471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ

Декан А.В.Фомина

«10» февраля 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.04.06 Численные методы

Направление подготовки
09.03.03Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки
Прикладная информатика в экономике

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Заочная

Год набора 2022

Новокузнецк 2022

Содержание

1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):ОПК-1.

Содержание компетенций как планируемых результатов обучения по дисциплине см. таблицы 1 и 2.

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции *(универсальная, общепрофессиональная, профессиональная)*	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
общепрофессиональная		ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК 1.1. Применяет физические законы и положения общетехнических дисциплин для моделирования прикладных и информационных процессов ОПК 1.2 Применяет методы высшей и дискретной математики для моделирования прикладных и информационных процессов ОПК 1.3 Применяет методы теории вероятности и математической статистики для моделирования прикладных и информационных	Математика Теория вероятностей и математическая статистика Дискретная математика **Численные методы** Физика Математическое и имитационное моделирование экономических процессов Технологическая (проектно-технологическая) практика. Моделирование предметной области Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	процессов	

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК 1.2 Применяет методы высшей и дискретной математики для моделирования прикладных и информационных процессов	Знать: – идеи методов вычислительной математики и алгоритмы их реализации. Уметь: – использовать методы вычислительной математики при решении основных задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений Владеть – навыками практического использования методов вычислительной математики при решении прикладных математических задач с использованием математических программных систем.

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часовпо формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	108		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	50		
Аудиторная работа (всего):	50		
в том числе:			
лекции	18		
практические занятия, семинары	32		
в интерактивной форме			
в электронной форме			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	58		
4 Промежуточная аттестация обучающегося – зачет с оценкой (4 семестр)	-		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (*всего час.*)	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
	1. Численные методы решения задач математического анализа	32	*6*	*8*	*18*	
1	1.1 Погрешность вычисления дифференцируемой функции.	10	2	2	6	Контрольная работа №1
2	1.2. Аппроксимация функции методом наименьших квадратов. Интерполирование алгебраическими многочленами.	14	2	4	8	Контрольная работа №2-3
	1.3. Интерполяционные квадратурные формулы.	8	2	2	4	Контрольная работа №4
	2. Численные методы алгебры	*76*	*12*	*24*	*40*	
4	2.1. Численное решение нелинейных уравнений.	12	2	4	6	Контрольная работа №5
5	2.2. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	14	2	4	8	Контрольная работа №6
6	2.3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	14	2	4	8	Контрольная работа №7
7	2.4. Методы решения алгебраических проблем собственных значений	12	2	4	6	Контрольная работа №8
8	2.5. Решение систем нелинейных уравнений.	12	2	4	6	Контрольная работа №9
	2.6. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	12	2	4	6	Контрольная работа №10
	Всего:	108	18	32	58	

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	***Численные методы решения задач математического***	Погрешность вычисления дифференцируемой функции. Аппроксимация функции методом наименьших квадратов. Интерполирование алгебраическими многочленами.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
	анализа	Интерполяционные квадратурные формулы.
Содержание лекционного курса		
1.1.	Погрешность вычисления дифференцируемой функции.	1. Виды погрешностей решения задачи. 2. Основные понятия и определения теории погрешностей. 3. Вычислительная погрешность. Погрешность дифференцируемой функции. 4. Частные случаи формул и вычисление погрешности.
1.2.	Аппроксимация функции методом наименьших квадратов. Интерполирование алгебраическими многочленами.	1.Аппроксимирование опытных данных. Основные понятия. Методы. 2.Метод наименьших квадратов для построения линейной и квадратичной аппроксимаций 3.Построение степенной и показательной аппроксимирующей функции. 4.Интерполирование алгебраическими многочленами. Интерполяционный многочлен Лагранжа. 5.Интерполирование алгебраическими многочленами. Интерполяционные многочлены Ньютона.
1.3.	Интерполяционные квадратурные формулы.	1. Задача численного интегрирования 2. Семейство квадратурных формул Ньютона-Котеса. 3. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеции Симпсона. 4. Принцип Рунге практического оценивания погрешностей.
Темы лабораторных занятий		
1.1	Погрешность вычисления дифференцируемой функции.	Задача и способы аппроксимации опытных данных. Аппроксимирующая функция. Метод наименьших квадратов и наилучшие равномерные приближения. Интерполирование алгебраическими многочленами. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка погрешности. Понятие сплайна, оценка дефекта сплайна. Интерполяционный кубический сплайн дефекта 1. Квадратичный сплайн дефекта 1. Построение базисных и эрмитовых сплайнов.
1.2	Аппроксимация функции методом наименьших квадратов. Интерполирование алгебраическими многочленами.	Конечные разности. Конечноразностные интерполяционные формулы. Интерполяционные формулы Ньютона. Аппроксимация производных. Остаточные члены простейших формул численного дифференцирования.
1.3	Интерполяционные квадратурные формулы.	Задача численного интегрирования Семейство квадратурных формул Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеции Симпсона. Принцип Рунге практического оценивания погрешностей.
2	***Численные методы алгебры***	Численное решение нелинейных уравнений. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения алгебраических проблем собственных значений. Решение систем нелинейных уравнений. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.
Содержание лекционного курса		
2.1	Численное решение нелинейных уравнений.	1.Постановка задачи о нахождении корней нелинейных уравнений. 2.Этапы решения задачи. Локализация корней. 3.Численные методы решения, сходимость итерационных методов.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
2.2	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	1.Постановка задачи решения СЛАУ. 2.Классификация метод решения СЛАУ. 3.Прямые методы решения СЛАУ.
2.3	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	1.Обзор итерационных методов, их особенности. 2.Принцип сжимающего отображения. 3.Необходимые условия сходимости итерационных методов. 4.Роль ошибок округления в итерационных методах.
2.4	Методы решения алгебраических проблем собственных значений	1.Постановка задачи определения собственных значений и собственных векторов. 2.Классификация численных методов решения задачи об определении собственных пар. 3.Этапы алгоритмов численных методов решения задач определения собственных пар. 4.Необходимые условия сходимости итерационных методов.
2.5.	Решение систем нелинейных уравнений.	1.Классификация методов решения систем нелинейных уравнений. 2.Рассмотрение основных методов и их алгоритмов. 3.Условия сходимости итерационных методов.
2.6.	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	1.Задача Коши и краевая задача обыкновенных дифференциальных уравнений. 2.Обоснование метода Эйлера для решения начальной задачи уравнения первого порядка. 3.Формулы Рунге -Кутты. 4.Метод стрельбы для решения краевой задачи уравнения второго порядка. 5.Метод конечных разностей.
Темы лабораторных занятий		
2.1	Численное решение нелинейных уравнений.	Численное решении нелинейных уравнений, постановка задачи, сходимость итерационных методов. Локализация корней. Метод дихотомии. Метод хорд. Метод Ньютона. Смешанный метод. Метод простой итерации.
2.2	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	Постановка задачи. Обусловленность СЛАУ. Метод Гаусса. Метод LU-разложения матрицы коэффициентов. Разложение симметричных матриц. Метод квадратных корней.
2.3	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	Решение СЛАУ методом простых итераций. Метод Якоби. Метод Зейделя. Роль ошибок округления в итерационных методах.
2.4.	Методы решения алгебраических проблем собственных значений	Степенной метод. Метод вращения Якоби. Оценка сходимости итерационных методов.
2.5.	Решение систем нелинейных уравнений.	Метод простых итераций. Метод покоординатной итерации. Метод Ньютона, его модификация. Оценка сходимости итерационных методов.
2.6.	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Метод Эйлера для решения начальной задачи уравнения первого порядка. Формулы Рунге –Кутты 3-го порядка. Метод стрельбы для решения краевой задачи уравнения второго порядка. Метод конечных разностей.

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам(БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
Семестр 4				
Текущая учебная работа в семестре (Выполнение заданий)	**60**	Контрольная работа (отчет о выполнении) (10 работ)	**За контрольную работудо:** **3 баллов** (выполнено 51 - 65% заданий) **4 балла** (выполнено 66 - 85% заданий) **6 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий)	30 - 60
Итого по текущей работе в семестре				30 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Теоретический вопрос 1	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5 - 10
		Теоретический вопрос 2	**6 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	6 - 10
		Решение задачи 1.	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5 - 10
Итого по промежуточной аттестации(экзамен)				21 – 40 б.
Суммарная оценка по дисциплине:		Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации		51 – 100 б.

5Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1. Учебная литература

Основная учебная литература

1. Жидков Е.Н. Вычислительная математика : учебное пособие для вузов / Е.Н. Жидков. – Москва : Академия, 2010. – 200 с. ISBN 978-5-7695-5892-4. – Текст непосредственный.

2. Пантина, И. В. Вычислительная математика : учебник / И. В. Пантина, А. В. Синчуков. – 2–е изд., перераб. и доп. – Москва : МФПУ Синергия, 2012. – 176 с. (Университетская серия). –ISBN 978-5-9558-0480-4. - URL: http://www.znanium.com/bookread2.php?book=451160

Дополнительная учебная литература

3. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов/В. М. Вержбицкий. – Москва: Высш. шк., 2002. – 840 с ISBN 5-06-004020-8. – Текст непосредственный.

4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы : Учебное пособие для ВУЗов. - 4-е издание, переработанное и дополненное. - Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 632 с. ISBN 5-94774-396-5– Текст непосредственный.

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Таблица 8 – Материально-техническое и программное обеспечение аудиторных занятий и самостоятельной работы

Наименование помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом, в том числе помещения для самостоятельной работы	Перечень основного оборудования, учебно-наглядных пособий и используемого программного обеспечения	Адрес (местоположение) помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом
410 Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения: - занятий лекционного типа;	Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, моноблоки аудиторные. Оборудование: стационарное - компьютер, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
501 Компьютерный класс. Учебная аудитория (мультимедийная)для проведения: - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации;	Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы компьютерные, стулья. Оборудование для презентации учебного материала:стационарное - компьютер преподавателя, экран, проектор. Оборудование: стационарное - компьютеры для обучающихся (17 шт.). Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), BloodshedDevC++ 4.9.9.2 (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО), Java (бесплатная версия), MicrosoftVisualStudio (MicrosoftImaginePremium 3	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19

	yearпо сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.) Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	

5.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

1. Общероссийский математический портал (информационная система) http://www.mathnet.ru/
2. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – крупнейший российский информационный портал в области науки, технологии, ме-дицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты - www.elibrary.ru
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам - http://window.edu.ru/

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Темы письменных учебных работ

Таблица 8 - Темы письменных учебных работ - УММ

Раздел	Темы	Контрольные точки
Численные методы решения задач математического анализа	Погрешность вычисления дифференцируемой функции.	Контрольная работа
	Аппроксимация функции методом наименьших квадратов.	Контрольная работа
	Интерполирование алгебраическими многочленами.	Контрольная работа
	Интерполяционные квадратурные формулы.	Контрольная работа
Численные методы алгебры	Численное решение нелинейных уравнений.	Контрольная работа
	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	Контрольная работа
	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	Контрольная работа
	Методы решения алгебраических проблем собственных значений	Контрольная работа
	Решение систем нелинейных уравнений.	Контрольная работа
	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Контрольная работа

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Раздел 1. Численные методы решения задач математического анализа

Тема 1.1 Погрешность вычисления дифференцируемой функции.

Примерные теоретические вопросы

1. Абсолютная погрешность приближенного числа
2. Относительная погрешность приближенного числа
3. Значащие цифры приближенного числа
4. Верные и сомнительные цифры приближенного числа
5. Формула погрешности дифференцируемой функции.
6. Частные случаи формулы погрешности дифференцируемой функции: сумма, разность, произведение, частное аргументов.

Примерные практические задания

7. Определить какое равенство точнее $\sqrt{44} \approx 6{,}63$; $19/41 \approx 0{,}463$.

8. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки (в узком смысле и в широком смысле).$a \approx 22.553$ ($\Delta a \leq 0{,}016$).

9. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры (в узком и в широком смысле) $a \approx 0{,}2387$.

10. Используя переменные $a \approx 4{,}3$, $b \approx 17{,}21$, $c \approx 8{,}2$, $m \approx 12{,}41$, $n \approx 8{,}37$, заданные с верными цифрами в узком смысле, вычислить значение функции $X = \left[\frac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, а также абсолютную и относительную погрешности. Результаты вычислений функции округлить по правилу округления, оставив все верные и одну сомнительную цифры.

Тема 1.2. Аппроксимация функции методом наименьших квадратов. Интерполирование алгебраическими многочленами.

Примерные теоретические вопросы

1. Смысл аппроксимации данных.
2. Суть метода наименьших квадратов, его геометрическая интерпретация.
3. Аппроксимация данных линейной, степенной, показательной и логарифмической функциями.
4. Задача и способы аппроксимации функции.
5. Постановка задачи интерполяции. Геометрический смысл интерполирования.
6. Способы решения задачи полиномиальной интерполяции.
7. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
8. Погрешность интерполяции по формуле Лагранжа.
9. Смысл экстраполяции.
10. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов. Конечные разности.
11. Простейшие аналоги первой производной для системы равноотстоящих узлов.
12. Вычисление производной в крайних и внутренних точках интервала.
13. Оценка погрешности $f^{(k)}(x)$ при приближении интерполяционным многочленом Лагранжа $L_n(x)$.
14. Оценка точности численного дифференцирования.

Примерные практические задания

15. Используя метод наименьших квадратов, для заданной таблицы опытных данных определить наилучшую аппроксимацию из набора $P_2(x) = ax^2 + cx + b$, $V(x) = ae^{bx}$. Построить заданные точки и аппроксимирующие кривые.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0,2	0,6	1,0	1,2	1,4	1,6	1,7

16. Для функции, заданной таблично, построить интерполяционные многочлены Лагранжа второй степени для приближенного вычисления значения функции в точке $x1 = 0{,}1$. В единой системе координат построить заданные точки и график интерполяционного многочлена. Оценить погрешность полученных решений.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0,2	0,6	1,0	1,2	1,4	1,6	1,7

17. Для функции, заданной таблично, найти приближенное значение функции в точке $x1$ =0,01, построив многочлены Ньютона. Степень многочлена выбрать по таблице конечных разностей. Оценить погрешность полученных решений.

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$f(x)$	0,94	1,02	1,10	1,23	1,25	1,32	1,38	1,44	1,50	1,55

Тема 1.3. Численное интегрирование

Примерные теоретические вопросы

1. Постановка задачи численного интегрирования.
2. Интерполяционные формулы прямоугольников, трапеций.
3. Интерполяционная формула Симпсона и оценку погрешности для нее.

Примерные практические задания

4. Вычислить интеграл по формуле левых прямоугольников при h=0,2. Оценить погрешность полученного решения по формуле оценки погрешности.

$$\int_{0,6}^{1,4} \frac{\sqrt{x^2+5}dx}{2x+\sqrt{x^2+0,5}}$$

5. Вычислить интеграл по формуле средних прямоугольников при h=0,1 и h=0,2. Использовать для оценки точности формулу Рунге.

$$\int_{0,2}^{0,8} \frac{\sin(2x+0,5)dx}{2+\cos(x^2+1)}$$

6. Вычислить интеграл по формуле трапеций при h=0,1 и h=0,2. Использовать для оценки точности формулу Рунге.

$$\int_{0,8}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}$$

7. Вычислить интеграл по формуле Симпсона при h=0,2. Оценить погрешность полученного решения по формуле оценки погрешности.

$$\int_{1,2}^{2} \frac{\lg(x+2)}{x}dx$$

Раздел 2. Численные методы алгебры

Тема 2.1. Методы решения нелинейных уравнений

Примерные теоретические вопросы

1. Постановка задачи решения нелинейных уравнений. Этапы решение нелинейных уравнений.
2. Метод половинного деления. Его геометрический смысл.
3. Метод хорд. Его геометрический смысл.
4. Метод касательных. Его геометрический смысл.
5. Комбинированный метод. Его геометрический смысл.
6. Метод простой итерации.
7. Определение скорости сходимости итерационного метода.

Примерные практические задания

8. Отделить корни аналитически и уточнить один из них методом половинного деления с точностью до 0,01, рассчитав предварительно по формуле априорной оценки погрешности достаточное для достижения заданной точности число итераций. Рассчитать невязку решения.
$3x^4+4x^3-12x^2-5=0$
9. Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них комбинированным методом хорд и касательных с точностью до 0,001. Рассчитать невязку решения.$x-\sin x=0.25$
10. Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом простых итерации с точностью до 0,001, рассчитав предварительно по формуле априорной оценки погрешности достаточное для достижения заданной точности число итераций. Рассчитать невязку решения.$\ln x+(x+1)^3=0$

Тема 2.2. Прямые методы решения СЛАУ.

Примерные теоретические вопросы

1. Постановка задачи решения СЛАУ прямыми методами.
2. Метод Гаусса. Этапы метода. Способ контроля ошибок вычисления.
3. Метод квадратных корней.
4. Метод Холецкого.
5. Метод прогонки для трехдиагональных систем

Примерные практические задания

6. Используя схему Гаусса с постолбцовым выбором главного элемента, решить систему уравнений. Рассчитать невязку полученного решения.

$$\begin{cases} 4{,}4x_1 - 2{,}5x_2 + 19{,}2x_3 - 10{,}8x_4 = 4{,}3. \\ 5{,}5x_1 - 9{,}3 - 14{,}2x_3 + 13{,}2x_4 = 6{,}8. \\ 7{,}1x_1 - 11{,}5x_2 + 5{,}3x_3 - 6{,}7x_4 = -1{,}8. \\ 14{,}2x_1 + 23{,}4x_2 - 8{,}8 + 5{,}3x_4 = 7{,}2. \end{cases}$$

7. Обратить матрицу системы из задания 6. Все расчёты вести с двумя десятичными знаками.Вычислить определитель матрицы. Все расчёты вести с двумя десятичными знаками.

8. Решить систему линейных уравнений методом квадратных корней. Рассчитать невязку полученного решения.

$$\begin{cases} 3,14x_1 - 2{,}12x_2 + 1{,}17x_3 = 1{,}27; \\ -2{,}12x_1 + 1,32x_2 - 2,45x_3 = 2{,}13\,; \\ 1,17x_1 - 2,45x_2 + 1{,}18x_3 = 3{,}14. \end{cases}$$

9. Решить систему по схеме Халецкого. Рассчитать невязку полученного решения.

$$\begin{cases} 0{,}63x_1 + 1,00x_2 + 0,71x_3 + 0{,}34x_4 = 2{,}08; \\ 1,17x_1 + 0,18x_2 - 0,65x_3 + 0,71x_4 = 0{,}17; \\ 2,71x_1 - 0,75x_2 + 1{,}17x_3 - 2,35x_4 = 1{,}28; \\ 3{,}58x_1 + 0{,}21x_2 - 3,45x_3 - 1,18x_4 = 0{,}05. \end{cases}$$

10.Методом итераций решить систему линейных уравнений с точностью до 0,01, предварительно оценив число необходимых для этого шагов.

$$\begin{cases} x_1 = 0{,}23x_1 - 0{,}04x_2 + 0{,}21x_3 - 0{,}18x_4 + 1{,}24; \\ x_2 = 0{,}45x_1 - 0{,}23x_2 + 0{,}06x_3 - 0{,}88; \\ x_3 = 0{,}26x_1 + 0{,}34x_2 - 0{,}11x_3 + 0{,}62; \\ x_4 = 0{,}05x_1 - 0{,}26x_2 + 0{,}34x_3 - 0{,}12x_4 - 1{,}17. \end{cases}$$

Тема 2.3. Итерационные методы решения СЛАУ

Примерные теоретические вопросы

1. Постановка задачи решения СЛАУ итерационными методами.
2. Метода Зейделя.
3. Достаточное условие сходимости метода Зейделя.
4. Метод простой итерации.
5. Смысл сжимающих отображений. Его графическое представление.
6. Достаточное условие сходимости метода простой итерации.

Примерные практические задания

7. Методом Зейделя решить с точностью 0,01 систему линейных уравнений, приведя ее к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 2{,}7x_1 + 3{,}3x_2 + 1{,}3x_3 = 2{,}1; \\ 3{,}5x_1 - 1{,}7x_2 + 2{,}8x_3 = 1{,}7; \\ 4{,}1x_1 + 5{,}8x_2 - 1{,}7x_3 = 0{,}8. \end{cases}$$

Тема 2.4. Методы решения алгебраических проблем собственных значений

Примерные теоретические вопросы

1. Собственное число и собственный вектор матрицы.
2. Геометрический смысл задачи об определении собственного числа и собственного вектора матрицы.
3. Частичная и полная задачи на определение собственных значений и собственных векторов матрицы.
4. Степенной метод определения собственных значений и собственных векторов матрицы.
5. Метод Якоби для решения полной задачи собственных чисел и собственных векторов матрицы.

Примерные практические задания

6. Используя метод итерации, определить

- первое собственное число матрицы (наибольшее по модулю) и найти соответствующий ему собственный вектор;
- последнее собственное число (наименьшее по модулю) и найти соответствующий ему собственный вектор.
- второе по модулю собственное число.

Для улучшения сходимости итерационного процесса воспользоваться возведением матрицы в степень (ограничиться 8-й степенью). Чтобы избежать возрастания результатов, проводить нормировку, векторов.

7. Используя метод вращений Якоби, определить все собственные числа и векторы.Вычисления выполнять с точностью 0,01.

$$A=\begin{pmatrix} 2,1 & 1 & 1,1 \\ 1 & 2,6 & 1,1 \\ 1,1 & 1,1 & 3,1 \end{pmatrix}$$

Тема 2.5. Решение систем нелинейных уравнений.

Примерные теоретические вопросы

1. Постановка задачи решения СНУ.
2. Метод простой итерации.
3. Метод покоординатной итерации.
4. Метод Ньютона.
5. Градиентный метод.

Примерные практические задания

6. Используя метод итераций решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001, рассчитав предварительно по формуле априорной оценки погрешности достаточное для достижения заданной точности число итераций. Рассчитать невязку решения.

$$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1{,}2; \\ 2x + \cos y = 2. \end{cases}$$

.

Тема 2.6. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Примерные теоретические вопросы

1. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Метод Эйлера решения задачи Коши для уравнения первого порядка. Геометрический смысл. Вывод формул из уравнения касательной и ряда Тейлора.
3. Формулы Рунге-Кутты.
4. Метод стрельбы для решения краевой задачи второго порядка. Геометрический смысл. Приведение уравнения второго порядка к системе уравнений первого порядка.
5. Метод конечных разностей. Сходимость метода.

Примерные практические задания

6. Получить приближенное решение задачи Коши $y'=\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, $y(0)=1$ в виде степенного ряда. Рассчитать четыре слагаемых ряда. Оценить погрешность по формуле остаточного члена ряда.
7. Найти точное аналитическое решение и сопоставить с приближенным решением – для сопоставления составить таблицу и привести графики решений в единой системе координат.
8. Получить приближенное решение задачи Коши $y'=2x$, y(0)=0 на отрезке $[0,1]$

8.1. Методом Эйлера. Оценить локальную погрешность метода по правилу Рунге (добиться, чтобы она была меньше 0,1).

8.2. Методом Рунге-Кутты 4-го порядка, с тем расчетным шагом, который получился в задании 8.1.

8.3. Найти точное аналитическое решение и сопоставить с численными решениями – для сопоставления составить таблицу и привести графики решений в единой системе координат.

9. Решить краевую задачу $y''+\dfrac{y'}{x}+2y=x$, $\begin{cases} y(0,7)=0,5 \\ 2y(1)+3y'(1)=1,2 \end{cases}$

9.1 Методом стрельбы с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ шаг $h=0,1$.

9.2 Методом конечных разностей с точностью $\varepsilon=10^{-3}$, шаг $h=0,1$. Сравнить решения, построив графики в единой системе координат.

Составитель: Решетникова Е.В., канд.техн. наук, доцент кафедры математики, физики и математического моделирования