

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-04-24 00:00:00  
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
Факультет информатики, математики и экономики

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина / \_\_\_\_\_  
«10» февраля 2023 г.

## **Рабочая программа дисциплины**

### **Б1.О.11.01 Линейная алгебра**

Направление подготовки

#### **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) подготовки  
**«Информатика и Системы искусственного интеллекта»**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Очная*

Год набора 2021

Новокузнецк 2023

## Оглавление

1	Цель дисциплины.....	3
1.1	Формируемые компетенции .....	3
1.2	Индикаторы достижения компетенций .....	3
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине .....	4
2.	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.....	5
3.	Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	6
3.1	Учебно-тематический план .....	6
3.2.	Содержание занятий по видам учебной работы .....	7
4	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	8
5	Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	9
5.1	Учебная литература .....	9
5.2	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины .....	10
5.3	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	10
6	Иные сведения и (или) материалы.....	11
6.1.	Примерные темы письменных учебных работ.....	11
6.2	Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	12

## 1 Цель дисциплины.

**Целью изучения дисциплины** является формирование необходимой базы знаний для использования математических методов и математических моделей в решении профессиональных задач, а также развитие математического мышления и культуры у обучающихся. Изучение этого курса дает возможность студентам понять основные подходы к формированию линейных математических моделей, применяемых в различных областях знаний.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция **ОПК-8** (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональные компетенции	Научные основы педагогической деятельности	<b>ОПК-8</b> (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
<b>ОПК-8</b> (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической деятельности по профилю подготовки ОПК.8.2. Владеет методами научного исследования в предметной области ОПК 8.3. Владеет методами анализа педагогической ситуации и профессиональной рефлексии на основе специальных научных	Б1.О.03.01 Общая психология Б1.О.04 Возрастная анатомия и физиология Б1.О.06 Специальная психология и коррекционная педагогика Б1.О.08 Методы исследования в деятельности педагога Б1.О.11.01 Линейная алгебра Б1.О.11.02 Компьютерная графика и анимация Б1.О.11.03 Программирование Б1.О.11.04 Теоретические основы информатики Б1.О.11.05 Теория вероятностей и математическая

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	знаний в предметных областях по профилю подготовки	статистика Б1.О.11.06 Компьютерные сети и интернет технологии Б1.О.11.07 Компьютерное моделирование Б1.О.11.08 Математическая логика Б1.О.11.09 Проектирование информационных систем Б1.О.12 Предметная подготовка по профилю "Системы искусственного интеллекта" Б1.О.12.01 Программное обеспечение Б1.О.12.02 Основы учебной робототехники Б1.О.12.03 Алгоритмы и структуры данных Б1.О.12.04 Машинное обучение Б1.О.12.05 Основы искусственного интеллекта Б1.О.12.06 Электроника и автоматика Б1.О.12.07 Информационная безопасность Б1.О.12.08 Дистанционные системы обучения Б1.О.12.09 Моделирование интеллектуальных систем Б2.О.01(У) Ознакомительная практика Б2.О.03(П) Психолого-педагогическая практика Б2.О.06(П) Педагогическая практика. Основная школа Б2.О.07(П) Педагогическая практика. Старшая школа ФТД.02 Видеомонтаж

### 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<b>ОПК-8</b> (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области "Линейная алгебра", лежащее в

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
знаний).	деятельности по профилю подготовки ОПК.8.2. Владеет методами научного исследования в предметной области	основе преподаваемого учебного предмета “Математика” - методы проведения научного исследования в предметной области “линейная алгебра”; Уметь: - использовать научные знания предметной области “Линейная алгебра” в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области “Линейная алгебра” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области линейной алгебры; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Линейная алгебра”

## 2. Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины	144	-	
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	48		
Аудиторная работа (всего):	48		
в том числе:			
лекции	24		
практические занятия, семинары	24		
практикумы			

лабораторные работы			
в интерактивной форме	10		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):	60		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	60		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Экзамен	36	

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоемкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)					Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО		СРС	ЗФО		
			Аудиторные занятия	лек. ц.		практ.	Аудиторные занятия	
<b>Семестр 1</b>								
	1. Теория решения систем линейных уравнений	72	16	16	40			
1	Матрицы и определители	36	8	8	20			Контрольная работа № 1
2	Системы линейных уравнений	36	8	8	20			Контрольная работа № 2
	2. Векторные пространства	36	8	8	20			
3	Конечномерные векторные пространства	36	8	8	20			Контрольная работа № 3
	Промежуточная аттестация -	36						экзамен
ИТОГО по семестру ...		144	24	24	60			

### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
<b>Семестр 1</b>		
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1	Теория решения систем линейных уравнений	
1.1	Определители	Матрица. Перестановки и подстановки. Определители квадратных матриц второго и третьего порядков. Миноры, алгебраические дополнения. Определитель n-го порядка, его свойства и способы вычисления. Определитель транспонированной матрицы. Определитель произведения двух матриц.
1.2	Матрицы	Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Свойства арифметических операций над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Связь с транспонированием. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Ранг матрицы как максимальное количество линейно независимых строк. Применение матриц к решению задач. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы и способы ее нахождения.
1.3	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
1.4	Способы решения систем линейных уравнений	Правило Крамера для систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными, трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Системы линейных уравнений в матричной форме. Решение матричных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение однородных систем.
2	Векторные пространства	
2.1	Конечномерные векторные пространства	Понятие линейного пространства. Вектор как элемент линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Базис линейного конечномерного пространства. Координаты вектора в базисе. Размерность линейного пространства. Матрица перехода от старого базиса к новому. Понятие линейного подпространства линейного пространства.
<i>Содержание практических занятий</i>		
1	Теория решения систем линейных уравнений	

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
1.1	Определители	Перестановки и подстановки. Определители: формулы для вычисления, свойства определителей.
1.2	Матрицы. Операции над матрицами	Матрицы. Основные понятия и определения, основные виды матриц. Операции над матрицами
1.3	Обратная матрица	Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений
1.4	Ранг матрицы	Минор порядка $k$ для матрицы (определителя). Базисный минор и ранг матрицы, теоремы о рангах.
1.5	Системы линейных алгебраических уравнений	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
1.6	Решение систем линейных уравнений	Методы нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод)..
1.7	Однородные системы и их решение	Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия и определения. Фундаментальная система решений.
2	Векторные пространства	
2.1	Основные понятия	Понятие векторного пространства над полем. Простейшие свойства векторных пространств. Подпространства векторного пространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка множества векторов.
2.2	Линейная зависимость и независимость системы векторов	Линейная зависимость и независимость системы векторов арифметического $n$ -мерного векторного пространства. Свойства линейной зависимости системы векторов.
2.3	Базис и размерность векторного пространства	Базис и ранг системы векторов. Базис пространства
2.4	Способы построения подпространств	Пересечение и сумма векторных подпространств. Прямая сумма. Критерий прямой суммы подпространств. Линейные многообразия, их свойства.
	Промежуточная аттестация - экзамен	

#### **4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.**

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.



Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>60</b>	Лекционные занятия (конспект) (16 занятий)	<b>1 балла</b> посещение 1 лекционного занятия	0 - 16
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (18 занятий).	<b>1 балл</b> - посещение 1 практического занятия <b>3 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	18 - 54
		Контрольные работы (4 работы)	<b>За одну КР от 2 до:</b> <b>3 балла</b> (выполнено 51 - 65% заданий) <b>4 балла</b> (выполнено 66 - 85% заданий) <b>5 баллов</b> (выполнено 86 - 100% заданий)	12-20
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				<b>38 - 90</b>
Промежуточная аттестация (зачет)	40	1 вопрос и 2 задачи	<b>10 балла</b> (ответ на вопрос) <b>15 баллов</b> (решение одной задачи)	10-40
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>40 баллов</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

## 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Бурмистрова Е.Б. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е.Б. Бурмистрова, С.Г. Лобанов. - Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт, 2017. - 421 с. - Режим доступа: <http://bibli-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-2833187BA668>
2. Рудык Б. М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. М. Рудык. - Электронные текстовые данные. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=363158>
3. Постников М.М. Линейная алгебра. [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Постников. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 400 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/319>

#### б) дополнительная литература

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра. [Электронный ресурс] : учебник / Л. Я. Окунев. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/289>
3. Ильин В.А. Линейная алгебра [Текст] : учебник.- Издание 6-е, стереотипное. – Москва: Физматлит, 2007.-280 с.
4. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - Изд. 5-е ; стер. - Москва; Санкт-Петербург Краснодар : Лань, 2009. - 470 с.

## 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Линейная алгебра	614 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MSWindows (Microsoft-ImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распро- страняемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
------------------	---	---

## 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

## 6 Другие сведения и (или) материалы.

### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

#### Контрольная работа №1

Вариант (образец)

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя)

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду. Указать базисный минор.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу, обратную к матрице  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$ .

4. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

#### Контрольная работа №2

Вариант (образец)

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:  
1) с помощью обратной матрицы;  
2) по правилу Крамера;  
2. Решить систему методом Гаусса.  
3. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.

1. 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 10x_4 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 + 15x_2 + 11x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

### Контрольная работа №3

#### Вариант (образец)

1. Найти все базисы системы векторов  $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$ ,  $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$ ,  $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$ ,  $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$ .
2. Найти матрицу перехода от базиса  $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$  к базису  $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$ ,  $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$ ,  $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$ .
3. Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие  $M=x_0+L$ , если известны вектор сдвига  $x_0$  и базис  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  подпространства  $L$ .  $x_0=(-1;1;0;1)$ ,  $\mathbf{a}_1=(1;-5;11;0)$ ,  $\mathbf{a}_2=(-3;1;0;11)$ .
4. Даны подпространства  $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$  и  $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ . Найти базисы и размерности подпространств  $L_1, L_2, L_1 \cap L_2, L_1 + L_2$ .  $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$ ,  $\mathbf{a}_2=(1,-1,1,-1)$ ,  $\mathbf{a}_3=(1,3,1,3)$ ,  $\mathbf{b}_1=(1,2,0,2)$ ,  $\mathbf{b}_2=(1,2,1,2)$ ,  $\mathbf{b}_3=(3,1,3,1)$ .

### 6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
<b>1. Теория решения систем линейных уравнений</b>		
1.1 Матрицы и определители	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Перестановки и подстановки.</li> <li>2. Определители 2-го и 3-го порядка.</li> <li>2. Определители n-порядка. Свойства определителя.</li> <li>4. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о каждом члене произведения <math>a_{ij} \cdot A_{ij}</math>.</li> <li>Теорема о разложении определителя.</li> </ol>	<p>1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя)</p> $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ <p>Найдите матрицу <math>C = 3A - 4B</math>, если</p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ <ol style="list-style-type: none"> <li>2.</li> <li>3.</li> </ol>

	<p>5. Вычисление определителя <math>n</math>-порядка.</p> <p>6. Операции над матрицами и их свойства.</p> <p>7. Обратные матрицы. Вычисление обратной матрицы.</p> <p>8. Ранг матрицы и его вычисление.</p> <p>9. Теорема о ранге матрицы.</p>	<p>Дана матрица</p> $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & a & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$ <p>Найдите минор и алгебраическое дополнение элемента <math>a</math>.</p> <p>4. Найдите матрицу <math>X</math>, если <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 &amp; 1 \\ 18 &amp; -1 \end{bmatrix}</math></p> <p>Докажите, что матрица <math>A = \begin{bmatrix} 7 &amp; -8 &amp; 4 \\ 3 &amp; 1 &amp; -2 \\ 6 &amp; -5 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> имеет</p> <p>5. обратную и найдите ее.</p> <p>Найдите ранг матрицы <math>A</math></p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 11 & 6 & 1 & 10 \\ 5 & 12 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix}$ <p>6.</p>
<p>1.2 Системы линейных уравнений</p>	<p>10. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия.</p> <p>11. Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования системы.</p> <p>12. Правило Крамера</p> <p>13. Решение систем с помощью обратной матрицы.</p> <p>14. Критерий совместности системы линейных уравнений</p> <p>15. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных.</p>	<p>7. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:</p> <p>1) с помощью обратной матрицы;</p> <p>2) по правилу Крамера;</p> $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$ <p>8. Решите систему <math>\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}</math></p>
<b>2. Векторные пространства</b>		
<p>2.1 Конечномерные векторные пространства</p>	<p>16. Определение, примеры и простейшие свойства векторных пространств.</p> <p>17. Линейная зависимость и независимость системы векторов.</p> <p>18. Подпространство.</p>	<p>9. Найти все базисы системы векторов <math>\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)</math>, <math>\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)</math>, <math>\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)</math>, <math>\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)</math>.</p> <p>10. Найти матрицу перехода от базиса <math>\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)</math>, <math>\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)</math>, <math>\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)</math> к базису <math>\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)</math>, <math>\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)</math>, <math>\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)</math>.</p> <p>11. Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие <math>M = x_0 + L</math>, если известны вектор сдвига <math>x_0</math> и базис <math>a_1, a_2</math> подпространства <math>L</math>.</p>

	<p>Линейная оболочка векторных пространств.</p> <p>19. Сумма подпространств.</p> <p>20. Линейные многообразия.</p> <p>21. Базис и размерность векторного пространства.</p> <p>22. Изоморфизм векторных пространств.</p>	<p><math>x_0=(-1;1;0;1)</math>, <math>a_1=(1;-5;11;0)</math>, <math>a_2=(-3;1;0;11)</math>.</p> <p>12. Даны подпространства <math>L_1(a_1, a_2, a_3)</math> и <math>L_2(b_1, b_2, b_3)</math>. Найти базисы и размерности подпространств <math>L_1</math>, <math>L_2</math>, <math>L_1 \cap L_2</math>, <math>L_1 + L_2</math>. <math>a_1=(1,1,1,1)</math>, <math>a_2=(1,-1,1,-1)</math>, <math>a_3=(1,3,1,3)</math>, <math>b_1=(1,2,0,2)</math>, <math>b_2=(1,2,1,2)</math>, <math>b_3=(3,1,3,1)</math>.</p>
--	---	---