часть графа называют подграфом?

14. В каком случае граф называется связным? Что такое компонента связности графа? Что такое клика в графе? В каком случае клика называется максимальной?

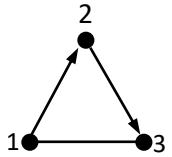
15. Перечислите операции, которые можно выполнять над графами. Дайте их определение

Примерные практические задания

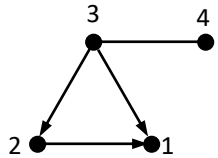
1. Задать каждый граф разными способами: аналитически, матрицей смежности, структурой смежности, списком дуг (ребер), матрицей инцидентности



2. Представьте в геометрической и матричной формах графы $G = G_1 \cup G_2$, $G = G_1 \cap G_2$, $G = G_1 \oplus G_2$, $G = G_1 + G_2$, $G = G_1 \times G_2$, $G = G_1[G_2]$, $G = G_2[G_1]$



G_1



G_2

Тема 2.2. Циклы. Планарность. Раскраска графа. Деревья. Остов графа. Связность.

Примерные теоретические вопросы

1. Что называют расстоянием между вершинами графа? Как построить матрицу расстояний графа?

2. Что такое эксцентриситет вершины графа? Как вычислить радиус и диаметр графа? Что такое центр графа?

3. Какой граф называют деревом? Как изображается дерево при плоской укладке? Что такое лес?

4. Какую часть графа называют его остовом? Как вычислить цикломатическое число графа? Каков смысл этой величины?

5. Сформулируйте алгоритм обхода вершин графа поиском в глубину.

6. Сформулируйте алгоритм обхода вершин графа поиском в ширину.

7. Какой граф называется реберно-взвешенным? Как построить матрицу весов реберно-взвешенного графа? Как вычислить вес маршрута в реберно-взвешенном графе?

8. Сформулируйте алгоритм Краскала поиска остова наименьшего веса в реберно-взвешенном графе.

9. Сформулируйте алгоритм Прима поиска остова наименьшего веса в реберно-взвешенном графе.

10. Какое изображение графа называется геометрической реализацией?

11. Докажите теорему о реализации любого графа в трехмерном евклидовом пространстве.

12. Какие графы называются планарными? Что называется гранью планарного графа? Какие грани называются внутренними, какая внешней? Как вычислить эйлерово число планарного графа?

13. Докажите теорему об эйлеровой характеристике планарного графа.

14. Докажите непланарность графов K_5, $K_{3,3}$.

15. Сформулируйте критерий плоской реализуемости графа.

16. Как вычислить число планарности графа? Толщину графа?

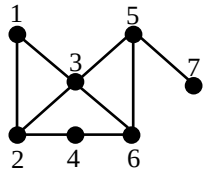
17. Что такое вершинная k-раскраска графа? Какая раскраска называется правильной? Какой граф называется k-раскрашиваемым? В чем смысл гипотезы о четырех красках? В чем состоит алгоритм последовательного раскрашивания.

18. Что такое хроматическое число графа. Докажите неравенство $\chi(G) \le 1 + \Delta(G)$.

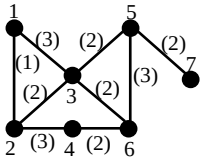
19. Как построить реберный граф данного графа?

Примерные практические задания

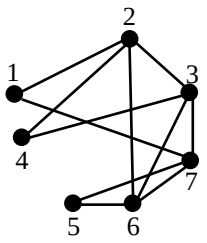
1. Найти матрицу расстояний, диаметр, радиус, центральные и периферийные вершины графа



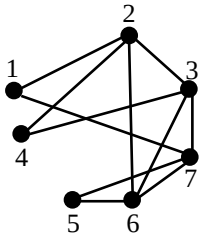
2. Построить остовы наименьшего веса, пользуясь алгоритмами Краскала и Прима.



3. Являются ли данные графы планарными? Определите толщину и число планарности графов. Для планарных графов постройте плоскую геометрическую реализацию, определите число граней.



4. Применив алгоритм последовательного раскрашивания, построить раскраску вершин для графа



5. Найти хроматическое число.

Тема 2.3. Алгоритмы решения задач на графах.

Примерные теоретические вопросы

1. В каком случае граф называется эйлеровым? Какой граф называется полуэйлеровым?

2. Докажите критерий эйлеровости графа. Каков критерий полуэйлеровости графа?

3. Сформулируйте алгоритм построения эйлерова цикла в графе.

4. В каком случае орграф называется эйлеровым? Сформулируйте критерий эйлеровости для орграфа.

5. Какой граф называется гамильтоновым, полугамильтоновым? Какие достаточные условия существования гамильтоновых циклов в графе Вам известны?

6. В чем состоит задача коммивояжера. Сформулируйте алгоритм для ее решения. Как поведет себя этот алгоритм если решение отсутствует? Как преобразовать этот алгоритм для нахождения гамильтонова цикла наибольшего веса?

7. Сформулируйте теорему о k-ой степени матрицы смежности графа.

8. Как построить матрицу итераций и матрицу связности графа? Как строится матрица достижимости орграфа?

9. Какие типы связности выделяют для орграфов? В чем их отличие?

10. Что такое база орграфа? Что называют сильно связной компонентой орграфа? Как построить матрицу сильных компонент?

11. Сформулируйте шаги алгоритма Форда-Беллмана нахождения кратчайших маршрутов в графе. Как поведет себя этот алгоритм в орграфе, содержащем контур?

12. Какой граф называют сетью? Что такое источник и сток сети?

13. Сформулируйте шаги алгоритма определения уровней вершин сети. Для чего проводится топологическая сортировка вершин графа?

14. Какая сеть называется транспортной? Что такое разрез транспортной сети?

15. Что такое поток в транспортной сети?

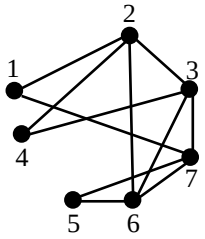
16. В каком случае дуга транспортной сети называется насыщенной? Какой маршрут в транспортной сети называется насыщенным?

17. Какой поток в транспортной сети называется полным? Сформулируйте лемму и теорему Форда-Фалкерсона о потоке в сети.

18. Укажите шаги алгоритма Форда-Фалкерсона построения максимального потока в сети.

Примерные практические задания

1. Проверить является ли граф

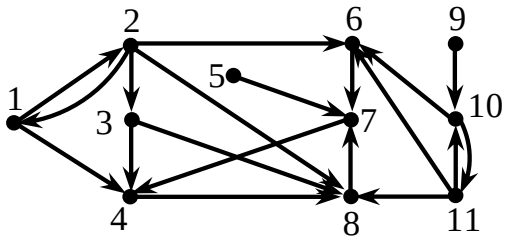


эйлеровыми, полуэйлеровыми, гамильтоновыми, полугамильтоновыми.

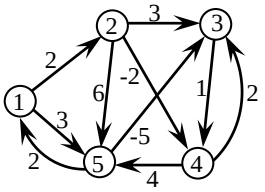
2. Методом ветвей и границ решить задачу коммивояжера для графа, заданного матрицей весов. Вычислить гамильтоновы циклы минимального и максимального весов.

$$W = \begin{pmatrix} \infty & 13 & 7 & 5 & 2 & 9 \\ 8 & \infty & 4 & 7 & 5 & \infty \\ 8 & 4 & \infty & 3 & 6 & 2 \\ 5 & 8 & 1 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & 6 & 1 & 4 & \infty & 9 \\ 10 & 0 & 8 & 3 & 7 & \infty \end{pmatrix}$$

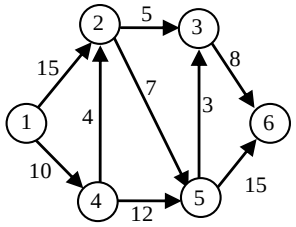
3. Построить матрицу достижимости и матрицу сильных компонент. Определить базу графа



4. Используя алгоритм Форда-Беллмана, найдите все кратчайшие маршруты из вершины 1 до каждой из остальных вершин.



5. Используя алгоритм Форда-Фалкерсона найти максимальный поток в сети



Раздел 3. Основы теории алгоритмов

Тема 3.1. Машина Тьюринга. Нормальные алгоритмы Маркова.

Примерные теоретические вопросы

1. Сформулируйте основные требования к алгоритмам.

2. Перечислите составляющие машины Тьюринга.

3. Что является данными машины Тьюринга? Где хранятся данные?

4. Как выглядит конфигурация машины Тьюринга? Какая стандартная начальная конфигурация? Стандартная заключительная?

5. Каковы элементарные шаги машины Тьюринга?

6. Как выглядит команда машины Тьюринга?

7. Как можно задавать систему команд (программу) машины Тьюринга?

8. Дайте определение функции, правильно-вычислимой по Тьюрингу.

9. Сформулируйте тезис Тьюринга.

10. Что называют универсальной машиной Тьюринга? Какие проблемы необходимо решить при ее построении и методы их решения.

11. В чем заключается проблема остановки машины Тьюринга? Докажите теорему о ее неразрешимости.

12. Как записывается и выполняется марковская подстановка?

13. Запишите общий вид схемы нормального алгоритма.

14. Как оформляется заключительная подстановка? Что обозначает ее выполнение?

15. Как применяются подстановки при работе нормального алгоритма?

16. В каком случае нормальный алгоритм не применим к слову?

17. Сформулируйте гипотезу А.А. Маркова.

Примерные практические задания

1. Построить машину Тьюринга, выполняющую сложение двух натуральных чисел a и b, записанных на ленте, с помощью a и b единиц соответственно.

2. Построить машину Тьюринга, выполняющую копирование слова.

3. Построить машину Тьюринга, выполняющую умножение двух натуральных чисел a и b, записанных на ленте, с помощью a и b единиц соответственно.

3.2. Примитивно-рекурсивные функции. Общая теория алгоритмов.

Примерные теоретические вопросы

1. Какая функция называется эффективно вычислимой?

2. Какие функции относятся к простейшим вычислимым функциям?

3. Запишите оператор суперпозиции

4. Запишите оператор примитивной рекурсии

5. Какая функция называется примитивно-рекурсивной?

6. Запишите оператор минимизации

7. Какая функция называется частично-рекурсивной?

8. Сформулируйте тезис Чёрча.

9. Докажите теорему о вычислимости по Тьюрингу любой частично-рекурсивной функции.

10 Докажите теорему о том, что любая вычислимая по Тьюрингу функция частично-рекурсивна.

11. Понятие сложности алгоритма. Сложность описания. Сложность исходных данных.

12. Временная сложность алгоритма. Временная сложность задачи. Полиномиальные алгоритмы и задачи.

13. Класс NP алгоритмов и задач. NP-полные и NP-трудные задачи. Класс E-задач.

14. Ёмкостная сложность алгоритма. Теорема об оценке ёмкостной сложности алгоритма.

Примерные практические задания

1. Доказать примитивную рекурсивность функций

$f_1(x,y) = x + y$, $f_2(x,y) = x \cdot y$, $f_3(x,y) = x^y$

2. Доказать примитивную рекурсивность функций

$b_1(x,y) = \overline{x}$, $b_2(x,y) = x \vee y$, $b_3(x,y) = x \wedge y$

3. Доказать примитивную рекурсивность функций

$P(x) =$ {x делится на n}, $P(x) =$ {x делится на m и n}, $P(x_1, x_2) = \{ x_1 > x_2 \}$

Составитель: Е.В. Решетникова, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики, физики и математического моделирования