

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00  
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«09» февраля 2023 г.

## **К.М.04.01 Избранные главы математического анализа**

Направление подготовки

### **44.04.01 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) программы  
**«Математика в профильном и профессиональном образовании»**

Программа магистратуры

Квалификация выпускника  
*магистр*

Форма обучения  
*Заочная*

Год набора 2023

Новокузнецк 2023

**Лист внесения изменений**  
в РПД К.М.04.01 Избранные главы математического анализа  
(код по учебному плану, название дисциплины)

**Сведения об утверждении:**

утверждена Ученым советом факультета информатики, математики и экономики  
(протокол Ученого совета факультета № 8 от 09.02.2023 г.)

для ОПОП 2023 года набора на 2023 / 2024 учебный год  
по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование  
(код и название направления подготовки)

направленность (профиль) программы «Математика в профильном и профессиональном образовании»

Одобрена на заседании методической комиссии факультета \_\_\_\_\_  
протокол методической комиссии факультета № \_\_ от \_\_.\_\_.20\_\_ г.)

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры математики, физики и математического моделирования

протокол № \_\_ от \_\_.\_\_.20\_\_ г. \_\_\_\_\_ Решетникова Е.В.

## Оглавление

1. Цель дисциплины. ....	4
2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	6
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. ....	6
3.1. Учебно-тематический план .....	6
4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	7
5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....	8
5.1. Учебная литература.....	8
5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	8
5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	9
6. Иные сведения и (или) материалы. ....	9
6.1. Примерные темы письменных учебных работ .....	9
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации .....	10

## 1. Цель дисциплины.

*Целью изучения дисциплины* является освоение обучающимися дополнительного материала математического анализа, способствующего совершенствованию и дисциплине общей культуры мышления, умению логически рассуждать, точности и обстоятельности аргументации.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция: ПК-1 Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика".

### **Формируемая компетенция, индикаторы достижения компетенции, знания, умения, навыки**

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенции, формируемой дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК–1 Способен демонстрировать знания понятийного аппарата, содержания, структуры, алгоритмов и методов исследования в предметной области "Математика".	ИПК 1.1 Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики в области алгебры, геометрии и математического анализа; практические и прикладные аспекты математики, в том числе математические методы статистики ИПК 1.2 Умеет решать математические задачи соответствующей ступени образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися, олимпиадные, исследовательские задачи; проводить исследования и эксперименты в области математики; организовывать поиск закономерностей и доказательств в частных и общих случаях ИПК 1.3 Владеет основными и эвристическими методами решения математических задач в области алгебры, геометрии и математического анализа; навыками организации самостоятельной работы, самоконтроля и самооценки в предметной области "Математика"	<b>Знать:</b> - основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики в области математического анализа; - фундаментальные понятия, определения и теоремы математического анализа; - практические и прикладные аспекты математического анализа; - определение интеграла, зависящего от параметра; - теорему о непрерывности интеграла, зависящего от параметра; - теорему о дифференцировании интеграла по параметру; - определение правильно сходящихся интегралов; - определение интеграла по поверхности; - определение векторного поля, векторной линии, потока вектора через поверхность, дивергенции векторного поля, циркуляции вектора, ротора векторного поля; - правила действий с оператором Гамильтона; - определения и основные свойства трубчатого поля, потенциального поля, гармонического поля - определение тригонометрического ряда; - условия разложения функции в ряд Фурье; - определение интеграла Фурье; - условие представления функции интегралом Фурье; - определение преобразования Фурье. <b>Уметь:</b> - самостоятельно и в составе коллектива решать типичные задачи из курса

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
		<p>математического анализа на данной ступени образования;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- находить закономерности и доказательства в частных и общих случаях;</li> <li>- приводить примеры интегралов, зависящих от параметра;</li> <li>- доказывать теорему о непрерывности интеграла, зависящего от параметра;</li> <li>- теорему о дифференцировании интеграла по параметру;</li> <li>- находить интеграл по определенной стороне поверхности;</li> <li>- доказывать теоремы Стокса и Остроградского;</li> <li>- выводить дифференциальные уравнения векторных линий;</li> <li>- выводить формулу для выражения дивергенции;</li> <li>- выполнять все возможные дифференциальные векторные операции второго порядка;</li> <li>- разлагать в ряд Фурье четные и нечетные функции;</li> <li>- выводить формулу Парсеваля;</li> <li>- записывать ряд Фурье в комплексной форме.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основными методами дифференциального и интегрального исчисления для конкретного применения при коллективном решении естественно-научных и прикладных задач;</li> <li>- правилом Лейбница дифференцирования интеграла по параметру;</li> <li>- методами вычисления интегралов, зависящих от параметра;</li> <li>- методами вычисления интеграла по поверхности;</li> <li>- правилами действий с оператором Гамильтона;</li> <li>- методами разложения функции в тригонометрический ряд;</li> <li>- формулами для коэффициентов разложения функции с произвольным периодом;</li> <li>- умением записывать интеграл Фурье: для четных и нечетных функций; в комплексной форме.</li> </ul>

## 2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины			108
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			12
Аудиторная работа (всего):			12
в том числе:			
лекции			2
практические занятия, семинары			10
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме			
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			92
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа/ <b>контроль</b>			4
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)			92
4 Промежуточная аттестация обучающегося	зачет		

## 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

### 3.1. Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоемкость ОФО (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия	СРС	СРС	Аудиторн. занятия	СРС	СРС	
			лекц.			практ.			
	<b>1. Интегралы, зависящие от параметра.</b>								
1	Собственные интегралы, зависящие от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	21				1	2	18	Контрольная работа № 1; вопрос на зачете
	<b>2. Интегралы по поверхности.</b>								
2	Поток жидкости через поверхность. Интеграл по поверхности. Свойства интегралов по поверхности. Вычисление интегралов по поверхности. Формула Стокса.	21				1	2	18	Контрольная работа № 1; вопрос на зачете

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость ОФО (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
	Формула Остроградского.								
	<b>3. Теория поля.</b>								
3	Векторное поле и векторные линии. Поток вектора. Дивергенция. Циркуляция и ротор векторного поля.	21					2	19	Контрольная работа № 2; вопрос на зачете
4	Оператор Гамильтона и векторные дифференциальные операции второго порядка. Свойства простейших векторных полей. Электромагнитное поле. Нестандартные поля.	21					2	19	Контрольная работа № 2; вопрос на зачете
	<b>4. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.</b>								
5	Ряды Фурье. Интеграл Фурье.	20					2	18	Контрольная работа № 3; вопрос на зачете
	Промежуточная аттестация	4							<i>Зачет</i>
	<b>ИТОГО по семестру</b>	<b>108</b>					<b>2</b>	<b>10</b>	<b>92</b>

#### 4. Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенции обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (15 недель)
Текущая учебная работа в семестре (посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (1 занятие)	<b>10 баллов</b> - посещение 1 лекционного занятия и конспектирование	0 - 10
		Практические занятия (5 занятий)	<b>3 балла</b> - посещение 1 практического занятия <b>5 баллов</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы (выступление с докладом)	0 - 40
		Контрольные работы (3 работы)	<b>За одну КР:</b> <b>от 0-4 балла</b> (выполнено менее 51% заданий) <b>5-7 баллов</b> (выполнено 51-69% заданий)	0 - 30

			<b>8-9 баллов</b> (выполнено 70-89% заданий) <b>10 баллов</b> (выполнено 90-100% заданий)	
<b>Итого по текущей работе в семестре (41 балл - пороговое значение)</b>				41 - 80
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Устный ответ	<b>10 баллов</b> (пороговое значение) <b>20 баллов</b> (максимальное значение)	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (зачету)</b>				20 баллов
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				51 – 100 б.

## 5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1. Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды [Электронный ресурс] : учебник / Л. Д. Кудрявцев. — Электронные текстовые данные. — Москва : Физматлит, 2015. — 444 с. — Режим доступа : <https://e.lanbook.com/book/71994>. — Загл. с экрана.
2. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Ф. Бермант, И. Г. Араманович. — Электронные текстовые данные. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 736 с. — Режим доступа : <https://e.lanbook.com/book/2660> . — Загл. с экрана.

#### Дополнительная учебная литература

1. Быкова, О. Н. Практикум по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин. – Электронные текстовые данные. - Москва : Прометей, 2014. - 276 с. – Режим доступа : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=105790> . - Загл. с экрана
2. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. Н. Берман. — Электронные текстовые данные. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 492 с. — Режим доступа : <https://e.lanbook.com/book/111199> . — Загл. с экрана.
3. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. — Электронные текстовые данные. — Москва : Физматлит, 2001. — 672 с. — Режим доступа : <https://e.lanbook.com/book/59258> . — Загл. с экрана.
4. Ильин, В. А. Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. — Электронные текстовые данные. — Москва : Физматлит, 2001. — 645 с. — Режим доступа : <https://e.lanbook.com/book/2180> . — Загл. с экрана.

### 5.2. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Избранные главы	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике. Учебная аудитория для проведения	654027, Кемеровская
-----------------	---	---------------------



<p>математического анализа</p>	<p>занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная).</p> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран.</p> <p><b>Оборудование:</b> дидактические игры, наборы цифр.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>	<p>область Кузбасс, Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 1</p> <p>- г.</p>
--------------------------------	--	---

### 5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

#### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

### 6. Иные сведения и (или) материалы.

#### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

##### Контрольная работа № 1

##### *Интегралы, зависящие от параметра. Интегралы по поверхности.*

Вариант (образец)

1. Найти кривизну линии  $y = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\sin \alpha x}{\alpha} d\alpha$  в точке с абсциссой  $x = 1$ .
2. Вычислить интеграл с помощью дифференцирования по параметру  $\int_0^1 \frac{\ln(1-a^2x^2)}{x^2\sqrt{1-x^2}} dx$  ( $a^2 < 1$ ).
3. Вычислить интеграл  $\iint_S x dq$ , где  $S$  – часть сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ , лежащая в первом октанте.
4. Вычислить поверхностный интеграл  $\iint_S z^2 dx dy$ , где  $S$  – внешняя сторона эллипсоида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .

5. Поверхностный интеграл по замкнутой поверхности преобразовать с помощью формулы Остроградского в тройной интеграл по объему тела, ограниченного этой поверхностью:  $\iint_S x^2 dydz + y^2 dx dz + z^2 dx dy$ . Интегрирование ведется по внешней стороне поверхности  $S$ .

### Контрольная работа № 2

#### Теория поля

Вариант (образец)

1. Найти векторные линии поля  $A(P) = (y + z)i - xj - xk$ .
2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля  $A(P) = x^2 yz i + xy^2 z j + xyz^2 k$ .
3. Векторное поле образовано силой, обратно пропорциональной расстоянию от точки её приложения до оси  $Oz$ , перпендикулярной к этой оси и направленной к ней. Вычислить дивергенцию и ротор этого поля.
4. Доказать, что  $r \cdot \nabla r^n = nr^n$ , где  $r$  – радиус-вектор.
5. Доказать соотношение  $\text{rot grad } u = 0$ .

### Контрольная работа № 3

#### Ряды Фурье. Интеграл Фурье

Вариант (образец)

1. Разложить функцию  $y = x^3$  в ряд Фурье в интервале  $(-\pi, \pi)$ .
2. Разложить функцию  $y = x(\pi - x)$  в ряд синусов в интервале  $(0, \pi)$ . Использовать полученный результат для нахождения суммы ряда

$$1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3} + \dots$$

3. Представить функцию  $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -1 < x < 0, \\ 1, & \text{если } 0 < x < 1, \\ 0, & \text{если } |x| > 1. \end{cases}$  интегралом Фурье.
4. Представить интегралом Фурье функцию  $f(x) = e^{-\alpha x}, x \geq 0, \alpha > 0$ , продолжив её чётным образом на интервале  $(-\infty; 0)$ .
5. Найти преобразование Фурье функции  $f(x) = x^2 e^{-|x|}$ .

#### 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

1 курс (2 семестр) – зачет

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы
<b>2 семестр</b>	
<b>1. Интегралы, зависящие от параметра.</b>	
1.1. Собственные интегралы, зависящие от параметра.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение интеграла, зависящего от параметра. Примеры интегралов, зависящих от параметра.</li> <li>2. Теорема о непрерывности интеграла, зависящего от параметра.</li> <li>3. Теорема о дифференцировании интеграла по параметру (правило Лейбница).</li> <li>4. Определение правильно сходящихся интегралов. Свойства правильно сходящихся интегралов.</li> </ol>
1.2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.</li> <li>6. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости интеграла.</li> <li>7. Признак Дирихле равномерной сходимости интеграла.</li> </ol>

	8. Критерий Коши равномерной сходимости интеграла. 9. Непрерывность равномерно сходящегося интеграла по параметру.
<b>2. Интегралы по поверхности.</b>	
2.1. Поток жидкости через поверхность. Интеграл по поверхности. Свойства интегралов по поверхности.	10. Определение потока жидкости через заданную поверхность. 11. Определение интеграла по поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Поверхностный интеграл второго рода. 12. Двусторонние и односторонние поверхности. 13. Задачи, приводящие к интегралам по поверхности.
2.2. Вычисление интегралов по поверхности. Формула Стокса. Формула Остроградского.	14. Вычисление интеграла по поверхности. Теорема Стокса. 15. Теорема о необходимом и достаточном условии независимости криволинейного интеграла по пространственной линии от линии интегрирования. 16. Теорема Остроградского.
<b>3. Теория поля.</b>	
3.1 Векторное поле и векторные линии. Поток вектора. Дивергенция. Циркуляция и ротор векторного поля.	17. Определение векторного поля. Примеры векторных полей. 18. Определение векторной линии. Дифференциальные уравнения векторных линий. 19. Поток вектора через поверхность. Дивергенция векторного поля. Формула для выражения дивергенции. 20. Векторная форма теоремы Остроградского, её физический смысл. 21. Циркуляция вектора. Ротор векторного поля. 22. Теорема Стокса в векторной форме.
3.2. Оператор Гамильтона и векторные дифференциальные операции второго порядка. Свойства простейших векторных полей. Электромагнитное поле. Нестандартные поля.	23. Оператор Гамильтона. Правила действий с оператором Гамильтона. 24. Дифференциальные векторные операции второго порядка. 25. Трубочатое поле, его основные свойства. 26. Потенциальное поле, его основные свойства. 27. Гармоническое поле. Условие потенциала гармонического поля.
<b>4. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.</b>	
4.1. Ряды Фурье.	28. Гармонические колебания. 29. Тригонометрические ряды. 30. Ряды Фурье. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. 31. Ряд Фурье в произвольном интервале. 32. Равенство Парсеваля. 33. Ряды Фурье в комплексной форме.
4.2. Интеграл Фурье.	34. Определение интеграла Фурье. Интеграл Фурье для четных и нечетных функций. 35. Интеграл Фурье в комплексной форме. 36. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.

Составитель (и): Долматова Т. А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))

