

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35e9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
Факультет информатики, математики и экономики

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина / _____
«10» февраля 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.01.13 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Информатика и Системы искусственного интеллекта»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2023

Новокузнецк 2023

Оглавление

| | |
|--|----|
| 1. Цель дисциплины | 3 |
| 1.1 Формируемые компетенции | 3 |
| 1.2 Индикаторы достижения компетенций | 3 |
| 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине | 3 |
| 2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. | 4 |
| 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины | 5 |
| 3.1 Учебно-тематический план | 5 |
| 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы | 6 |
| 4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации..... | 10 |
| 5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины..... | 11 |
| 5.1 Учебная литература..... | 11 |
| 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины..... | 12 |
| 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы..... | 12 |
| 6. Иные сведения и (или) материалы..... | 12 |
| 6.1. Примерные темы письменных учебных работ | 12 |
| 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации | 16 |

1. Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является формирование математической компетентности, основанной на осознании значимости вероятностных, статистических моделей и методов в подготовке будущего учителя и в будущей профессиональной деятельности.

В ходе изучения дисциплины будут сформированы компетенции:

ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

| Наименование вида компетенции | Наименование категории (группы) компетенций | Код и название компетенции |
|-------------------------------|---|---|
| Общепрофессиональная | Научные основы педагогической деятельности | ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний. |

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|---|---|--|
| ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний. | ОПК-8.1 Применяет специальные научные знания, в том числе в предметной области, методы научно-педагогического исследования, методы анализа педагогической ситуации, профессиональную рефлексию в разработке ООП, ДОП, рабочих программ учебных предметов и курсов внеурочной деятельности. ОПК-8.2 Применяет специальные научные знания, в т.ч. в предметной области, в разработке и реализации программ, корректирующих личностные, метапредметные и предметные достижения обучающихся, в том числе с особыми образовательными возможностями и потребностями, в ходе освоения ООП, ДОП, учебных предметов и курсов внеурочной деятельности. | К.М.03.01 Возрастная анатомия и физиология К.М.04.01 Педагогика К.М.04.02 Психология К.М.04.05(П) Психолого-педагогическая практика К.М.07.01 Предметная подготовка по профилю "Информатика" К.М.07.01.12 Математическая логика К.М.07.01.13 Теория вероятностей и математическая статистика К.М.09.01(У) Ознакомительная практика К.М.09.02(П) Педагогическая практика. Основная школа К.М.09.03(П) Педагогическая практика. Старшая школа К.М.10.03(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы |

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|---|--|--|
| ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний. | ОПК-8.1 Применяет специальные научные знания, в том числе в предметной области, методы научно-педагогического исследования, методы анализа педагогической ситуации, профессиональную рефлексию | Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области "Теория вероятностей и математическая статистика", лежащее в основе преподаваемого учебного предмета "Математика" - методы проведения научного исследования |

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|----------------------------|---|--|
| | <p>сию в разработке ООП, ДОП, рабочих программ учебных предметов и курсов внеурочной деятельности.</p> <p>ОПК-8.2 Применяет специальные научные знания, в т.ч. в предметной области, в разработке и реализации программ, корректирующих личностные, метапредметные и предметные достижения обучающихся, в том числе с особыми образовательными возможностями и потребностями, в ходе освоения ООП, ДОП, учебных предметов и курсов внеурочной деятельности.</p> | <p>ния в предметной области “Теория вероятностей и математическая статистика”;</p> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать научные знания предметной области “Теория вероятностей и математическая статистика” в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области “Теория вероятностей и математическая статистика” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами научного исследования в области теории вероятностей и математической статистики; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Теория вероятностей и математическая статистика” |

2. Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах | Объем часов по формам обучения | | |
|--|--------------------------------|------|-----|
| | ОФО | ОЗФО | ЗФО |
| 1 Общая трудоемкость дисциплины | 144 | | |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 34 | | |
| Аудиторная работа (всего): | 34 | | |
| в том числе: | | | |
| лекции | 14 | | |
| практические занятия, семинары | 20 | | |
| практикумы | | | |
| лабораторные работы | | | |
| в интерактивной форме | | | |
| в электронной форме | | | |
| Внеаудиторная работа (всего): | | | |
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем | | | |
| подготовка курсовой работы /контактная работа | | | |
| групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем) | 36 | | |
| творческая работа (эссе) | | | |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 74 | | |

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоёмкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|--------|-----|-------------------|--------|---------------------------------|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| | | | лекц. | практ. | | лекц. | практ. | | |
| Семестр 9 | | | | | | | | | |
| | 1. Случайные события | | | | | | | | |
| 1 | 1.1 Основные понятия теории вероятностей. Определения вероятности. | 5 | 1 | | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 1 | |
| 2 | 1.2 Теоремы сложения и умножения вероятностей. | 5 | 1 | | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 1 | |
| 3 | 1.3 Следствия теорем сложения и умножения вероятностей. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 1 | |
| 4 | 1.4 Повторение испытаний. | 5 | | 1 | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 1 | |
| | 2. Случайные величины | | | | | | | | |
| 5 | 2.1 Случайные величины. Задание дискретной случайной величины. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 2 | |
| 6 | 2.2 Числовые характеристики дискретной случайной величины. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 2 | |
| 7 | 2.3 Закон больших чисел. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 2 | |
| 8 | 2.2. Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 2 | |
| 9 | 2.3 Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 2 | |
| 10 | 2.4 Система двух случайных величин. Условные законы распределения. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | Домашняя контрольная работа № 2 | |

| № недели п/п | Разделы и темы дисциплины по занятиям | Общая трудоёмкость (всего час.) | Трудоёмкость занятий (час.) | | | | | | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|--------------|---|---------------------------------|-----------------------------|--------|-----|-------------------|--------|-----|---|
| | | | ОФО | | | ЗФО | | | |
| | | | Аудиторн. занятия | | СРС | Аудиторн. занятия | | СРС | |
| | | | лекц. | практ. | | лекц. | практ. | | |
| 11 | 2.5 Числовые характеристики системы двух случайных величин. | 5 | | 1 | 4 | | | | Домашняя контрольная работа № 2 |
| | 3. Математическая статистика. Выборочный метод | | | | | | | | |
| 12 | 3.1 Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | | Домашняя контрольная работа № 3 |
| 13 | 3.2 Выборочные показатели. | 5 | | 1 | 4 | | | | Домашняя контрольная работа № 3 |
| 14 | 3.3 Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки. | 6 | 1 | 1 | 4 | | | | Домашняя контрольная работа № 3 |
| | 4. Статистические гипотезы и критерии их проверки | | | | | | | | |
| 15 | 4.1 Проверка статистических гипотез. Параметрические и непараметрические критерии. | 7 | 1 | 2 | 4 | | | | Домашняя контрольная работа № 3 |
| 16 | 4.2 Сравнение дисперсий. Сравнение средних. Проверка гипотезы о нормальном распределении. | 8 | | 2 | 6 | | | | Домашняя контрольная работа № 3 |
| | 5. Анализ и построение зависимостей | | | | | | | | |
| 17 | 5.1 Корреляционно-регрессионный анализ. | 7 | 1 | 2 | 4 | | | | Устный опрос |
| 18 | 5.2 Однофакторный дисперсионный анализ | 7 | 1 | 2 | 4 | | | | Устный опрос |
| | Промежуточная аттестация | 36 | | | | | | | экзамен |
| | ВСЕГО | 144 | 14 | 20 | 74 | | | | |

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|----------|---|---|
| | Семестр 6 | |
| | <i>Содержание лекционного курса</i> | |
| 1 | Случайные события | |
| 1.1 | Основные понятия теории вероятностей. Опре- | Основные понятия теории вероятностей: испытание и событие. Виды случайных событий. Классическое опреде- |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|----------|---|--|
| | деления вероятности. | ления вероятности. Относительная частота. Статистическое определение вероятности. Геометрические вероятности. |
| 1.2 | Теоремы сложения и умножения вероятностей. | Сумма событий. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Полная группа событий. Противоположные события. Произведение событий. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. |
| 1.3 | Следствия теорем сложения и умножения вероятностей. | Следствия теорем сложения и умножения вероятностей: теорема сложения вероятностей совместных событий; формула полной вероятности; формулы Байеса. |
| 1.4 | Повторение испытаний. | Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. |
| 2 | <i>Случайные величины</i> | |
| 2.1 | Случайные величины. Задание дискретной случайной величины. | Виды случайных величин. Дискретная случайная величина (ДСВ). Закон распределения вероятностей ДСВ. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. |
| 2.2 | Числовые характеристики дискретной случайной величины. | Числовые характеристики ДСВ: математическое ожидание; дисперсия; среднее квадратическое отклонение. Свойства числовых характеристик. Вероятностный смысл математического ожидания. |
| 2.3 | Закон больших чисел. | Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы Чебышева. Теорема Бернулли. |
| 2.4 | Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. | Непрерывная случайная величина (НСВ). Функция распределения вероятностей случайной величины. График функции распределения. Плотность распределения вероятностей НСВ. Вероятность попадания НСВ в заданный интервал. Свойства плотности распределения. Закон равномерного распределения вероятностей. |
| 2.5 | Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины. | Числовые характеристики НСВ: мода, медиана, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Показательное распределение. Нормальное распределение. |
| 2.6 | Система двух случайных величин. Условные законы распределения. | Система двух случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины, её свойства. Двумерная плотность вероятности. Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин и системы непрерывных случайных величин. |
| 2.7 | Числовые характеристики системы двух случайных величин. | Числовые характеристики систем двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Линейная корреляция. |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|--|---|--|
| 3 | <i>Математическая статистика. Выборочный метод</i> | |
| 3.1 | Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод. | Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. |
| 3.2 | Выборочные показатели. | Выборочные показатели: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение. |
| 3.3 | Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки. | Статистические оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Точечные и интервальные оценки. |
| 4 | <i>Статистические гипотезы и критерии их проверки</i> | |
| 4.1 | Проверка статистических гипотез. Параметрические и непараметрические критерии. | Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Общая задача проверки гипотезы. Критическая область. Параметрические и непараметрические критерии. |
| 4.2 | Сравнение дисперсий. Сравнение средних. Проверка гипотезы о нормальном распределении. | Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних генеральных совокупностей. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности (критерий Пирсона). |
| 5 | <i>Анализ и построение зависимостей</i> | |
| 5.1 | Корреляционно-регрессионный анализ. | Корреляционно-регрессионный анализ. Условные средние. Выборочное уравнение регрессии. Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции. Выборочное корреляционное отношение. |
| 5.2 | Однофакторный дисперсионный анализ | Однофакторный дисперсионный анализ. Факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних. |
| <i>Содержание практических занятий</i> | | |
| 1 | <i>Случайные события</i> | |
| 1.1 | Определения вероятности. | Классическое и статистическое определения вероятности. Геометрические вероятности. Решение равноуровневых задач. |
| 1.2 | Основные теоремы теории вероятностей | Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Решение равноуровневых задач. |
| 1.3 | Следствия теорем сложения и умножения вероятностей. | Сложение вероятностей совместных событий; формула полной вероятности; формулы Байеса. Решение равноуровневых задач. |
| 1.4 | Повторение испытаний. | Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Решение равноуровневых задач. |
| 2 | <i>Случайные величины</i> | |
| 2.1 | Случайные величины. | Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|----------|--|--|
| | Законы распределения дискретной случайной величины. | Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. Решение разноуровневых задач. |
| 2.2 | Числовые характеристики дискретной случайной величины. | Нахождение математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения. Свойства числовых характеристик. Решение разноуровневых задач. |
| 2.3 | Закон больших чисел. | Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы Чебышева. Теорема Бернулли. Решение разноуровневых задач. |
| 2.4 | Непрерывная случайная величина. Задание непрерывной случайной величины. | Функция распределения вероятностей случайной величины. График функции распределения. Плотность распределения вероятностей НСВ. Вероятность попадания НСВ в заданный интервал. Закон равномерного распределения вероятностей. Решение разноуровневых задач. |
| 2.5 | Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины. | Числовые характеристики НСВ: мода, медиана, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Показательное распределение. Нормальное распределение. Решение разноуровневых задач. |
| 2.6 | Система двух случайных величин. Условные законы распределения. | Система двух случайных величин. Условные законы распределения составляющих системы дискретных величин и системы непрерывных случайных величин. Решение разноуровневых задач. |
| 2.7 | Числовые характеристики системы двух случайных величин. | Числовые характеристики систем двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Линейная корреляция. Решение разноуровневых задач. |
| 3 | <i>Математическая статистика. Выборочный метод</i> | |
| 3.1 | Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод. | Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Решение практических задач. |
| 3.2 | Выборочные показатели. | Нахождение выборочных показателей: выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднего квадратического отклонения. |
| 3.3 | Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки. | Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки. Доверительный интервал для оценки математического ожидания. Доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения. |
| 4 | <i>Статистические гипотезы и критерии их проверки</i> | |
| 4.1 | Проверка статистических гипотез. Параметрические и непараметрические критерии. | Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Общая задача проверки гипотезы. Критическая область. Параметрические и непараметрические критерии. |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|------------------------------------|---|---|
| 4.2 | Сравнение дисперсий. Сравнение средних. Проверка гипотезы о нормальном распределении. | Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних генеральных совокупностей. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности (критерий Пирсона). |
| 5 | <i>Анализ и построение зависимостей</i> | |
| 5.1 | Корреляционно-регрессионный анализ. | Корреляционно-регрессионный анализ. Условные средние. Выборочное уравнение регрессии. Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции. Выборочное корреляционное отношение. Решение практических заданий. |
| 5.2 | Однофакторный дисперсионный анализ | Однофакторный дисперсионный анализ. Факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних. Решение практических заданий. |
| Промежуточная аттестация - экзамен | | |

4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| Учебная работа (виды) | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы | Оценка в аттестации | Баллы |
|--|--------------|---|---|----------------|
| 6 семестр | | | | |
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | 60 | Лекционные занятия (конспект) (7 занятий) | 1 балл - посещение 1 лекционного занятия | 4 – 7 |
| | | Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (10 занятий). | 1 балла - посещение 1 практического занятия 1,5 балл – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы | 10 - 15 |
| | | Контрольные работы (домашние) (3 работы) | За одну КР: от 0 до 5 баллов (выполнено менее 51% заданий) от 5 до 7 баллов (выполнено 51-67% заданий) от 7 до 9 баллов (выполнено 68 - 84% заданий) от 9 до 11 баллов (выполнено 85 - 100% заданий) | 15 - 33 |
| Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение) | | | | 31 – 60 |
| Промежуточная аттестация (экзамен) | 40 | Устный опрос | 20 баллов (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение) | 20-40 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) | | | | 20 – 40 |

5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика. Математические модели [Электронный ресурс] : учебник для академического бакалавриата / В. Д. Мятлев, Л. А. Панченко, Г. Ю. Ризниченко, А. Т. Терехин. — 2-е изд., испр. и доп. — Электронные текстовые данные. - Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 321 с. — (Университеты России). — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/3BE3DA5E-63AD-4D81-ABC6-8B5C7744D7B3>
2. Кательников, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. В. Кательников, Ю. В. Шапарь ; науч. ред. И. А. Шестакова ; Министерство образования и науки РФ, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - 2-е изд., перераб. - Электронные текстовые данные. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276210>

Дополнительная учебная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. С. Мхитарян [и др.] ; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - Электронные текстовые данные. — Москва : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=451329>
2. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. А. Гулай [и др.]. - 2-е изд., доп. – Эл. текстовые данные. - Ставрополь : АГРУС, 2013. - 260 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=514780>
3. Долматова, Т. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие для бакалавров / Т. А. Долматова ; Минобрнауки России, ФГБОУ ВПО "Кузбасская государственная педагогическая академия". - Новокузнецк : [РИО КузГПА], 2014. - 102 с.
4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие . - 12-е издание, переработанное. - М. : Высшее образование [и др.], 2009. - 479 с. - (Основы наук). - Гриф МО "Рекомендовано". - ISBN 978-5-9692-0391-4

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

| | |
|---|---|
| 614 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MSWindows (Microsoft-ImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС. | 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19 |
|---|---|

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6. Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Домашняя контрольная работа № 1

Случайные события

Вариант (образец)

1. Из 20 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 17. Найти вероятность того, что студент ответит правильно на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов.

2. В урне имеется 5 черных и 7 красных шаров. Последовательно (без возвращения) извлекается три шара. Найти вероятность того, что: а) все три шара будут красными; б) три шара будут красными или черными.

3. Мышь может выбрать наугад один из 5 лабиринтов. Известно, что вероятности её выхода из различных лабиринтов за три минуты равны: 0,5; 0,6; 0,2; 0,1; 0,1. Пусть оказалось, что мышь вырвалась из лабиринта через три минуты. Какова вероятность того, что она выбрала: а) первый лабиринт; б) второй лабиринт?

4. На каждой из 5 одинаковых карточек написана одна из следующих букв: А, Е, Н, С, Т. Карточки перемешиваются. Определить вероятность того, что из вынутых и положенных в ряд карточек а) можно составить слово «СТЕНА», б) из трех карточек можно составить слово «НЕТ».

5 Для поражения цели достаточно попадания хотя бы одного снаряда. Произведено два залпа из двух орудий. Найти вероятность поражения цели, если вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,46, из второго – 0,6.

6 На отдельных карточках написаны цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все карточки перемешиваются, после чего наугад берут 5 карточек и раскладывают их в ряд. Определить вероятность того, что будет получено число 12035.

7. Три экономиста предложили одновременно три экономические теории, которые считаются равновероятными. После наблюдения над состоянием экономики оказалось, что вероятность того развития, которое она получила на самом деле, в соответствии с первой теорией была равна 0,5; со второй – 0,7; с третьей – 0,4. Каким образом это изменяет вероятности правильности трех теорий?

8. В магазине имеется в продаже 20 пар обуви, из которых 7 пар 42-го размера. Найти вероятность того, что из 8 покупателей 3 выберут обувь 42-го размера.

9. В первом ящике из 6 шаров 4 красных и 2 черных, во втором – из 7 шаров 2 красных и 5 черных. Из первого ящика во второй переложили один шар, затем из второго в первый переложили один шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный после этого из первого ящика, - черный.

10. Программа экзамена состоит из 30 вопросов. Из 20 студентов группы 8 человек выучили все вопросы, 6 человек – по 25 вопросов, 5 человек – по 20 вопросов, а один человек – 10 вопросов. Определить вероятность того, что случайно вызванный студент ответит на два вопроса билета.

Домашняя контрольная работа № 2

Случайные величины

Вариант (образец)

1. Дана интегральная функция распределения: $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$, $M(X)$, $\sigma(X)$, $D(X)$.

2. НСВ X задана функцией распределения $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ (1/\pi)(x - 0,5 \sin 2x) & \text{при } 0 < x \leq \pi, \\ 1 & \text{при } x > \pi. \end{cases}$$

1) Найти плотность вероятности.

2) Построить графики $f(x)$, $F(x)$. 3) Найти вероятность попадания СВ X в интервал $(0; \pi/2)$.

3. НСВ X имеет плотность вероятности $f(x) = C/(1+x^2)$. Найти:

а) постоянную C ; б) функцию распределения $F(x)$; в) вероятность попадания в интервал $-1 < X < 1$; г) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

4. Найти $M(X)$ и $\sigma(X)$ НСВ, имеющей плотность вероятности $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{18}}$. Указать интервал, симметричный относительно $M(X)$, в который попадает СВ X с вероятностью $p = 0,9973$.

5. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка при одном выстреле 0,5, для второго – 0,4. ДСВ X – число попаданий в мишень. Найти закон распределения X ; построить многоугольник распределения; найти вероятность $X \geq 1$.

6. НСВ X распределена нормально с математическим ожиданием $a = 10$. Вероятность попадания СВ X в интервал $(10; 20)$ равна 0,3. Чему равна вероятность попадания НСВ X в интервал $(0; 10)$?

7. Производятся 20 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,2. Найти дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях.

8. ДСВ X – число мальчиков в семьях с пятью детьми. Предполагают равновероятное рождение мальчика и девочки. Найти закон распределения СВ X . Построить многоугольник распределения.

9. Случайные величины X и Y заданы законами распределений. Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ X и Y . Составить законы распределения случайных величин $Z = X + Y$; $V = XY$. Построить многоугольник распределения вероятностей СВ Z . Найти математическое ожидание и дисперсию СВ $W = 2X - 4Y$.

| | | | |
|-------|-----|-------|-----|
| x_i | -1 | 3 | 4 |
| p_i | 0,2 | p_2 | 0,6 |

| | | |
|-------|-----|-----|
| y_i | 2 | 5 |
| q_i | 0,4 | 0,6 |

10. НСВ задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания СВ X в интервал $(a; b)$; б) дифференциальную функцию (плотность вероятности) $f(x)$; в) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ X ; г) построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{\pi^2}, & 0 < x \leq \pi, \quad a = 1, b = 2. \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

Контрольная работа № 3 Элементы математической статистики Вариант (образец)

Задание 1. В задачах 1 – 20 по данным таблицы составить интервальный статистический ряд по одному признаку. Определить выборочные характеристики: моду, медиану, среднее значение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Определить точность и достоверность найденных показателей. Сделать выводы по результатам расчетов.

1. Площадь сельскохозяйственных угодий на условный эталонный трактор, в га.
2. Валовая продукция на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
3. Валовая продукция на среднегодового работника, в тыс. руб.
4. Валовая продукция на 100 руб. основных фондов, в руб.
5. Валовая продукция на 100 руб. производственных затрат, в руб.
6. Реализованная продукция на 100 руб. основных производственных фондов, в руб.
7. Реализованная продукция на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
8. Реализованная продукция на среднегодового работника, в тыс. руб.
9. Реализованная продукция на 100 руб. затрат, в руб.
10. Производственные затраты на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
11. Производственные затраты на среднегодового работника, в тыс. руб.
12. Затраты на реализованную продукцию на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
13. Основные производственные фонды на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
14. Основные производственные фонды на среднегодового работника, в тыс. руб.
15. Энергетические мощности на 100 га сельскохозяйственных угодий, в л.с.
16. Энергетические мощности на среднегодового работника, в л.с.
17. Площадь сельскохозяйственных угодий на среднегодового работника, в га.
18. Численность тракторов на одно хозяйство, в шт.
19. Среднегодовая численность работников на одно хозяйство (число чел.)

20. Площадь сельскохозяйственных угодий на одно хозяйство, в га.

Основные показатели производства

| № п/п | Средне-годовая численность работников, чел. | Численность тракторов, эт.ед. | Площадь с/х угодий, га | Энергетические мощности, л.с. | Основные фонды с/х назначения, тыс.руб. | Затраты на производство валовой продукции, тыс.руб. | Затраты на производство реализованной продукции, тыс.руб. | Валовая продукция, тыс. руб. | Реализованная продукция, тыс. руб. |
|-------|---|-------------------------------|------------------------|-------------------------------|---|---|---|------------------------------|------------------------------------|
| 1 | 591 | 102 | 12139 | 34503 | 74171 | 111276 | 80946 | 120456 | 90126 |
| 2 | 334 | 54 | 6773 | 14698 | 64382 | 30960 | 25670 | 31362 | 26072 |
| 3 | 335 | 45 | 8698 | 15506 | 69721 | 38056 | 29209 | 50375 | 41528 |
| 4 | 657 | 102 | 12926 | 32885 | 52744 | 63272 | 38176 | 78800 | 53704 |
| 5 | 541 | 75 | 11135 | 32901 | 93277 | 82953 | 68145 | 98897 | 84089 |
| 6 | 864 | 113 | 12135 | 36032 | 174537 | 83600 | 54719 | 92718 | 63837 |
| 7 | 370 | 68 | 7105 | 27849 | 62482 | 62289 | 56879 | 83151 | 77741 |
| 8 | 437 | 54 | 6530 | 22851 | 116405 | 46774 | 36995 | 45309 | 35530 |
| 9 | 410 | 76 | 7154 | 24693 | 79399 | 55942 | 49226 | 63354 | 56638 |
| 10 | 552 | 68 | 9083 | 24027 | 94116 | 61685 | 60013 | 88644 | 86972 |
| 11 | 246 | 48 | 4474 | 10782 | 74385 | 34126 | 29769 | 41407 | 37050 |
| 12 | 492 | 104 | 13735 | 28253 | 103326 | 75099 | 54292 | 67383 | 46576 |
| 13 | 217 | 53 | 4501 | 13596 | 77558 | 26284 | 19065 | 26981 | 19762 |
| 14 | 603 | 98 | 7465 | 25200 | 99567 | 74367 | 70913 | 99974 | 96520 |
| 15 | 400 | 58 | 6270 | 19798 | 64488 | 47618 | 25379 | 59183 | 29744 |
| 16 | 602 | 121 | 10550 | 33420 | 88935 | 83584 | 60564 | 104487 | 81467 |
| 17 | 389 | 89 | 8753 | 26936 | 117937 | 79097 | 54599 | 111868 | 87370 |
| 18 | 435 | 45 | 10830 | 20598 | 97580 | 57820 | 47952 | 70245 | 60377 |
| 19 | 422 | 82 | 9646 | 24645 | 44073 | 51076 | 41828 | 61868 | 52620 |
| 20 | 100 | 17 | 4034 | 6485 | 13777 | 14988 | 12304 | 19681 | 16997 |
| 21 | 234 | 52 | 4680 | 18271 | 26591 | 16755 | 14897 | 20923 | 19065 |
| 22 | 395 | 79 | 9074 | 17540 | 58851 | 45593 | 36571 | 58057 | 49035 |
| 23 | 618 | 124 | 12730 | 39763 | 106264 | 70006 | 63853 | 90189 | 84036 |
| 24 | 308 | 77 | 8059 | 25510 | 75552 | 31741 | 26238 | 38159 | 32656 |
| 25 | 421 | 51 | 9912 | 18970 | 120849 | 66304 | 49863 | 80708 | 64267 |
| 26 | 615 | 75 | 10131 | 24848 | 108571 | 81290 | 55057 | 86152 | 59919 |
| 27 | 590 | 101 | 11576 | 24604 | 202088 | 90212 | 56178 | 81232 | 47198 |
| 28 | 230 | 43 | 6425 | 10061 | 50281 | 43276 | 36242 | 46181 | 39147 |
| 29 | 961 | 100 | 10533 | 41544 | 181137 | 128388 | 94954 | 129971 | 96537 |
| 30 | 414 | 42 | 6990 | 20498 | 61996 | 38719 | 26757 | 43039 | 31077 |
| 31 | 247 | 52 | 8160 | 15656 | 78086 | 55440 | 41135 | 61574 | 47269 |
| 32 | 605 | 100 | 11345 | 28422 | 137723 | 84156 | 67322 | 84577 | 67743 |
| 33 | 434 | 68 | 7671 | 26512 | 85796 | 63608 | 53064 | 77256 | 66712 |
| 34 | 741 | 82 | 10154 | 18016 | 103640 | 86587 | 61015 | 95941 | 70369 |
| 35 | 319 | 82 | 7740 | 26535 | 77899 | 54788 | 39825 | 58821 | 43858 |
| 36 | 441 | 58 | 5566 | 21576 | 103400 | 51722 | 42155 | 51716 | 42149 |
| 37 | 855 | 129 | 10276 | 43163 | 191108 | 114683 | 117335 | 171615 | 174267 |
| 38 | 1385 | 246 | 16816 | 72473 | 336464 | 227368 | 158245 | 285753 | 216630 |
| 39 | 320 | 78 | 7203 | 25810 | 87836 | 59059 | 33775 | 62608 | 37324 |
| 40 | 654 | 156 | 13313 | 56635 | 277550 | 146888 | 126933 | 175841 | 155886 |
| 41 | 1137 | 179 | 14800 | 67952 | 365315 | 192684 | 146848 | 243738 | 197902 |
| 42 | 650 | 102 | 11175 | 34110 | 159956 | 70307 | 57192 | 73950 | 60835 |
| 43 | 354 | 55 | 5931 | 22306 | 130280 | 74955 | 47242 | 78175 | 50462 |
| 44 | 649 | 113 | 11093 | 45756 | 207540 | 110701 | 90913 | 145212 | 125424 |
| 45 | 358 | 68 | 4968 | 10470 | 90959 | 57390 | 34531 | 59258 | 36399 |
| 46 | 922 | 108 | 15294 | 22725 | 144854 | 82418 | 55884 | 98967 | 72433 |
| 47 | 433 | 59 | 5761 | 22647 | 76179 | 73604 | 58443 | 78686 | 63525 |
| 48 | 486 | 48 | 4767 | 13138 | 55665 | 68175 | 58911 | 76802 | 67538 |
| 49 | 218 | 52 | 4789 | 15454 | 78164 | 33864 | 31961 | 41700 | 39797 |
| 50 | 189 | 22 | 4776 | 12747 | 40077 | 26161 | 16736 | 25950 | 16525 |
| 51 | 911 | 126 | 13325 | 45990 | 317847 | 103085 | 78571 | 110162 | 85648 |
| 52 | 513 | 83 | 9132 | 25214 | 40053 | 44710 | 37169 | 47502 | 39961 |
| 53 | 312 | 57 | 5217 | 12896 | 68042 | 28615 | 21611 | 25202 | 18198 |

| | | | | | | | | | |
|----|-----|----|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| 54 | 117 | 22 | 2788 | 10238 | 26645 | 14237 | 11837 | 17034 | 14634 |
| 55 | 284 | 43 | 6638 | 15757 | 31237 | 43087 | 41277 | 44903 | 43093 |
| 56 | 304 | 32 | 5133 | 12985 | 22407 | 35222 | 23856 | 39517 | 28151 |
| 57 | 377 | 70 | 6084 | 20010 | 81056 | 39135 | 28504 | 41985 | 31354 |
| 58 | 341 | 67 | 7213 | 19137 | 73079 | 39635 | 29687 | 56662 | 46714 |
| 59 | 155 | 28 | 3678 | 9832 | 41464 | 19184 | 14300 | 17382 | 12498 |
| 60 | 525 | 74 | 12211 | 24850 | 62348 | 100930 | 5859 | 84462 | 42128 |

Задание 2. Общее описание задания.

Каждый вариант задания может выполняться группой из четырех человек для того, чтобы можно было провести анализ результатов расчетов разными способами. По данным таблиц наблюдений для каждого ряда распределения необходимо: 1) вычислить основные выборочные показатели; 2) провести проверку статистических гипотез для всех выборочных показателей; 3) провести сравнение результатов расчетов; 4) ответить на практические вопросы задания (сделать выводы).

Варианты 1, 2, 3, 4. Анализ продуктов питания

Лаборатория проводит анализ продуктов питания с целью определения наличия в них вредных веществ. С определенным видом продуктов работают два лаборанта, результаты анализов сравниваются. Продукты поступают из двух пунктов. Лаборатория должна дать заключение, где производятся наиболее «чистые» продукты. Кроме того, руководителя лаборатории интересует вопрос: отличаются ли по точности результаты экспериментов у первого и второго лаборанта? Им было предложено независимо проанализировать одни и те же образцы. Для этих образцов необходимо было определить содержание вредного вещества X . В единице объема продукта количество X не должно превышать 0,015. Данные измерения представлены таблицами 1 – 4.

Таблица 1 - Лаборант 1, пункт 1, $N_1 = 120$

| | | | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x_i | 0,0110 | 0,0120 | 0,0127 | 0,0130 | 0,0138 | 0,0014 | 0,0150 | 0,0156 | 0,0170 | 0,0180 |
| n_i | 2 | 2 | 7 | 16 | 30 | 35 | 20 | 5 | 2 | 1 |

Таблица 2 - Лаборант 1, пункт 2, $N_2 = 25$

| | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x_i | 0,0120 | 0,0128 | 0,0135 | 0,0140 | 0,0147 | 0,0156 | 0,0160 |
| n_i | 1 | 2 | 5 | 10 | 4 | 2 | 1 |

Таблица 3 - Лаборант 2, пункт 1, $N_3 = 110$

| | | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x_i | 0,0100 | 0,0120 | 0,0135 | 0,0142 | 0,0149 | 0,0152 | 0,0160 | 0,0175 | 0,0190 |
| n_i | 2 | 10 | 17 | 30 | 25 | 17 | 5 | 3 | 1 |

Таблица 4 - Лаборант 2, пункт 2, $N_4 = 20$

| | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x_i | 0,0115 | 0,0127 | 0,0136 | 0,0142 | 0,0150 | 0,0152 | 0,0165 |
| n_i | 1 | 1 | 3 | 10 | 3 | 1 | 1 |

Сформулируйте и проверьте статистические гипотезы, на основании которых можно выяснить:

- можно или нет двум пунктам поставки продуктов предъявить сертификат качества?
- одинакова ли квалификации обоих лаборантов (то есть отличаются ли у них значимо результаты анализов)?
- сколько образцов достаточно брать для испытаний на первом и втором пунктах?

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

| Разделы и темы | Примерные теоретические вопросы | Примерные практические задачи |
|---|--|---|
| 6 семестр | | |
| 1. Случайные события | | |
| 1.1 Основные понятия теории вероятностей. Опреде- | 1. Основные понятия теории вероятностей: испытание и событие. Виды случайных собы- | 1. В коробке шесть одинаковых пронумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все шесть кубиков. Найти вероятность того, что кубики появятся в возрастающем порядке. 2. Набирая номер телефона, абонент забыл послед- |

| | | |
|--|--|---|
| ления вероятности. | тий. 2. Классическое определение вероятности. 3. Относительная частота. Статистическое определение вероятности. 4. Геометрические вероятности. | ние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры. 3. Для определения всхожести пшеницы посеяли две серии по 200 зерен. Получено соответственно 189 и 193 всхода. Какова относительная частота всхожести в каждой серии? Чему равна процентная всхожесть пшеницы? 4. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. |
| 1.2 Теоремы сложения и умножения вероятностей. | 5. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Противоположные события. 6. Произведение событий. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. 7. Вероятность появления хотя бы одного события. | 1. Круговая мишень состоит из трех зон. Вероятность попадания в первую зону при одном выстреле 0,15, во вторую – 0,23, в третью – 0,17. Найти вероятность промаха. 2. Игральная кость брошена четыре раза. Найти вероятность того, что каждый раз выпадала цифра 1. 3. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трех выстрелах равна 0,875. Найти вероятность попадания при одном выстреле. |
| 1.3 Следствия теорем сложения и умножения вероятностей. | 8. Следствия теорем сложения и умножения вероятностей: теорема сложения вероятностей совместных событий; формула полной вероятности. 9. Формулы Байеса. | 1. В вычислительной лаборатории имеются 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя. 2. В некотором коллективе среди мужчин курящих 30%, среди женщин курящих 10%. Наугад выбранное лицо курит. По данной информации найти процентное соотношение мужчин и женщин в этом коллективе. |
| 1.4 Повторение испытаний. | 10. Повторение испытаний. Формула Бернулли. 11. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. | 1. У шести животных имеется заболевание, причем вероятность выздоровления равна 0,98. Какова вероятность того, что: а) выздоровят все шестеро животных; б) не выздоровит ни одного; в) выздоровят только пятеро? 2. Найти приближенно вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2. |
| 2. Случайные величины | | |
| 2.1 Случайные величины. Задание дискретной случайной величины. | 12. Виды случайных величин. Дискретная случайная величина (ДСВ). Закон распределения вероятностей ДСВ. 13. Биномиальное распределение. Распреде- | 1. Стрелок производит три выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,4. За каждое попадание стрелку засчитывается 5 очков. Построить ряд распределения числа выбитых очков. 2. Среди семян ржи имеется 0,4% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 5000 семян обнаружить 5 семян сорняков? |

| | | | | | | | | | | |
|---|--|--|-----|---|---|----|-----|-----|-----|-----|
| | ние Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. | | | | | | | | | |
| 2.2 Числовые характеристики дискретной случайной величины. | 14. Числовые характеристики ДСВ: математическое ожидание; дисперсия; среднее квадратическое отклонение. 15. Свойства числовых характеристик. Вероятностный смысл математического ожидания. | 1. ДСВ X принимает три возможных значения: $x_1=4$ с вероятностью $p_1=0,5$; $x_2=6$ с вероятностью $p_2=0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти значения x_3 и p_3 , зная, что $M(X)=8$. 2. Найти математическое ожидание СВ $Z=X+2Y$, если известны математические ожидания СВ X и Y : $M(X)=5$, $M(Y)=3$. | | | | | | | | |
| 2.3 Закон больших чисел. | 16. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы Чебышева. 17. Теорема Бернулли. | 1. Вероятность появления события A в каждом испытании равна $\frac{1}{2}$. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что число X появлений события A заключено в пределах от 40 до 60, если будет произведено 100 независимых испытаний. 2. Дано: $P(X - M(X) < \varepsilon) \geq 0,9$ и $D(X) = 0,009$. Используя неравенство Чебышева, оценить ε снизу. | | | | | | | | |
| 2.4 Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. | 18. Непрерывная случайная величина (НСВ). Функция распределения вероятностей случайной величины. График функции распределения. 19. Плотность распределения вероятностей НСВ. Вероятность попадания НСВ в заданный интервал. Свойства плотности распределения. 20. Закон равномерного распределения вероятностей. | 1. СВ задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$ Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу $(0,25, 0,75)$. 2. ДСВ X задана законом распределения <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>p</td> <td>0,5</td> <td>0,4</td> <td>0,1</td> </tr> </table> Построить график функции распределения этой величины. 3. Производится один опыт, в котором может появиться или не появиться событие A . Вероятность события A равна 0,3. СВ X – число появлений события A в опыте. Найти её функцию распределения. | X | 2 | 6 | 10 | p | 0,5 | 0,4 | 0,1 |
| X | 2 | 6 | 10 | | | | | | | |
| p | 0,5 | 0,4 | 0,1 | | | | | | | |
| 2.5 Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины. | 21. Числовые характеристики НСВ: мода, медиана, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. 22. Показательное распределение. Нормальное распределение. | 1. СВ X задана плотностью распределения $f(x)=2x$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $f(x)=0$. Найти математическое ожидание. 2. СВ X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение X соответственно равны 20 и 10. Найти вероятность того, что отклонение по абсолютной величине будет меньше трех. | | | | | | | | |
| 2.6 Система двух случайных величин. Условные законы распре- | 23. Система двух случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной вели- | 1. Задана функция распределения двумерной СВ: $F(x, y) = \begin{cases} \sin x \cdot \sin y & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } y < 0 \end{cases}$ Найти вероятность попадания случайной точки $(X,$ | | | | | | | | |

| деления. | <p>чины.</p> <p>24. Функция распределения двумерной случайной величины, её свойства. Двумерная плотность вероятности.</p> <p>25. Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин и системы непрерывных случайных величин.</p> | <p>Y) в прямоугольник, ограниченный прямыми $x = 0, x = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{6}, y = \frac{\pi}{3}$.</p> <p>2. Задана функция распределения двумерной СВ:</p> $F(x, y) = \begin{cases} 1 - 3^{-x} - 3^{-y} + 3^{-x-y} & \text{при } x \geq 0, y \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } y < 0. \end{cases}$ <p>Найти двумерную плотность вероятности системы</p> $f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}.$ <p>3. Задано распределение вероятностей дискретной двумерной СВ:</p> <table border="1" data-bbox="847 584 1370 712"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Y</th> <th colspan="3">X</th> </tr> <tr> <th>3</th> <th>10</th> <th>12</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>0,17</td> <td>0,13</td> <td>0,25</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0,10</td> <td>0,30</td> <td>0,05</td> </tr> </tbody> </table> <p>Найти законы распределения составляющих X и Y.</p> | Y | X | | | 3 | 10 | 12 | 4 | 0,17 | 0,13 | 0,25 | 5 | 0,10 | 0,30 | 0,05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|------|------|--|--|----|----|----|---|------|------|------|---|------|------|------|---|---|--|--|--|---|---|---|---|---|------|------|------|------|---|------|------|------|------|---|------|------|------|------|
| Y | X | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3 | 10 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 0,17 | 0,13 | 0,25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 0,10 | 0,30 | 0,05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2.7 Числовые характеристики системы двух случайных величин. | <p>26. Числовые характеристики систем двух случайных величин.</p> <p>27. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Линейная корреляция.</p> | <p>1. Закон распределения двумерной ДСВ задан таблицей:</p> <table border="1" data-bbox="847 801 1370 929"> <thead> <tr> <th rowspan="2">X</th> <th colspan="3">Y</th> </tr> <tr> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0,15</td> <td>0,40</td> <td>0,05</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0,20</td> <td>0,10</td> <td>0,10</td> </tr> </tbody> </table> <p>Найти коэффициент корреляции r_{xy}.</p> <p>2. Двумерная СВ (X, Y) задана законом распределения:</p> <table border="1" data-bbox="847 1041 1390 1198"> <thead> <tr> <th rowspan="2">X</th> <th colspan="4">Y</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0,07</td> <td>0,04</td> <td>0,11</td> <td>0,11</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0,08</td> <td>0,11</td> <td>0,06</td> <td>0,08</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0,09</td> <td>0,13</td> <td>0,10</td> <td>0,02</td> </tr> </tbody> </table> <p>Проверить, зависимы ли X и Y.</p> | X | Y | | | -1 | 0 | 1 | 0 | 0,15 | 0,40 | 0,05 | 1 | 0,20 | 0,10 | 0,10 | X | Y | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 0,07 | 0,04 | 0,11 | 0,11 | 2 | 0,08 | 0,11 | 0,06 | 0,08 | 3 | 0,09 | 0,13 | 0,10 | 0,02 |
| X | Y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | -1 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0,15 | 0,40 | 0,05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0,20 | 0,10 | 0,10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| X | Y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0,07 | 0,04 | 0,11 | 0,11 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 0,08 | 0,11 | 0,06 | 0,08 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 0,09 | 0,13 | 0,10 | 0,02 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3. Математическая статистика. Выборочный метод | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.1 Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод. | <p>28. Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод. Статистическое распределение выборки.</p> <p>29. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.</p> | <p>1. В течение 25 дней фиксировалось количество обратившихся за экстренной врачебной помощью. В результате получена выборка объема $n = 25$ элементов: 1, 0, 4, 2, 3, 5, 2, 4, 0, 1, 8, 5, 2, 4, 3, 3, 2, 5, 1, 3, 2, 5, 1, 3, 2. Требуется: а) представить выборку в виде вариационного ряда; б) представить выборку в виде статистического ряда; в) найти эмпирическую функцию распределения.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.2 Выборочные показатели. | <p>30. Выборочные показатели: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение.</p> | <p>Найти выборочную среднюю по следующим данным: а) длина крыла у 6 пчел (мм): 9,68; 9,81; 9,77; 9,60; 9,61; 9,55; б) длина листьев садовой земляники (см): 5,2; 5,6; 7,1; 6,6; 8,6; 8,2; 7,7; 7,8.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.3 Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки. | <p>31. Статистические оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.</p> <p>32. Точечные и интервальные оценки.</p> | <p>1. По выборке объема $n = 51$ найдена выборочная дисперсия $D_B = 5$. Найти исправленную дисперсию.</p> <p>2. В итоге четырех измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4. Статистические гипотезы и критерии их проверки | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|---|---|---|
| 4.1 Проверка статистических гипотез. Параметрические и непараметрические критерии. | 33. Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Общая задача проверки гипотезы. Критическая область. 34. Параметрические и непараметрические критерии. | 1. По данным 16 независимых равнооточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x}_B = 42,8$ и исправленное среднее квадратическое отклонение $s = 8$. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma = 0,999$. 2. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 14$ $n_2 = 10$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_X^2 = 0,84$ $s_Y^2 = 2,52$. При уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить нулевую гипотезу $H_0: D(X) = D(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $H_a: D(X) \neq D(Y)$. |
| 4.2 Сравнение дисперсий. Сравнение средних. Проверка гипотезы о нормальном распределении. | 35. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних генеральных совокупностей. 36. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности (критерий Пирсона). | 1. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 10$ $n_2 = 8$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние: $\bar{x} = 142,3$ и $\bar{y} = 145,3$ и исправленные дисперсии: $s_X^2 = 2,7$ $s_Y^2 = 3,2$. При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $H_0: M(X) = M(Y)$ при конкурирующей гипотезе $H_a: M(X) \neq M(Y)$. 2. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими частотами n_i и теоретическими частотами n'_i , которые вычислены, исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности X |
| 5. Анализ и построение зависимостей | | |
| 5.1 Корреляционно-регрессионный анализ. | 37. Корреляционно-регрессионный анализ. Условные средние. Выборочное уравнение регрессии. 38. Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции. Выборочное корреляционное отношение. | 1. Найти выборочное уравнение регрессии $\bar{y}_x = Ax^2 + Bx + C$ и выборочное корреляционное отношение η_{yx} по данным, приведенным в корреляционной таблице 2. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице |
| 5.2 Однофакторный дисперсионный анализ | 39. Однофакторный дисперсионный анализ. 40. Факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних. | 1. Произведено по восемь испытаний на каждом из шести уровней фактора F . Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями. Результаты испытаний приведены в таблице 2. Произведено по семь испытаний на каждом из четырех уровней фактора F . Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями. Результаты испытаний приведены в таблице. |

Составитель (и): Долматова Т. А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))