

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00

471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Новокузнецкий институт (филиал)

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего образования «Кемеровский государственный университет»

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра экономики и управления

М.А. Кречетова, О.Ф. Масленкова

ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Методические указания по выполнению контрольной работы

для обучающихся по направлению подготовки

38.03.01 Экономика (все профили)

Заочное обучение

Новокузнецк 2019

УДК 378.146:[336:51](072)

ББК 74.484(2Рос-4Кем)я73+65.26в631я73

Финансовые вычисления: метод. указ по выполнению контрольной работы по дисциплине для студентов, обучающихся по направлению 38.03.01 Экономика (все профили), заочной формы обучения/ М.А. Кречетова, О.Ф Масленкова; Новокузнец. ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2019. – 33 с.

Приводятся методические указания по выполнению контрольной работы по дисциплине «Финансовые вычисления»: задания; требования к их выполнению; критерии оценивания заданий, решение типовых примеров по темам, список литературы. Методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов заочной формы обучения, обучающихся по направлению 38.03.01 Экономика (все профили), квалификация (степень) выпускника «Бакалавр».

Рекомендовано
на заседании кафедры экономики и
управления
« 9 » октября 2019 года.

Заведующий кафедрой
 О. Н. Соина-Кутищева

Утверждено
методической комиссией факультета
информатики, математики и экономики
« 14 » ноября 2019 года.

Председатель методкомиссии ФИМЭ
 Бойченко Г.Н.

© Кречетова М.А., Масленкова О.Ф. 2019

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет», Новокузнецкий институт (филиал), 2019

Текст представлен в авторской редакции

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. Основные требования к выполнению контрольной работы.....	5
1.1 Выбор варианта работы.....	5
1.2 Требования по выполнению расчетных заданий.....	6
1.3 Методические указания по оформлению контрольной работы.....	6
2 Задания на контрольную работу.....	7
3 Методические указания по выполнению контрольной работы.....	17
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	31
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	32
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	33
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.....	34

ВВЕДЕНИЕ

Целью изучения дисциплины «Финансовые вычисления» является подготовка специалистов, владеющих современной методологией проведения финансовых расчетов при решении различных прикладных задач в экономике.

Учебная дисциплина «Финансовые вычисления» является обязательной дисциплиной по выбору ВУЗа для направления 38.03.01 Экономика, дисциплина формирует у будущих специалистов навыки проведения различных финансовых вычислений, особенно с учетом фактора времени и инфляции. В современной экономике владение этими навыками является непременным условием принятия обоснованных инвестиционных решений.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы академического бакалавриата:

- ОПК-3 «способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы»;

- ПК-2 «способностью на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы рассчитать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов»;

- ПК-3 «способностью выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами».

Задачи дисциплины - сформировать у студентов полное и четкое представление о роли и значении финансовых вычислений в практике деятельности современных компаний, функционирующих в условиях рыночной экономики, принципах и правилах проведения финансово-экономических расчетов; на основе теоретического и практического анализа дать студентам углубленные знания и широкие практические навыки и умения по организации, планированию и осуществлению финансово-экономических расчетов в современных условиях российской экономики.

Требуемая подготовка: знание основ экономических знаний и высшей математики.

Данные методические указания и задания контрольной работы составлены с учетом требований к подготовке студентов, обучающихся по направлению 38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и кредит», «Бухгалтерский учет, анализ и аудит».

Цель настоящих методических указаний – дать студентам возможность углубить и закрепить полученные на лекциях и практических занятиях знания и навыки, а также научить их применять эти знания на практике при решении различных практических задач самостоятельно.

Предлагаемые методические указания адресованы студентам заочного отделения ВУЗа, обучающихся по направлению 38.01.03 Экономика. Методические указания содержат задания по основным темам курса, методические указания по их решению и примеры решения некоторых задач, требования к выполнению заданий контрольной работы.

1. Основные требования к выполнению контрольной работы

1.1 Выбор варианта работы

Контрольная работа содержит 20 задач по основным темам курса, которые представлены в 30 вариантах. Номер варианта определяется по *номеру студента* в списке группы, или согласовывается с преподавателем индивидуально. Студент выполняет все задания. Некоторые задания являются для всех вариантов одинаковыми.

Приступая к выполнению заданий контрольной работы, необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы курса и методическими указаниями, изучить литературу.

1.2 Требования по выполнению расчетных заданий

1. Контрольная работа должна быть выполнена и представлена в срок, установленный преподавателем.
2. Задачи нужно решать в том порядке, в каком они даны в работе.
3. Решение задач следует сопровождать необходимыми формулами, развернутыми расчетами, пояснениями и выводами.
4. На титульном листе должны быть указаны имя, фамилия, курс, группа, факультет, направление, профиль и номер варианта (Приложение 1).
5. Перед решением задачи должно быть приведено полностью ее условие.
6. Все расчеты относительных показателей проводить с точностью до 0.01, а процентов – с точностью до 0.1.
7. Страницы контрольной работы должны быть пронумерованы и иметь достаточно широкие поля для замечаний и исправлений (дополнений), вносимых студентом после проверки.
8. В конце работы следует указать список использованной литературы.
9. Если работа выполнена неудовлетворительно, то она возвращается студенту для доработки. К защите студент должен внести все исправления и подготовить ответы на замечания.
10. К сдаче зачета студент допускается только при наличии защищенной контрольной работы.

Выполненная работа сдается на проверку преподавателю. Удовлетворительно выполненная работа оценивается на определенное количество баллов (таблица 1). Минимальное количество баллов 25, максимальное 46. Правильное выполнение каждой задачи с подробными выводами оценивается максимальным количеством баллов, решение с недочетами меньшим количеством баллов.

Таблица 1 - Критерии оценивания контрольной работы студента

Критерии оценивания	Баллов за одну задачу	
	Минимум	Максимум
Задача 1-16	16	32
Задача 17	3	5
Задача 18-19	3	4
Задача 20	3	5
Итого	25	46

1.3 Методические указания по оформлению контрольной работы

В ходе выполнения контрольной работы студент выполняет самостоятельную работу, посвященную изучению и закреплению конкретного направления теории и практики финансовых вычислений, что способствует решению ряда важнейших задач обучения, а именно систематизации, закреплению и расширению теоретических знаний и практических навыков финансовых вычислений, применение этих знаний при решении конкретных расчетных заданий, рассматриваемых в контрольной работе.

За качество, правильность представленных расчетов, обоснованные решения и рекомендации, а также за своевременное и в соответствующем объеме выполнение контрольной работы несет ответственность студент.

Структура контрольной работы

Структура контрольной работы следующая:

- 1 Титульный лист (Приложение 1).
- 2 Содержание (Приложение 2).
- 4 Введение.
- 5 Решение расчетных заданий.
- 6 Заключение.
- 8 Список использованных источников.

Содержание работы

Содержание включает наименование всех разделов, подразделов и пунктов с указанием номера страниц, с которых они начинаются. Пример оформления содержания представлен в Приложении 2.

Введение

Во Введении (порядка 5% от общего объема работы) пояснительной записки контрольной работы необходимо обосновать актуальность предстоящей работы. Объем введения – до одной страницы.

Далее следует основная часть контрольной работы (решение расчетных заданий, подкрепленное формулами, таблицами; обоснование самостоятельных выводов и предложений).

Решение расчетных заданий

Основная часть контрольной работы - решение расчетных заданий, подкрепленное формулами, таблицами; обоснование самостоятельных выводов и предложений.

Заключение

Должно дать представление о проделанной работе, о полученных результатах и сформулированных выводах.

Список использованных источников

Список литературы, составляемый студентом, должен включать только источники, непосредственно использованные в контрольной работе, т.е. те, которые цитировались, на которые делались ссылки или если они послужили основой для формирования точки зрения студента.

Правила оформления работы

Работа представляется к защите в виде текста, к которому предъявляется ряд требований по оформлению [6]. Литература оформляется в соответствии с ГОСТ.

2. Задания на контрольную работу

Простые проценты

1. Ссуда выдана сроком на: 30 дней, 100 дней; 4 месяца; 1 год. По данным таблицы 2 (по своему варианту) определить сумму к возврату ссуды и процентный доход.

Таблица 2 – Размер ссуды и ставка

Вариант	Ссуда, тыс. руб.	Ставка, %	Вариант	Ссуда, тыс. руб.	Ставка, %
1	800	16,0	16	200	17,4
2	280	18,5	17	300	15,0
3	370	16,3	18	400	16,2
4	690	14,9	19	1000	17,0
5	1100	15,7	20	600	15,9
6	1850	19,0	21	700	15,2
7	680	18,0	22	890	16,4
8	390	14,1	23	900	15,2
9	485	13,7	24	970	14,9
10	920	18,2	25	850	16,4
11	590	19,7	26	750	14,8
12	630	14,8	27	410	17,5
13	380	13,7	28	650	16,9
14	480	15,9	29	870	15,7
15	510	16,8	30	710	18,5

2. При известной годовой ставке простых процентов (таблица 3) определить через сколько лет начальная сумма увеличится: в 2 раза; в 3 раза; в 4 раза.

Таблица 3 – Размер ставки, по которой производится начисление

Вариант	Ставка, %	Вариант	Ставка, %
1	16,0	16	17,4
2	14,5	17	15,0
3	16,3	18	16,2
4	14,9	19	17,0
5	15,7	20	15,9
6	14,0	21	15,2
7	18,0	22	16,4
8	14,1	23	15,2
9	13,7	24	14,9
10	16,2	25	16,4
11	15,7	26	14,8
12	14,8	27	17,5
13	13,7	28	16,9
14	15,9	29	15,7
15	16,8	30	15,5

3. Банк выдал клиенту кредит. Определите сумму, подлежащую возврату по английской, французской и германской практике по данным таблицы 4.

Таблица 4 – Параметры кредитных сделок

Вариант	Дата выдачи	Срок возврата	Процентная ставка, %	Сумма основного долга, руб.	Вариант	Дата выдачи	Срок возврата	Процентная ставка, %	Сумма основного долга, руб.
1	10.01	20.08	10,2	200000	15	16.01	11.09	13,4	300000
2	19.01	30.10	14,0	300000	16	1.02	13.08	11,0	570000
3	5.02	18.09	12,6	280000	17	28.03	30.10	18,5	512000
4	9.01	1.06	18,0	350000	18	12.02	5.12	14,3	640000
5	30.01	10.11	14,9	100000	19	14.03	5.06	20,4	700000
6	24.03	15.09	10,0	275000	20	16.01	26.10	17,0	450000
7	16.02	20.11	14,3	120000	21	11.04	24.11	18,9	396000
8	18.03	3.12	18,7	800000	22	9.01	12.09	12,0	360000
9	16.04	23.10	21,2	750000	23	6.04	7.12	14,3	430000
10	3.01	19.10	13,0	240000	24	5.02	6.10	16,7	270000
11	18.01	19.05	16,5	260000	25	7.01	5.05	10,9	590000
12	12.02	19.11	13,7	160000	26	12.02	14.12	13,5	540000
13	2.03	14.07	12,0	298000	27	24.02	16.09	21,3	237000
14	10.04	17.12	16,2	175000	28	2.01	24.11	16,0	624000

4. Фирма получила кредит с оговоренной суммой возврата (таблица 5). Определите процентную ставку, если срок кредита составляет год – 360 дней.

Таблица 5 – Сумма выдачи и возврата кредита

Вариант	Первоначальная сумма, тыс. руб.	Сумма возврата, тыс. руб.	Вариант	Первоначальная сумма, тыс. руб.	Сумма возврата, тыс. руб.
1	200	250	16	370	399
2	180	220	17	390	436
3	150	175	18	280	307
4	370	410	19	450	474
5	250	280	20	480	509
6	380	420	21	805	845
7	470	500	22	610	629
8	620	650	23	740	781
9	390	420	24	210	242
10	250	286	25	280	296
11	810	834	26	470	504
12	890	918	27	820	853
13	180	202	28	705	738
14	290	324	29	810	837
15	620	647	30	600	624

5. По данным таблицы 6 определить на какой срок (в днях и годах) была выдана ссуда, если использовалась простая процентная ставка в размере: 10,0%; 12,5%; 15,7%.

Таблица 6 – Сумма выдачи и возврата кредита

Вариант	Первоначальная сумма, тыс. руб.	Сумма возврата, тыс. руб.	Вариант	Первоначальная сумма, тыс. руб.	Сумма возврата, тыс. руб.
1	210	219	16	350	417
2	190	201	17	360	399
3	180	189	18	240	278
4	350	387	19	410	487
5	270	286	20	460	499
6	390	410	21	835	888
7	440	452	22	600	671
8	630	658	23	750	824
9	350	389	24	230	243
10	270	297	25	240	289
11	820	910	26	410	488
12	870	965	27	850	888
13	190	213	28	765	809
14	250	264	29	800	875
15	640	698	30	650	689

Сложные проценты

6. Определенная сумма (таблица 7) инвестируется под годовую процентную ставку: 1) на 6 месяцев; 2) 1 год; 3) 5 лет.

Найдите наращенные суммы при условии ежегодного начисления сложных процентов.

Таблица 7 – Размер инвестируемой суммы и процентная ставка

Вариант	Ссуда, тыс. руб.	Ставка, %	Вариант	Ссуда, тыс. руб.	Ставка, %
1	800	16,0	16	200	17,4
2	280	18,5	17	300	15,0
3	370	16,3	18	400	16,2
4	690	14,9	19	1000	17,0
5	1100	15,7	20	600	15,9
6	1850	19,0	21	700	15,2
7	680	18,0	22	890	16,4
8	390	14,1	23	900	15,2
9	485	13,7	24	970	14,9
10	920	18,2	25	850	16,4
11	590	19,7	26	750	14,8
12	630	14,8	27	410	17,5
13	380	13,7	28	650	16,9
14	480	15,9	29	870	15,7
15	510	16,8	30	710	18,5

7. На банковский вклад (таблица 8) в течение 5 лет начисляются сложные проценты по соответствующей ставке на следующих условиях: первые 2 года ставка первоначальна, каждые следующий год ставка увеличивается на определенную величину. Определить наращенную к концу срока сумму, если проценты начислялись: один раз в году.

Таблица 8 – Варианты вклада

Вариант	Сумма, тыс. руб.	Первоначальная ставка, %	Увеличение ставки, %	Вариант	Сумма, тыс. руб.	Первоначальная ставка, %	Увеличение ставки, %
1	800	17,4	1,1	16	200	16,0	0,8
2	280	15,0	0,9	17	300	18,5	1,0
3	370	16,2	1,7	18	400	16,3	1,1
4	690	17,0	2,1	19	1000	14,9	0,7
5	1100	15,9	0,8	20	600	15,7	1,2
6	1850	15,2	0,5	21	700	19,0	1,9
7	680	16,4	1,0	22	890	18,0	2,0
8	390	15,2	1,4	23	900	14,1	0,8
9	485	14,9	0,6	24	970	13,7	0,9
10	920	16,4	1,9	25	850	18,2	1,0
11	590	14,8	1,4	26	750	19,7	1,7
12	630	17,5	2,1	27	410	14,8	0,6
13	380	16,9	0,5	28	650	13,7	0,9
14	480	15,7	0,9	29	870	15,9	0,7
15	510	18,5	1,7	30	710	16,8	1,5

8. Банк предоставил ссуду (таблица 9) на 2 года на следующих условиях: а) ежегодного начисления процентов; б) ежеквартального начисления процентов; в) полугодового начисления процентов. Какую сумму предстоит вернуть банку по истечению срока ссуды при использовании схемы сложных процентов.

Таблица 9 – Размер ссуды и ставка

Вариант	Ссуда, тыс. руб.	Ставка, %	Вариант	Ссуда, тыс. руб.	Ставка, %
1	700	16,0	16	460	17,4
2	390	18,5	17	370	15,0
3	470	16,3	18	520	16,2
4	790	14,9	19	1200	17,0
5	900	15,7	20	610	15,9
6	1150	19,0	21	760	15,2
7	780	18,0	22	820	16,4
8	290	14,1	23	840	15,2
9	585	13,7	24	930	14,9
10	620	18,2	25	810	16,4
11	390	19,7	26	680	14,8
12	430	14,8	27	480	17,5

13	580	13,7	28	570	16,9
14	680	15,9	29	690	15,7
15	310	16,8	30	770	18,5

9. Предприниматель взял в банке ссуду (таблица 10) под сложную процентную ставку 16% годовых. Через 2 года кредит был погашен. Определите первоначальную сумму ссуды, если проценты начислялись а) ежегодно; б) по полугодиям; в) ежемесячно.

Таблица 10 – Величина возвращенной ссуды

Вариант	Возвращенная ссуда, тыс. руб.	Вариант	Возвращенная ссуда, тыс. руб.
1	706	16	282
2	586	17	354
3	479	18	439
4	491	19	757
5	803	20	668
6	950	21	705
7	580	22	899
8	690	23	950
9	568	24	910
10	956	25	856
11	596	26	776
12	657	27	445
13	387	28	665
14	434	29	824
15	558	30	713

10. За какой срок исходная первоначальная сумма возрастет до заданной (таблица 11), если сложные проценты по ставке 11% годовых начисляются: а) ежегодно; б) ежеквартально?

Таблица 11 – Первоначальная сумма и сумма возврата

Вариант	Первоначальная сумма, тыс. руб.	Сумма возврата, тыс. руб.	Вариант	Первоначальная сумма, тыс. руб.	Сумма возврата, тыс. руб.
1	210	289	16	350	490
2	190	278	17	360	476
3	180	274	18	240	312
4	350	458	19	410	523
5	270	360	20	460	564
6	390	489	21	835	1199
7	440	551	22	600	871
8	630	724	23	750	978
9	350	453	24	230	299
10	270	357	25	240	367
11	820	1098	26	410	534

12	870	1265	27	850	1099
13	190	293	28	765	999
14	250	389	29	800	1124
15	640	789	30	650	913

11. Вы имеете на счете определенную сумму (таблица 12) и хотели бы удвоить эту сумму через пять лет. Какое значение сложной процентной ставки удовлетворяет заданным условиям при: а) ежегодном начислении процентов; б) ежемесячном начислении процентов.

Таблица 12 – Размер суммы на счете

Вариант	Сумма на счете, тыс. руб.	Вариант	Сумма на счете, тыс. руб.
1	800	16	200
2	280	17	300
3	370	18	400
4	690	19	1000
5	1100	20	600
6	1850	21	700
7	680	22	890
8	390	23	900
9	485	24	970
10	920	25	850
11	590	26	750
12	630	27	410
13	380	28	650
14	480	29	870
15	510	30	710

12. Вы имеете возможность получить кредит либо на условиях 17% годовых с ежемесячным начислением сложных процентов, либо на условиях 19% годовых с ежеквартальным начислением сложных процентов. Какой вариант предпочтительнее?

13. Клиент поместил в банк 250 тыс. руб. на условиях начисления сложных процентов по процентной ставке 10% годовых. Через 1 год 9 месяцев клиент снял со счета 80 тыс. руб., еще через 3 года положил на свой счет 40 тыс. руб., а после этого через 2 года 3 месяца он закрыл счет. Определите сумму, полученную клиентом при закрытии счета.

14. Из какого капитала можно получить сумму (таблица 14) через 4 года при наращении по сложной процентной ставке 11% годовых, если наращение осуществлять: а) ежегодно; б) ежеквартально?

Таблица 14 – Размер наращенной суммы на счете

Вариант	Сумма на счете, руб.	Вариант	Сумма на счете, руб.
1	180000	16	120000
2	280000	17	330000

3	137000	18	240000
4	690000	19	190000
5	111000	20	260000
6	185000	21	470000
7	268000	22	389000
8	239000	23	290000
9	348500	24	197000
10	392000	25	585000
11	459000	26	375000
12	463000	27	241000
13	538000	28	465000
14	548000	29	287000
15	251000	30	171000

Учет инфляции

15. На вклад (таблица 15) начисляются сложные проценты по номинальной годовой процентной ставке. Оцените: сумму вклада через 5 лет; реальную доходность финансовой операции; минимальную положительную ставку, обеспечивающую реальное наращение капитала, если ожидаемый темп прироста инфляции – 1% в месяц.

Таблица 15 – Сумма вклада, ставка и число раз начисления процентов

Вариант	Сумма, тыс. руб.	Число раз начисления % в году	Номинальная ставка %	Вариант	Сумма, тыс., руб.	Число раз начисления % в году	Номинальная ставка %
1	800	12	10,0	16	200	6	11,9
2	280	2	13,8	17	300	4	11,6
3	370	4	12,8	18	400	2	12,3
4	690	6	14,7	19	1000	12	10,8
5	1100	12	12,0	20	600	6	14,0
6	1850	4	11,9	21	700	4	13,7
7	680	2	12,8	22	890	12	14,2
8	390	12	13,6	23	900	6	12,7
9	485	2	14,7	24	970	6	13,4
10	920	6	14,1	25	850	2	12,4
11	590	4	15,1	26	750	12	13,1
12	630	4	14,2	27	410	12	11,9
13	380	2	14,9	28	650	2	14,6
14	480	2	14,2	29	870	4	13,9
15	510	12	13,2	30	710	6	11,9

Эквивалентность процентных ставок, консолидация платежей

16. Кредит выдан по номинальной процентной (таблица 16).

Таблица 16 – Условия предоставления кредита по вариантам

№ п/п	Ставка, %	Число раз начислений процентов в году (m)	Срок кредита	№п/п	Ставка, %	Число раз начислений процентов в году (m)	Срок кредита
1	10,9	2	100 дней	16	10,5	12	4 месяца
2	23,0	4	10 месяцев	17	10,0	2	6 лет
3	21,5	6	2 года	18	12,4	4	240 дней
4	24,3	12	3 года	19	12,8	6	9 месяцев
5	20,7	2	1 год	20	13,7	12	5 лет
6	18,9	4	120 дней	21	13,9	2	7 месяцев
7	17,3	6	90 дней	22	15,8	4	220 дней
8	13,8	12	3 месяца	23	13,1	6	6 лет
9	20,9	2	11 месяцев	24	19,7	12	270 дней
10	14,5	4	4 года	25	18,5	2	13 месяцев
11	12,3	6	5 лет	26	8,3	4	10 лет
12	13,2	12	180 дней	27	16,8	6	5 месяцев
13	11,2	2	6 месяцев	28	17,9	12	210 дней
14	9,5	4	5 лет	29	16,3	2	5 лет
15	11,4	6	200 дней	30	14,7	4	300 дней

Определите эквивалентную простую и сложную процентную ставку.

17. Клиент взял в банке три кредита. Платежи по этим кредитам клиент желает объединить в один в другом банке (рефинансирование). Найдите консолидированную сумму платежа, если использовалась простая процентная ставка (для кредитов сроком менее одного года) и сложная процентная ставка (для кредитов сроком более одного года) в размере 13,0 %.

Задачу решите для двух согласованных сроков (таблица 17).

Таблица 17 – Условия консолидации кредитов

№ п/п	Кредит 1		Кредит 2		Кредит 3		Согласованные сроки платежей	
	Сумма, тыс. руб. (P)	Срок кредита	Сумма, тыс. руб. (P)	Срок кредита	Сумма, тыс. руб. (P)	Срок кредита	первый	второй
1	10,0	40 дней	20,0	60 дней	30,0	70 дней	80 дней	65 дней
2	15,0	2 Года	20,0	4 года	25,0	6 лет	7 лет	5 лет
3	30,0	60 дней	35,0	70 дней	40,0	100 дней	120 дней	90 дней
4	20,0	1 Месяц	30,0	3 месяца	40,0	6 месяцев	8 мес.	5 мес.

5	30,0	1 Год	40,0	3 года	50,0	6 лет	8 лет	5 лет
6	35,0	2 Месяца	40,0	4 месяца	45,0	6 месяцев	7 мес.	5 мес.
7	40,0	80 дней	45,0	100 дней	50,0	150 дней	180 дней	120 дней
8	45,0	3 Года	50,0	5 лет	55,0	7 лет	9 лет	6 лет
9	50,0	3 Месяца	55,0	7 месяцев	60,0	8 месяцев	10 мес.	5 мес.
10	57,0	45 дней	60,0	90 дней	63,0	140 дней	200 дней	120 дней
11	60,0	200 дней	65,0	240 дней	70,0	330 дней	350 дней	290 дней
12	20,0	2 года	40,0	5 лет	60,0	6 лет	8 лет	4 года
13	25,0	100 дней	40,0	180 дней	55,0	240 дней	280 дней	170 дней
14	10,0	3 месяца	25,0	6 месяцев	35,0	9 месяцев	11 мес.	7 мес.
15	30,0	4 года	60,0	5 лет	70,0	6 лет	8 лет	6 лет
16	38,0	120 дней	45,0	180 дней	60,0	250 дней	300 дней	200 дней
17	40,0	2 месяца	58,0	3 месяца	63,0	7 месяцев	8 мес.	5 мес.
18	50,0	170 дней	67,0	220 дней	80,0	290 дней	320 дней	210 дней
19	60,0	150 дней	65,0	190 дней	70,0	280 дней	340 дней	210 дней
20	65,0	3 года	73,0	5 лет	78,0	7 лет	9 лет	6 лет
21	65,0	140 дней	75,0	190 дней	85,0	270 дней	300 дней	240 дней
22	60,0	4 месяца	70,0	7 месяцев	80,0	10 мес.	11 мес.	8 мес.
23	70,0	80 дней	78,0	120 дней	83,0	190 дней	220 дней	150 дней
24	70,0	4 года	80,0	5 лет	100,0	7 лет	10 лет	6 лет
25	80,0	5 месяцев	85,0	8 месяцев	99,0	11 мес.	14 мес.	10 мес.
26	79,0	95 дней	90,0	130 дней	103,0	200 дней	230 дней	180 дней
27	22,0	6 месяцев	45,0	10 мес.	63,0	12 мес.	15 мес.	9 мес.
28	95,0	160 дней	104,0	250 дней	110,0	340 дней	350 дней	290 дней
29	30,0	2 года	64,0	4 года	80,0	6 лет	8 лет	5 лет
30	37,0	4 месяца	59,0	9 месяцев	78,0	11 мес.	12 мес.	10 мес.

Финансовые ренты

Постоянные

18. Клиент хочет накопить на своем счете сумму (таблица 18), осуществляя в конце каждого года равные вклады в банк под сложную процентную ставку 10% годовых. Какой величины должен быть каждый вклад, чтобы клиент мог накопить требуемую сумму за: а) 3 года; б) 5 лет; в) 7 лет; г) 10 лет?

Таблица 18 – Величина фонда

Вариант	Сумма, тыс. руб.	Вариант	Сумма, тыс. руб.
1	1000	16	980
2	800	17	1050
3	500	18	1200
4	700	19	450
5	1100	20	1800
6	900	21	1200
7	750	22	1300
8	620	23	2200

9	2000	24	2150
10	2500	25	2850
11	1700	26	3000
12	2100	27	2280
13	1350	28	3050
14	1750	29	1950
15	2550	30	2400

19. Анализируются два варианта накопления средств по схеме аннуитета постнумерандо:

а) вносить на депозит сумму в размере 15 тыс. руб. каждый квартал при условии, что банк начисляет 10% годовых с ежеквартальным начислением сложных процентов;

б) делать ежегодный вклад в размере 52 тыс. руб. на условиях 12% годовых при ежегодном начислении сложных процентов. Какая сумма будет на счете через 5 лет при реализации каждого плана? Какой план более предпочтителен?

Погашение кредитов

20. Банк выдал долгосрочный кредит в сумме (таблица 19) на несколько лет под 12% годовых. Погашение кредита должно производиться срочными выплатами при начислении процентов раз в год.

1) Составьте план погашения кредита дифференцированными платежами (одинаковый основной долг + проценты на остаток).

2.) Составьте план погашения кредита, если выплаты производится аннуитетным способом (равными суммами).

Составьте график платежей для каждого способа и определите прибыль банка.

Таблица 19 – Размер и срок кредита

Вариант	Сумма кредита, млн. руб.	Срок, лет	Вариант	Сумма кредита, млн. руб.	Срок, лет
1	80	4	16	29	6
2	70	6	17	35	3
3	100	5	18	40	6
4	88	6	19	99	5
5	50	6	20	60	6
6	55	4	21	75	5
7	68	5	22	89	3
8	39	4	23	90	4
9	45	5	24	97	5
10	92	5	25	85	4
11	70	4	26	77	5
12	63	3	27	41	3
13	38	5	28	65	5
14	50	4	29	87	3
15	20	4	30	71	3

3. Методические указания по решению заданий

Простые проценты

Определение наращенной суммы по простым процентам проводится по формуле:

$$S = S_0 \cdot (1 + t/T \cdot i),$$

где S_0 – начальная сумма вклада (кредита),

S -- наращенная сумма вклада (кредита),

t – число дней вклада(кредита),

T – число дней в году,

i ставка процента.

Начисление % может быть выполнено разными способами:

Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды, или, как часто называют, "германская практика расчета". Метод применяется тогда, когда не требуется большой точности, например при промежуточных расчетах. Обычно используется в Германии, Дании, Швеции. Продолжительность года условно принимается за 360 дней, а месяца – за 30 дней. Метод условно обозначается 360/360.

Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды, или "французская практика расчета". Этот метод распространен во Франции, Бельгии, Испании, Швейцарии. Он обозначается как 365/360 или $ACT/360$, т. е. продолжительность года условно принимается за 360 дней, а продолжительность ссуды рассчитывается точно по календарю.

Точные проценты с точным числом дней ссуды, или "английская практика расчета". Этот метод применяется в Португалии, Англии, США. Этот вариант дает самые точные результаты (продолжительность года и продолжительность ссуды берутся точно по календарю). В коммерческих документах он обозначается как 365/365.

ПРИМЕР 1: Ссуда в размере 1 млн. руб. выдана 20.01 до 05.10 включительно под 18% годовых. Какую сумму должен заплатить должник в конце срока при начислении простых процентов? При решении применить все три метода.

Решение:

Германская практика начисления простых процентов:

Временная база принимается за 360 дней, $K = 360$.

Количество дней ссуды: $\tau = 255$ дней.

$$S = 1,000,000 \left(1 + 0,18 \frac{255}{360} \right) = 1,127,500 \text{ руб.}$$

Французская практика начисления процентов:

Временная база принимается за 360 дней, $K = 360$.

Количество дней ссуды: $\tau = 278 - 20 = 258$ (Приложение 3).

$$S = 1,000,000 \left(1 + 0,18 \frac{258}{360} \right) = 1,129,000 \text{ руб.}$$

Английская практика начисления процентов:

Временная база принимается за 365 дней, $K = 365$.

Количество дней ссуды берется точным, $\tau = 278 - 20 = 258$ дней.

$$S = 1,000,000 \left(1 + 0,18 \frac{258}{365} \right) = 1,127,233 \text{ руб.}$$

В кредитных соглашениях иногда предусматриваются **изменяющиеся во времени процентные ставки**. Если это простые ставки, то наращенная на конец срока сумма определяется:

$$S = S_0(1 + t_1 i_1 + t_2 i_2 + \dots + t_m i_m) = S_0 \left(1 + \sum_t t_t i_t \right),$$

где i_t - ставка простых процентов в периоде t ;

t_t - продолжительность периода с постоянной ставкой.

ПРИМЕР 2: Контракт предусматривает следующий порядок начисления процентов: первый год – 20%, каждые последующие полгода ставка повышается на 3%. Определить множитель наращенной за 2 года.

Решение: Периоды начисления измеряем в годах. $t_1 = 1, t_2 = t_3 = \frac{1}{2}$,
 $i_1 = 0,2, i_2 = 0,23, i_3 = 0,26$.

$$\text{Тогда } A_t = 1 + \sum t_t i_t = 1 + 1 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,23 + 0,5 \cdot 0,26 = 1,44(3).$$

ПРИМЕР 3: Вклад в сумме 5,000 руб. был положен в банк 25 мая невисокосного года по ставке 35% годовых, а с 1 июля банк снизил ставку по вкладам до 30% годовых и 15 июля вклад был востребован. Определить сумму начисленных процентов при английской практике их начисления.

Решение: Количество дней для начисления процентов по первоначально действующей процентной ставке в размере 35% годовых рассчитывается точно и составляет 37 дней, а по измененной ставке 30% годовых – 14 дней.

Отсюда величина процентов будет равна:

$$I = 5,000 \cdot \left(\frac{37}{365} \cdot 0,35 + \frac{14}{365} \cdot 0,30 \right) = 234,93 \text{ руб.}$$

Таким образом, при закрытии счета клиент должен получить процентов в сумме 234,93 руб.

Дисконтирование по простым процентам

В финансовых вычислениях на практике часто приходится решать задачи, обратные определению наращенной суммы: по уже известной наращенной сумме (S) следует определить неизвестную первоначальную сумму долга (S_0).

Такие ситуации возникают при разработке условий финансовой сделки, или когда проценты с наращенной суммы удерживаются непосредственно при выдаче ссуды. Процесс начисления и удержания процентов вперед, до наступления срока погашения долга, называют **учетом**, а сами проценты в виде разности наращенной и первоначальной сумм долга **дисконтом** (*discount*):

$$D = S - S_0$$

Термин *дисконтирование* в широком смысле означает определение значения стоимостной величины на некоторый момент времени при условии, что в будущем она составит заданную величину.

Математическое дисконтирование – определение первоначальной суммы долга, которая при начислении процентов по заданной величине процентной ставки (i) позволит к концу срока получить указанную наращенную сумму:

$$S_0 = \frac{S}{1+ti} = S \cdot \frac{1}{1+ti} = S \cdot (1+ti)^{-1} = S \cdot A_t^D$$
, где A_t^D - дисконтный множитель (коэффициент приведения).

ПРИМЕР 4: Через 150 дней с момента подписания контракта необходимо уплатить 310 тыс. руб., исходя из 8% годовых и временной базы 360 дней. Определить первоначальную сумму долга.

Решение: Поскольку срок ссуды менее года, то используем формулу простых процентов:

$$S_0 = \frac{S}{1 + \frac{\tau}{K} \cdot i} = \frac{310,000}{1 + \frac{150}{360} \cdot 0,08} = 300,000 \text{ руб.}$$

$$\text{Или } S_0 = S \cdot A_t^D = 310,000 \cdot 0,9677419 = 300,000 \text{ руб.}$$

Таким образом, первоначальная сумма долга составила 300 тыс. руб., а проценты за 150 дней – 10 тыс. руб.

ПРИМЕР 5: Из какого капитала можно получить 3,9 млн. руб. через 2 года наращением по простым процентам при ставке 15%?

Решение: $S = 3,9$, $t = 2$, $i = 0,15$.

Тогда первоначальный капитал равен: $S_0 = \frac{S}{1+ti} = \frac{3,9}{1+2 \cdot 0,15} = 3$ млн. руб. Дисконт суммы S равен $D = S - S_0 = 3,9 - 3 = 0,9$ млн. руб.

Определение срока ссуды и величины процентной ставки.

Срок в годах:
$$t = \frac{S - S_0}{S_0 i} = \frac{\frac{S}{S_0} - 1}{i}$$

Величина процентной ставки:
$$i = \frac{S - S_0}{S_0 t};$$

Заметим, что для определения срока в днях $t = \frac{\tau}{K}$, а значит $\tau = tK$.

ПРИМЕР 6: Какова должна быть продолжительность ссуды в днях для того, чтобы долг, равный 100 тыс. руб., вырос до 120 тыс. руб. при условии, что начисляются простые проценты по ставке 25% годовых (ACT/ACT)?

Решение:
$$\tau = \frac{120 - 100}{100 \cdot 0,25} \cdot 365 = 292 \text{ дня.}$$

Сложные проценты

В финансовой практике значительная часть расчетов ведется с использованием схемы сложных процентов.

Применение схемы сложных процентов целесообразно в тех случаях, когда:

– проценты не выплачиваются по мере их начисления, а присоединяются к первоначальной сумме долга. Присоединение начисленных процентов к сумме долга, которая служит базой для их начисления, называется *капитализацией* процентов;

– срок ссуды более года.

Если срок контракта равен M месяцев, а i - годовая процентная ставка, то в формуле нара-

щенной суммы величину t нужно выразить как $t = \frac{M}{12}$ - часть года, тогда наращенная сумма

по сложной процентной ставке составит: $S = S_0 \cdot (1+i)^{\frac{M}{12}}$

Если срок контракта равен τ дней, то в формуле наращенной суммы $t = \frac{\tau}{K}$ - часть года, тогда

наращенная сумма по сложной процентной ставке составит: $S = S_0 \cdot (1+i)^{\frac{\tau}{K}}$.

Время при наращении по сложной ставке обычно измеряется как $\frac{365}{365}$.

В случае, когда срок финансовой операции выражен **дробным числом лет**, начисление процентов возможно с использованием трех методов:

• **общий** метод заключается в прямом расчете по формуле сложных процентов: $S = S_0 \cdot (1+i)^t$, где $t = a + b$ (t - период сделки, a - целое число лет, b - дробная часть года).

• **смешанный** метод расчета предполагает для целого числа лет периода начисления процентов использовать формулу сложных процентов, а для дробной части года – формулу простых процентов: $S = S_0(1+i)^a \cdot (1+bi)$.

ПРИМЕР 7: Депозит в 200 тыс. руб. положен в банк на 4 года под 15% годовых. Найти наращенную сумму, если ежегодно начисляются сложные проценты.

Решение: Применяя формулу $S = S_0 \cdot (1+i)^t$, получим:

$$S = 200000 \cdot (1+0,15)^4 = 349801,24 \text{ руб.}$$

ПРИМЕР 8: На банковский счет внесены 200000 руб. на 3 месяца по ставке 36% годовых. Найти наращенную сумму по сложным процентам.

Решение: Воспользуемся формулой $S = S_0 \cdot (1+i)^{\frac{M}{12}}$. Получаем:

$$S = 200000 \cdot (1+0,36)^{\frac{3}{12}} = 200000 \cdot 1,36^{\frac{1}{4}} \approx 215582,47 \text{ руб.}$$

ПРИМЕР 9: Сумма 10000 рублей внесена на банковский счет сроком на 73 дня по ставке 10% в год. Найти наращенную сумму по сложным процентам.

Решение: Применяя формулу $S = S_0 \cdot (1+i)^{\frac{t}{k}}$ получим:

$$S = 10000 \cdot (1+0,1)^{\frac{73}{365}} = 10000 \cdot 1,1^{\frac{1}{5}} \approx 10192,45 \text{ руб.}$$

ПРИМЕР 10. Сумма в размере 2000 долларов дана в долг на 2 года по ставке процента равной 10% годовых. Определить проценты и сумму, подлежащую возврату.

Решение: Нарощенная сумма $S = S_0 \cdot (1+i)^t = 2000 \cdot (1+0,1)^2 = 2420$ долларов

Сумма начисленных процентов $I = S - S_0 = 2420 - 2000 = 420$ долларов.

Таким образом, через два года необходимо вернуть общую сумму в размере 2420 долларов, из которой 2000 долларов составляет долг, а 420 долларов – "цена долга".

ПРИМЕР 11: В банке получен кредит под 9,5% годовых в размере 250 тыс. долларов со сроком погашения через два года и 9 месяцев. Определить сумму, которую необходимо вернуть по истечении срока займа двумя способами (общим и смешанным), учитывая, что банк использует германскую практику начисления процентов.

Решение: Общий метод:

$$S = S_0 \cdot (1+i)^t = 250 \cdot (1+0,095)^{2,9} = 320,87 \text{ тыс. долларов.}$$

Смешанный метод:

$$S = S_0 (1+i)^a \cdot (1+bi) = 250 \cdot (1+0,095)^2 \cdot (1+\frac{270}{360} \cdot 0,095) = 321,11 \text{ тыс. долларов.}$$

Таким образом, по общему методу проценты по кредиту составят: $I = S - S_0 = 320,87 - 250,00 = 70,87$ тыс. долларов; а по смешанному методу $I = S - S_0 = 321,11 - 250,00 = 71,11$ тыс. долларов.

Как видно, смешанная схема более выгодна кредитору.

Переменные ставки

В том случае, когда ставка сложных процентов меняется во времени, формула наращивания имеет следующий вид: $S = S_0 (1+i_1)^{t_1} (1+i_2)^{t_2} \cdots (1+i_k)^{t_k}$, где $i_1, i_2, \dots, i_k$ - последовательные значения ставок, $t_1, t_2, \dots, t_k$ - действующие периоды.

ПРИМЕР 12: В договоре зафиксирована переменная ставка сложных процентов, определяемая как 20% годовых плюс маржа 10% - в первые два года, 8% - в третий год, 5% - в четвертый год. Определить величину множителя наращивания за 4 года.

Решение:

Так как $A_{i(c)} = (1+i)^t$, то, учитывая условия задачи: $A_{i(c)} = (1+i_1)^{t_1} (1+i_2)^{t_2} (1+i_3)^{t_3} = (1+0,3)^2 (1+0,28)(1+0,25) = 2,704$.

Начисление % несколько раз в год

Если проценты начисляются несколько раз в год, то формулу наращивания можно представить следующим образом:

$$S = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^T$$

, где $T = tm$ - общее количество периодов начисле-

ния. Если T - целое число, то для вычисления множителя наращенной суммы можно пользоваться таблицей сложных процентов.

ПРИМЕР 13: Вклад на сумму 100 тыс. руб. был положен в банк под 20% годовых. Найти наращенную сумму за год, применяя поквартальное начисление процентов.

Решение: При начислении процентов поквартально количество периодов начисления в году $m = 4$, т.е.

$$S = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{tm} = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,2}{4}\right)^{1 \cdot 4} = 121,551 \text{ тыс. руб.}$$

Если срок ссуды измеряется **дробным числом периодов начисления**, то при m разовом начислении процентов в году наращенную сумму можно рассчитать несколькими способами, приводящими к различным результатам:

Схема сложных процентов:
$$S = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^a \left(1 + \frac{j}{m}\right)^b = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{a+b},$$

Смешанная схема:
$$S = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^a \left(1 + \frac{j}{m} \cdot b\right),$$

где

m - количество начислений в году;

j - годовая процентная ставка;

a - целое число подпериодов в t годах, обозначается $a = [tm]$;

b - дробная часть подпериода, обозначается $b = tm - [tm]$.

ПРИМЕР 14: Какова сумма долга через 25 месяцев, если его первоначальная величина 500 тыс. руб., проценты сложные, ставка 20% годовых, начисление поквартальное. Сумму долга найти двумя способами.

Решение: Число периодов начисления равно: $T = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$. Применяя два метода наращенной суммы –

общий и смешанный, получим:

$$S = 500000 \left(1 + \frac{0,2}{4}\right)^{8\frac{1}{3}} = 750840,04 \text{ руб.,}$$

$$S = S_0 \left(1 + \frac{0,2}{4}\right)^8 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{0,2}{4}\right) = 751039,85 \text{ руб.}$$

Наращение смешанным методом дает больший результат.

Математическое дисконтирование по сложной процентной ставке

Рассмотрим задачу определения S_0 по значению дохода S , планируемого к получению через t лет при заданной ставке сложных процентов i . Выразим из формулы $S = S_0 \cdot (1 + i)^t$

величину S_0 .
$$S_0 = \frac{S}{(1 + i)^t} = S \cdot A_{i(c)}^D$$
 - называется текущей, современной (или приведен-

ной) стоимостью, т.е. оценкой S с позиции текущего момента; тогда $A_{i(c)}^D = \frac{1}{(1 + i)^t} = \frac{1}{A_{i(c)}}.$

Величину $A_{i(c)}^D$ называют дисконтным, учетным, или дисконтирующим, множителем по сложной процентной ставке. Значения этого множителя легко табулировать.

Если сложные проценты начисляются m раз в году, то приведенная стоимость равна:

$$S_0 = \frac{S}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt}} = S \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt}}.$$

Разность $D = S - S_0 = S(1 - A_{i(c)}^D)$ - называется дисконтом.

ПРИМЕР 15: Из какого капитала можно получить 2 млн. руб. через 4 года наращением сложными процентами по ставке 24% годовых, если наращение вести: а) ежегодно; в) ежеквартально.

Решение:

а) применяя формулу $S_0 = \frac{S}{(1+i)^t}$ получаем: $S_0 = \frac{2000000}{(1+0,24)^4} = 845949,1956$ руб.

в) При ежеквартальном начислении $S_0 = \frac{S}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt}} = \frac{2000000}{\left(1 + \frac{0,24}{4}\right)^{4 \cdot 4}} = \frac{2000000}{(1,06)^{16}} \approx 787292,57$

руб.

Определение срока ссуды и величины процентной ставки

Так же как для простых процентов, для сложных процентов необходимо иметь формулы, позволяющие определить недостающие параметры финансовой операции:

1) срок ссуды:

$t = \frac{\log\left(\frac{S}{S_0}\right)}{\log(1+i)}$ - срок при наращении по сложной годовой ставке i ;

$t = \frac{\log\left(\frac{S}{S_0}\right)}{m \cdot \log\left(1 + \frac{j}{m}\right)}$ - срок при наращении по номинальной ставке процентов m раз в году;

$t = \frac{\log\left(\frac{S_0}{S}\right)}{\log(1-d)}$ - срок при дисконтировании по сложной годовой учетной ставке d ;

$t = \frac{\log\left(\frac{S_0}{S}\right)}{m \cdot \log\left(1 - \frac{f}{m}\right)}$ - срок при дисконтировании по номинальной учетной ставке m раз в

году;

$t = \frac{\ln\left(\frac{S}{S_0}\right)}{\delta}$ - срок при наращении по постоянной силе роста.

2) величина процентной ставки:

$$i = \sqrt[t]{\frac{S}{S_0}} - 1 \text{ - сложная годовая процентная ставка;}$$

$$j = m \cdot \left(\sqrt[m]{\frac{S}{S_0}} - 1 \right) \text{ - номинальная ставка процентов (} m \text{ раз в год);}$$

$$d = 1 - \sqrt[t]{\frac{S_0}{S}} \text{ - сложная учетная ставка } d ;$$

$$f = m \cdot \left(1 - \sqrt[m]{\frac{S_0}{S}} \right) \text{ - номинальная учетная ставка (} m \text{ раз в год);}$$

$$\delta = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{S}{S_0} \right) \text{ - постоянная сила роста.}$$

ПРИМЕР 16: За какой срок в годах сумма, равная 75 тыс. руб., достигнет 200 тыс. руб. при начислении процентов по сложной ставке 15% раз в году и поквартально?

Решение:

$$\text{а) } t = \frac{\log\left(\frac{S}{S_0}\right)}{\log(1+i)} = \frac{\log\left(\frac{200}{75}\right)}{\log(1+0,15)} = 7,0178 \text{ года}$$

$$\text{б) } t = \frac{\log\left(\frac{S}{S_0}\right)}{m \cdot \log\left(1 + \frac{j}{m}\right)} = \frac{\log\left(\frac{200}{75}\right)}{4 \cdot \log\left(1 + \frac{0,15}{4}\right)} = 6,6607 \text{ года.}$$

ПРИМЕР 17: Сберегательный сертификат куплен за 100 тыс. руб., выкупная его сумма 160 тыс. руб., срок 2,5 года. Каков уровень доходности инвестиций в виде годовой ставки сложных процентов?

$$\text{Решение: } i = \sqrt[t]{\frac{S}{S_0}} - 1 = \sqrt[2,5]{\frac{160}{100}} - 1 = 0,20684 \text{ или } 20,684\%.$$

Учет инфляции

ПРИМЕР 18. На вклад 280 тыс. руб. начисляются сложные проценты по номинальной годовой процентной ставке 10% один раз в год. Оцените сумму вклада через 2 года с точки зрения покупательной способности, если ожидаемый темп инфляции — 0,5 % в месяц.

Решение: При наращении сложными процентами при начислении процентов один раз в год сумма вклада составит:

$$F = 280000 \cdot (1 + 0,10)^2 = 338800 \text{ руб.}$$

Индекс инфляции за 2 года (24 мес.) при темпе инфляции 0,5% в месяц составит

$$u_2 = (1 + 0,005)^{24} = 1,127 \text{ за 2 года}$$

$$u_1 = (1 + 0,005)^{12} = 1,062 \text{ за 1 год.}$$

Следовательно, темп инфляции составил 12,7% за 2 года. Величина вклада с точки зрения его покупательной способности равна

$$F\alpha = F / u_2 = 338800 / 1,127 = 300621 \text{ руб.}$$

Вычитая из этой величины первоначальную сумму вклада, найдем реальный доход владельца вклада:

$$F\alpha - P = 300621 - 280000 = 20621 \text{ руб.}$$

Реальная процентная ставка, определяется по формуле $ir = (i - u_1) / u_1$,

где i - номинальная процентная ставка,

ir – реальная процентная ставка,

u_1 - индекс инфляции.

Определим реальную процентную ставку $ir = (10 - 6,2) / 1,062 = 3,58\%$

Процентная ставка, которая покроет данный уровень инфляции равна $I = i + 0,1 + (1,062 - 1) + 0,1 * (1,062 - 1) = 0,1682$ или 16,82 %

Эквивалентность процентных ставок

Эквивалентные ставки – это, ставки которые дают одинаковый результат за один и тот же промежуток времени. Соотношение эквивалентности можно получить для любой пары ставок из равенства соответствующих множителей наращения.

Эквивалентность простых и сложных процентных ставок

Пусть через i_s и i обозначены соответственно ставки простых и сложных процентов, начальные и наращённые суммы при применении двух видов ставок идентичны. Приравняем множители наращения

$$(1 + n * i_s) = (1 + i/m)^{n*m}$$

В результате получим расчётные формулы

$$i = m * (\sqrt[n*m]{1 + n * i_s} - 1), \quad i_s = \frac{(1 + i/m)^{n*m} - 1}{n}$$

Финансовая эквивалентность обязательств и конверсия платежей

Принято считать эквивалентными такие платежи, которые, будучи приведёнными к одному моменту времени, оказываются равными. Операция «приведение» осуществляется на основе путём дисконтирования (приведение к более ранней дате) или, наоборот, путём наращивания суммы платежа (если эта дата относится к будущему). Если при изменении условий контракта принцип финансовой эквивалентности не соблюдается, то одна из участвующих сторон терпит ущерб, размеры которого можно заранее определить. Область применения принципа финансовой эквивалентности достаточно широка. Данный принцип лежит в основе преобладающего числа методов количественного финансового анализа.

Одним из распространённых случаев изменения условий контрактов является консолидация (объединение) платежей. Пусть платежи $S_1, S_2, \dots, S_m$ со сроками $n_1, n_2, \dots, n_m$ заменяются одним платежом в сумме S_0 и сроком n_0 .

В общем случае, когда справедливо соотношение $n_1 < n_2 < \dots < n_m$, искомую величину находят как сумму наращённых и дисконтированных платежей. Так, при применении простых процентных ставок получим

$$S_0 = \sum_j S_j * (1 + t_j * i) + \sum_k S_k / (1 + t_k * i)$$

где S_j - размеры объединяемых платежей со сроками $n_k < n_0$; S_k - размеры платежей со сроками $n_k > n_0$,

$$t_j = n_0 - n_j$$

$$t_k = n_k - n_0$$

Консолидацию платежей можно осуществить и на основе сложных процентных ставок. Для общего случая $n_1 < n_0 < n_m$ получим формулу:

$$S_0 = \sum_j S_j * (1 + i)^{t_j} + \sum_k S_k / (1 + i)^{t_k}$$

ПРИМЕР 19. Два платежа размерами 100 и 50 тыс. руб. со сроками уплаты соответственно 150 и 240 дней объединяются в один со сроком 200 дней. Стороны согласились на применение при конверсии простой ставки, равной 20 %. Консолидированная сумма составит

$$S_0 = 100 * (1 + (200-150)/365 * 0,2) + 50 / (1 + (240-200)/365 * 0,2) = 102,74 + 48,93 = 151,67$$

ПРИМЕР 20. Платежи в 1 и 2 млн. руб. и сроками уплаты через 2 и 3 года соответственно объединяются в один со сроком 2,5 года. При консолидации используется сложная ставка 20 %. Искомая сумма (консолидированный платеж) составит:

$$S_0 = 1 * (1 + 0,2)^{(2,5-2)} + 2 / (1 + 0,2)^{(3-2,5)} = 1,0954 + 1,8257 = 2,9211 \text{ млн. руб.}$$

Финансовые ренты

Финансовые операции часто носят продолжительный характер и состоят не из разового платежа, а из их последовательности, т.е. потока платежей. Примером могут служить погашение долгосрочной ссуды, арендная плата, инвестиция в производство или в ценные бумаги и т.д.

Члены потока могут быть как положительными величинами (поступления), так и отрицательными величинами (выплатами), а временные интервалы, между членами такого потока, могут быть равными и неравными.

Определение: Если все выплаты одного знака и происходят через одинаковые интервалы времени, то такая последовательность платежей называется **финансовой рентой** или **аннуитетом** (annuity) независимо от назначения этих выплат.

Финансовая рента имеет следующие параметры: **член ренты** – величина каждого отдельного платежа; **период ренты** – временной интервал между двумя соседними платежами; **срок ренты** – время, измеренное от начала финансовой ренты до конца ее последнего периода; **процентная ставка** – ставка, используемая при наращении или дисконтировании платежей, образующих ренту.

Поскольку условия финансовых сделок весьма разнообразны, постольку разнообразны и виды потоков платежей. В основе **классификации** финансовых рент положены различные качественные признаки:

В зависимости от **периода продолжительности** ренты выделяют **годовую ренту**, которые представляют собой ежегодные платежи, т.е. период ренты равен 1 году;

срочную ренту, при которой период ренты может быть как более, так и менее года.

По **числу начислений процентов** различают

ренды с начислением 1 раз в год;

ренды с начислением m раз в год;

непрерывное начисление.

По **величине членов** ренды могут быть

постоянные ренды, где величина каждого отдельного платежа постоянна, т.е. рента с равными членами;

переменные ренды, где величина платежа варьирует, т.е. рента с неравными членами.

По **методу выплаты** платежей выделяют

обычные ренды, которые на практике встречаются чаще всего, – с выплатой платежа в конце периода ренты (*постнумерандо*);

ренды, с выплатой в начале периода ренты (*пренумерандо*). (Иногда выплаты могут производиться в середине каждого периода, примером чего может служить ежемесячная выплата, пенсии в определенный для каждого пенсионера день; характеристики этого случая будут заключены между соответствующими характеристиками ренты пренумерандо и постнумерандо).

Если период ренты совпадает с периодом начисления процентов, то рента называется *простой*, в противном случае — *общей*.

Наращенная сумма – сумма всех платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты. Это может быть обобщенная сумма задолженности, итоговый объем инвестиций и т.п.

В конце каждого года в течение t лет на счет вносится по R рублей. В конце срока ренты ее наращенная сумма будет равна сумме членов геометрической прогрессии:

$S = R + R(1+i) + R(1+i)^2 + \dots + R(1+i)^{t-1}$. Так как наращенная сумма равна геометрической прогрессии, то $S = R \frac{(1+i)^t - 1}{(1+i) - 1} = R \frac{(1+i)^t - 1}{i} = R \cdot S(t; i)$, где $S(t; i)$ - коэффициент наращивания ренты.

ПРИМЕР 21: Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд. Платежи поступают в виде постоянной годовой ренты постнумерандо в течение 3 лет. Размер разового платежа 4 млн. руб. На поступившие взносы начисляются проценты по ставке 20% годовых. Найти величину фонда на конец срока.

Решение: Величина фонда на конец срока составит: $S = R \cdot S(t; i) = 4 \cdot \frac{(1+0,2)^3 - 1}{0,2} = 14,56$ млн. руб.

Годовая рента, начисление процентов m раз в году

Проценты начисляются m раз в году, платежи делают один раз в конце года. Число членов ренты равно t , наращенная сумма равна

$S = R \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1} = R \cdot S\left(mt; \frac{j}{m}\right)$, где j - номинальная ставка процентов.

ПРИМЕР 22: Изменим условия примера 21, пусть проценты начисляются поквартально, а не раз в году.

Решение:
$$S = R \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1} = 4 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,2}{4}\right)^{3 \cdot 4} - 1}{\left(1 + \frac{0,2}{4}\right)^4 - 1} = 14,77 \text{ млн. руб.}$$

Переход от годового начисления процентов к поквартальному увеличивает наращенную сумму.

Если число выплат в году равно числу начислений процентов ($p = m$), тогда

$$S = \frac{R}{m} \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt} - 1}{\frac{j}{m}} = R \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt} - 1}{j}.$$

ПРИМЕР 23. Создается страховой фонд. В конце каждого года делается взнос в размере 40 тыс. руб. и на собранные деньги начисляются сложные проценты по годовой процентной ставке 10%. Определите размер фонда через 10 лет. Определите, каков должен быть взнос, чтобы при этой ставке накопить за 5 лет 1 млн. руб.

Решение:
$$S = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Найдем размер фонда через 10 лет:

$$40000 \cdot \frac{(1+0.1)^{10} - 1}{0.1} = 6.375 \times 10^5$$

Размер фонда составит 637500 тыс. руб.

Определение члена годовой ренты называется дисконтированием. И рассчитывается для годовой ренты по формуле: $R = S / \frac{(1+i)^n - 1}{i}$. Определим, размер взноса:

$$R = S / \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) = 1000000 / \left(\frac{(1+0.1)^5 - 1}{0,1} \right) = 163797,48 \text{ тыс. руб.}$$

Аннуитетный способ погашения кредита

В последние годы аннуитетный способ погашения получил широкое распространение на российском рынке потребительского кредитования. Особенность данного метода расчетов заключается в том, что все платежи имеют одинаковую (равную) величину, а распределение суммы каждого платежа между телом кредита и начисленными процентами разное. Размер платежа при аннуитетном способе погашения зависит от рассчитанного коэффициента аннуитета (K) и величины тела кредита и определяется следующим образом:

$$АП = ТК * K, \text{ где}$$

ТК—тело кредита (выданная сумма).

АП - аннуитетный платеж.

Далее, приведем наши математические формулы к практическому виду. Поскольку процентная ставка – годовая, а погашение кредита осуществляется ежемесячно, т.е. 12 раз в год, то формула для расчета аннуитетного платежа принимает следующий вид:

$$АП = ТК * \frac{i/12}{(1-(1+i/12)^{-k})}, \text{ где } .$$

k - количество месяцев, в течение которых предполагается погашение кредита.

ПРИМЕР 24. Условие: сумма кредита - 1 000 000 рублей, срок - три года (36 месяцев), ставка — 20%. Погашение осуществляется аннуитетными ежемесячными платежами. Определить аннуитетный платеж и переплату по кредиту.

Решение:

1. Процентная ставка по кредиту в месяц = годовая процентная ставка / 12 месяцев;
 $20 / 12 \text{ месяцев} / 100 = 0,017$.
2. Коэффициент аннуитета = $(0,017 * (1 + 0,017)^{36} / ((1 + 0,017)^{36} - 1)) = 0,037184$.
3. Ежемесячный аннуитетный платеж = $0,037184 * 1\,000\,000 \text{ рублей} = 37\,184 \text{ рубля}$.
4. Общие платежи по кредиту за весь срок $37184 * 36 = 1\,338\,623 \text{ руб.}$ Итого переплата по кредиту составила 338 623 рублей.

Дифференцированный способ погашения кредита

Особенность расчета процентов и графика платежей при дифференцированном способе заключается в равномерном погашении тела кредита на протяжении всего срока кредитования. Другими словами, первоначальная сумма кредита делится на срок кредитования, выраженный в месяцах (количество месяцев) в результате чего определяется доля ежемесячного платежа, закрывающая основную задолженность. По мере погашения долг становится меньше, а вместе с ним уменьшается и сумма начисляемых процентов. Самый большой платеж придется внести в первый месяц пользования кредитом, поскольку проценты начисляются на всю его сумму, во второй он будет незначительно меньше, в 3-й – еще меньше и т.д. по убыванию.

Формула для расчета суммы погашения тела кредита за один месяц выглядит следующим образом:

$$СТК = \frac{ТК}{k}, \text{ где}$$

СТК – сумма погашения тела кредита за один месяц;

ТК – сумма тела кредита;

k – количество месяцев.

Начисленные за месяц проценты рассчитываются по следующей формуле:

$$СП = СЗ * \frac{i}{12}, \text{ где}$$

СП – сумма процентов, начисленных за месяц;

СЗ – сумма задолженности по кредиту;

i – годовая процентная ставка.

Таким образом, размер ежемесячного дифференцированного платежа определяется по формуле:

$$ДП = \frac{ТК}{k} + СЗ * \frac{i}{12}$$

Некоторые банки исходят не из количества месяцев в году, а из количества дней. Тогда формула выглядит следующим образом:

$$ДП = \frac{ТК}{k} + СЗ * \frac{i*d}{365}, \text{ где}$$

d – число дней в текущем месяце.

ДП – величина платежа за расчетный месяц.

ПРИМЕР 25. Сумма кредита — 300 000 рублей, срок кредита — 6 месяцев (выдан 01 июля 2019 г.), ставка по кредиту — 20%. Погашение кредита осуществляется дифференцированными платежами.

Решение: 1. Ежемесячный платеж по основному долгу = сумма кредита / количество платежных периодов в течение всего срока кредита.

300 000 рублей / 6 месяцев = 50 000 рублей.

2. Ежемесячная сумма начисленных процентов по кредиту = остаток основного долга в текущем периоде * годовая процентная ставка * число дней в платежном периоде (от 28 до 31) / число дней в году (365 или 366).

1-й месяц = 300 000 рублей*20%*31/365=5 095,89 рубля.

2-й месяц = 250 000 рублей*20%*31/365=4 246,58 рубля.

3-й месяц = 200 000 рублей*20%*30/365=3 287,67 рубля.

4-й месяц = 150 000 рублей*20%*31/365=2 547,95 рубля.

5-й месяц = 100 000 рублей*20%*30/365=1 643,84 рубля.

6-й месяц = 50 000 рублей*20%*31/365=849,32 рубля.

3. Ежемесячный платеж по кредиту = ежемесячный платеж по основному долгу + ежемесячная сумма начисленных процентов по кредиту.

1-й месяц = 50 000 рублей+5 095,89 рубля=55 095,89 рубля.

2-й месяц = 50 000 рублей+4 246,58 рубля=54 246,58 рубля.

3-й месяц = 50 000 рублей+3 287,67 рубля=53 287,67 рубля.

4-й месяц = 50 000 рублей+2 547,95 рубля=52 547,95 рубля.

5-й месяц = 50 000 рублей+1 643,84 рубля=51 643,84 рубля.

6-й месяц = 50 000 рублей+849,32 рубля=50 849,32 рубля.

Итого платежи по кредиту составили 317 671,25 рубля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Касимов, Ю. Ф. Финансовая математика : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Ю. Ф. Касимов. – Москва : Юрайт, 2019. - 459 с. – ISBN 978-5-9916-3787-9. – URL: <https://www.biblio-online.ru/viewer/finansovaya-matematika-444143#page/1>. (дата обращения 01.02.2019). – Текст: электронный.
2. Копнова, Е. Д. Финансовая математика : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Е. Д. Копнова. – Москва : Юрайт, 2018. - 414 с. - ISBN 978-5-534-00620-9. – URL: <https://biblio-online.ru/viewer/finansovaya-matematika-413153#page/1>. – (дата обращения 01.02.2019). – Текст: электронный.

Дополнительная литература

1. Кузнецов, Г. В. Основы финансовых вычислений : учебное пособие / Г. В. Кузнецов, А. А. Кочетыгов. – Москва : ИНФРА-М, 2017. - 407 с. - ISBN 978-5-16-104838-2. – URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=553583>. – (дата обращения 01.02.2019). – Текст: электронный.
2. Мардас, А. Н. Основы финансовых вычислений : учебное пособие для академического бакалавриата / А. Н. Мардас. – Москва: Юрайт, 2019. - 127 с. – ISBN 978-5-534-03038-9. – URL: <https://www.biblio-online.ru/viewer/osnovy-finansovyh-vychisleniy-444124#page/2>. (дата обращения 01.02.2019). – Текст: электронный.
3. Мелкумов, Я. С. Финансовые вычисления. Теория и практика : учебно-справочное пособие / Я. С. Мелкумов. – Москва : ИНФРА-М, 2017. - 480 с. - ISBN 978-5-16-102298-6. – URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=765733>. (дата обращения 01.02.2019). – Текст: электронный.
4. Морошкин, В. А. Практикум по финансовому менеджменту. Технология финансовых расчетов с процентами : учебное пособие / В. А. Морошкин. – Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 120 с. - ISBN 978-5-16-104910-5. – URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=555817>. (дата обращения 01.02.2019). – Текст: электронный.
5. Шиловская, Н. А. Финансовая математика : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры. – Москва : Юрайт, 2019 г. - 179 с. – ISBN 978-5-534-07887-9. – URL: <https://www.biblio-online.ru/viewer/finansovaya-matematika-434037#page/1>. (дата обращения 01.02.2019). – Текст: электронный.
6. Правила оформления учебных работ студентов [Текст] : учеб.-метод. пособие / И. А. Жибинова [и др.] ; Новокузнец. ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та ; под ред. И. А. Жибиновой. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2018. – 124 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Новокузнецкий институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Кемеровский государственный университет»**

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра экономики и управления

Иванов Иван Иванович

гр. ЭАОЗ-18

Контрольная работа
по дисциплине «Финансовые вычисления»

ВАРИАНТ №

по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

Проверил:

канд. экон. наук, доцент

М.А. Кречетова

Общий балл: _____

Оценка: _____

подпись

«___» _____ 2019 г.

Новокузнецк, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Решение расчетных заданий.....	4
Задача №1.....	4
Задача №2.....	X
Задача №3.....	X
Задача №4.....	X
Задача №5.....	X
Задача №6.....	X
Задача №7.....	X
Задача №8.....	X
Задача №9.....	X
Задача №10.....	X
Задача №11.....	X
Задача №12.....	X
Задача №13.....	X
Задача №14.....	X
Задача №15.....	X
Задача №16.....	X
Задача №17.....	X
Задача №18.....	X
Задача №19.....	X
Задача №20.....	X
Заключение.....	X
Список использованных источников.....	X

Порядковые номера дней в году

День месяца	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сен- тябрь	Ок- тябрь	Ноябрь	Декабрь
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365