

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210def0e75e03a5b6fdf6436
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)

Кафедра математики, физики и математического моделирования

Е.В. Позднякова

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Методические рекомендации по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы (в

форме индивидуальных домашних заданий)

для обучающихся по направлению подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль «Математика и Информатика»

Новокузнецк

2019

УДК 372.851(072)
ББК 74.262.21 я73
П 47

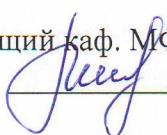
Позднякова Е.В.

П 47 Формирование исследовательских умений учащихся по математике: методические рекомендации по выполнению индивидуальных домашних заданий для студентов факультета информатики, математики и экономики, обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (профиль «Математика и Информатика») / Е.В. Позднякова; Новокузнецкий ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2019 – 50 с.

В работе изложены методические рекомендации по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы (в форме индивидуальных домашних заданий) по дисциплине «Формирование исследовательских умений учащихся по математике»: основные теоретические сведения, варианты индивидуальных домашних заданий и образец их выполнения, методические рекомендации по их выполнению и оформлению, оценивание работы в балльно-рейтинговой системе, список основной и дополнительной литературы, современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль «Математика и Информатика».

Рекомендовано на заседании
кафедры математики, физики и
математического моделирования
Протокол № 2 от 09.09.2019 г.

Заведующий каф. МФММ
 / Е.В. Решетникова

Утверждено методической комиссией
факультета информатики, математики и
экономики
Протокол № 1 от 12.09.2019 г.

Председатель методической комиссии ФИМЭ
 / Г.Н. Бойченко

УДК 372.851(072)
ББК 74.262.21 я73
П 47

© Позднякова Елена Валерьевна
© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»,
Новокузнецкий институт (филиал), 2019

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	4
ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ	5
Учебное исследование как многоаспектное дидактическое явление.....	5
Общие исследовательские умения и их структура.....	7
Средства формирования исследовательских умений	8
<i>Исследовательские задания</i>	8
<i>Исследовательские задачи</i>	9
<i>Компьютерный эксперимент</i>	10
<i>Система открытых задач.....</i>	14
Урок – учебное исследование.....	19
ВНЕАУДИТОРНАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (В ФОРМЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ”	23
Особенности и балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных заданий	23
Требования к выполнению и оформлению самостоятельной работы.....	28
Варианты индивидуальных домашних заданий	29
<i>Индивидуальное домашнее задание № 1</i>	29
<i>Индивидуальное домашнее задание № 2</i>	30
<i>Индивидуальное домашнее задание № 3</i>	31
Образец выполнения индивидуальных домашних заданий	31
<i>Индивидуальное домашнее задание № 1</i>	31
<i>Индивидуальное домашнее задание № 2</i>	35
<i>Индивидуальное домашнее задание № 3 (конспект урока)</i>	38
<i>Индивидуальное домашнее задание № 3 (технологическая карта урока) .</i>	44
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	47
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ	48

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящие методические материалы адресованы студентам, получающим квалификацию бакалавр по направлениям подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (профиль «Математика и Информатика») и направлены на оказание помощи студентам в выполнении внеаудиторной самостоятельной работы (в форме индивидуальных домашних заданий) по дисциплине “Формирование исследовательских умений учащихся по математике”, которая относится к вариативной части учебного плана и является дисциплиной по выбору.

Целью изучения данной дисциплины является: развитие исследовательской компетентности, подготовка в области организации и управления исследовательской деятельностью учащихся при обучении математике в системе основного общего и среднего образования.

Задачи дисциплины:

- изучение технологии учебного исследования;
- ознакомление с приемами и методами организации исследовательской деятельности школьников при обучении математике в средних и старших классах;
- развитие навыков проектирования поисковой, экспериментальной и исследовательской деятельности школьников при обучении математике.

В методические рекомендации включено:

- 1) основные теоретические сведения (учебное исследование как многоаспектное дидактическое явление, общие исследовательские умения и их структура, средства формирования исследовательских умений);
- 2) особенности оценивания самостоятельной работы в балльно-рейтинговой системе;
- 3) варианты внеаудиторной самостоятельной работы (в форме индивидуальных заданий) и образец ее выполнения;
- 4) требования к выполнению и оформлению самостоятельной работы;
- 5) список рекомендуемой литературы.
- 6) список современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

Основные теоретические сведения по дисциплине иллюстрируются соответствующими примерами, необходимыми чертежами, актуализируются в задачах школьного курса математики.

Список литературы для самостоятельной работы включает современные источники; указана литература основная и дополнительная.

Помощь в изучении дисциплины могут оказать рекомендуемые профессиональные базы данных, информационные справочные системы.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Учебное исследование как многоаспектное дидактическое явление

В реальной жизни мы имеем дело с определенными видами деятельности. Существует особая, выделенная от других деятельность, которую называют *исследовательской деятельностью* или *исследованием*.

Исследование – это настойчивые и объективные поиски решения проблемы, опирающиеся на проверенные и обобщенные факты

Проблема - это проблемная ситуация, принятая субъектом к решению на основе имеющегося фонда знаний, умений и опыта поиска.

Проблемная ситуация – явно или смутно осознанное субъектом затруднение, преодоление которого требует творческого поиска новых знаний, новых способов и действий.

Можно выделить три *этапа исследования*: наблюдение определенных вещей, явлений или процессов; создание гипотезы на основе наблюдаемых фактов и зависимостей между ними; опытная проверка гипотезы, которая осуществляется посредством вывода из гипотезы заключений или экспериментом.

Очевидно, что *исследовательская деятельность учащихся* имеет свои специфические особенности. Исследовательская деятельность учащихся – деятельность учащихся под руководством учителя, связанная с решением учащимися творческой исследовательской задачи с заранее неизвестным решением, предполагающая наличие основных этапов, характерных для научного исследования. Научно-исследовательская и учебно-исследовательская деятельность имеют разные цели: в научной деятельности главной целью является получение объективно новых данных, а в учебно-исследовательской - достижение образовательного результата средствами проведения научного исследования.

Учебное исследование – это вид познавательной деятельности, который основан на выполнении учебных заданий, предполагающих самостоятельное выявление учащимися новых для них знаний, способов деятельности и направленных на достижение целей обучения.

Характеристические признаки учебного исследования: 1) учебное исследование – процесс поисковой познавательной деятельности (изучение,

выявление, выяснение, установление чего-либо и т.д.); 2) учебное исследование всегда направлено на получение новых знаний, т.е. исследование всегда начинается с потребности узнать что-то новое; 3) учебное исследование предполагает самостоятельность учащихся при выполнении задания; 4) учебное исследование должно быть направлено на реализацию дидактических целей.

Задачи учебно-исследовательской деятельности:

- формирование интереса к познавательной, творческой, экспериментально-исследовательской деятельности;
- создание условий для социального и профессионального самоопределения школьников;
- совершенствование исследовательских умений школьников;
- развитие творческих способностей и личностных качеств учащихся;
- ориентация на дальнейшее продолжение образования в вузе.

Основные дидактические функции учебно-исследовательской деятельности:

- открытие новых знаний (т.е. установление существенных свойств понятий; выявление математических закономерностей; отыскание доказательства математического утверждения и т.п.);
- углубление изучаемых знаний (т.е. получение определений, эквивалентных исходному; обобщение изученных теорем; нахождение различных доказательств изученных теорем и т.п.);
- систематизацию изученных знаний (т.е. установление отношений между понятиями; выявление взаимосвязей между теоремами; структурирование изучаемого материала и т.п.);
- развитие учащегося, превращение его из объекта обучения в субъект управления, формирование у него самостоятельности и способности к самоуправлению (самообразованию, самовоспитанию, самореализации);
- обучение учащихся способам деятельности.

Этапы учебного исследования: постановка проблемы; выдвижение гипотезы; проверка гипотезы; вывод.

При более детальном анализе структуры учебного исследования можно выделить и такие его этапы, как:

- мотивация учебной деятельности;
- постановка проблемы исследования;
- анализ имеющейся информации по рассматриваемому вопросу;
- экспериментирование (проведение измерений, испытаний, проб и т.д.) с целью получения фактического материала;
- систематизация и анализ полученного фактического материала;

- выдвижение гипотезы;
- подтверждение или опровержение гипотез;
- доказательство гипотез.

Общие исследовательские умения и их структура

Для того, чтобы ученик мог успешно осуществлять поиск решения новой для него проблемы, он должен владеть необходимыми познавательными умениями.

Умение -это способность человека успешно выполнять определенные действия, определенную деятельность с высоким качеством и хорошим конечным результатом.

Умения, которые необходимы для осуществления успешного поиска решения проблемы, называют *общими* исследовательскими умениями (ОИУ), так как они применяются при решении проблем в любой сфере деятельности.

Общие исследовательские умения – это познавательные умения, обеспечивающие успешное осуществление поиска решения проблемы. Общие исследовательские умения могут использоваться учащимися при решении широкого круга задач не только в рамках одного предмета, но и на уроках по другим предметам, а также в разнообразной практической деятельности.

Выделяют следующие основные *структурные элементы общих исследовательских умений*:

- 1) уметь ставить цель работы;
- 2) уметь анализировать условия заданной ситуации;
- 3) уметь выдвигать и обосновывать гипотезы;
- 4) уметь планировать решение проблемы;
- 5) уметь анализировать результат.

Рассмотрим эти умения более подробно.

Умение ставить цель работы связано с видением проблемы, ее формулировкой, а также четким представлением желаемого результата. Основа умения и одновременно его проявление — вербализация постановки проблемы, ее проговаривание.

Умение анализировать условия заданной ситуации является одним из необходимых условий ее решения. Главная цель анализа условий заданной ситуации – осознание проблемной ситуации в целом. При этом оценивается ее сложность, а также непротиворечивость, необходимость и достаточность имеющихся данных. Достигаются эти оценки решением следующих вопросов:

- разбиение формулировки задачи на условие и требование;

- разбиение условия и требования на элементарные утверждения;
- оценка необходимости и достаточности имеющихся данных;
- оценка непротиворечивости имеющихся данных;
- исключение лишних условий;
- определение роли и значимости каждого из условий;
- определение необходимости и направления дальнейших исследований.

Гипотеза – это предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо явления, требующее проверки и доказательства

Выделяют следующие возможные пути “рождения” гипотезы, определяемые преобладанием того или иного вида умственной деятельности школьника:

- гипотеза выдвигается на основе опыта, эксперимента (опытная гипотеза);
- гипотеза получена индуктивным путем (рассуждением от частного к общему), (индуктивная гипотеза);
- гипотеза рождается на основе озарения (инсайт) (интуитивная гипотеза);
- гипотеза основана на дедукции (рассуждение от общего к частному), (дедуктивная гипотеза);
- гипотеза рождается на основе прошлого опыта субъекта (гипотеза по аналогии).

Умение планировать заключается в том, что обычно человек, решая задачу, разбивает ее в начале на ряд подзадач и подцелей (вспомогательных задач) и затем строит процесс решения как процесс достижения этих сформулированных подцелей.

Анализ результатов – это обоснованные, систематизированные выводы о результатах труда. Анализ результатов охватывает следующие аспекты:

- установление соответствия полученных результатов поставленным целям работы;
- рассмотрение иных возможных путей решения проблемы;
- установление аргументов (фактов, ссылок на литературу, законов науки и т.д.), подтверждающих истинность, возможность полученного результата.
- установление наличия (отсутствия) противоречий в рассуждениях, то есть проверка правильности хода решения как гарантии правильности результата;
- обобщение, конкретизация, аналогизация или специализация исходной задачи.

Итогом такого анализа является критическая оценка достигнутого.

Средства формирования исследовательских умений

Исследовательские задания

Исследовательские задания определяются как творческие задания, при выполнении которых проводится теоретическое и (или) экспериментальное исследование проблемы. Выделяют следующие группы творческих заданий:

1. Задания на комбинирование информации (выделение главного в тексте; сравнение; систематизация информации; изменение информации; дополнение информации; объединение текстов и заданий; самостоятельное составление текстов и заданий; исправление ошибок).
2. Задания на определение причинно-следственных связей (определение причин; определение следствий; доказательство; опровержение; определение закономерности; определение новой функции; определение связей между элементами системы; определение новых структурных элементов системы).
3. Заданий на планирование и выполнение практических действий (составление плана выполнения задания; планирование и проведение наблюдений, измерений и экспериментов; прогнозирование развития системы; анализ плана выполнения деятельности).

В ходе решения исследовательского задания учащиеся проходят все этапы учебного исследования: 1 этап – осознание, постановка проблемы; 2 этап – поиск и нахождение принципиального решения проблемы; 3 этап – реализация принципиального решения проблемы.

В зависимости от цели, поставленной на уроке, используют следующие типы исследовательских заданий при обучении математике: задание, связанное с введением нового понятия; задание, связанное с доказательством теоремы; задание, связанное с получением следствий из теоремы; задание, связанное с обобщением теоремы; задание, связанное с построением контрпримера к утверждению.

Исследовательские задачи

В теории проблемного обучения к *исследовательской задаче* может быть отнесена такая задача, которая содержит познавательное противоречие, заключающееся в том, что содержание учебного материала или методы, необходимые для решения поставленной задачи, учащемуся неизвестны.

В теории и методике обучения математике исследовательская задача предполагает проведение небольшого исследования: подметить некую закономерность, высказать гипотезу, вывести следствие, сделать вывод, провести правдоподобные рассуждения, развить тему задачи, найти обобщение, установить сходство, рассмотреть частный, предельный, вырожденный случаи.

В некоторых педагогических исследованиях учебно-исследовательскую деятельность учащихся при обучении математике связывают с дополнительной

работой над задачей, когда от ученика требуется исследовать саму задачу, а именно установить, при каких условиях задача имеет решение, сколько различных решений в каждом отдельном случае, при каких условиях задача вообще не имеет решения и т.д. Также полезно проводить анализ выполненного решения, в частности, установить, нет ли другого, более рационального способа решения, нельзя ли задачу обобщить, какие выводы можно сделать из этого решения и т.д.

Компьютерный эксперимент

Наблюдение и опыт. *Наблюдением* называется метод изучения, фиксирования свойств и отношений отдельных объектов и явлений окружающего мира, рассматриваемых в их естественных условиях, и в той естественной связи признаков объекта, в какой они существуют в самом объекте.

Под *опытом* (экспериментом) понимают такой метод изучения объектов и явлений, посредством которого мы вмешиваемся в их естественное состояние и развитие, создавая для них искусственные условия, искусственно их расчленяя на части и соединяя с другими объектами и явлениями.

Проведение учебного эксперимента связано с использованием соответствующих моделей. Выделяют следующие *виды моделей*:

- модели, которые мы находим вокруг себя (модели точки, прямой, поверхности, плоскости, прямого угла и т.д.);
- наглядные пособия, изготавляемые самими школьниками;
- наглядные пособия фабричного производства;
- виртуальные модели геометрических фигур (компьютерный эксперимент)

“Живая геометрия”. «Живая геометрия» - это русская версия американской программы по геометрии (Geometer's SketchPad), разработанной фирмой Key Curriculum Press. «Живая геометрия» - это набор инструментов, который предоставляет все необходимые средства для построения чертежей и их исследования. Программа позволяет создавать интерактивные чертежи на основе изменения положения исходных точек. «Живая геометрия» – это компьютерная система моделирования, исследования и анализа широкого круга математических задач, поэтому она будет полезна при изучении не только геометрии, но и алгебры, тригонометрии, математического анализа. Используемые в программе понятия и объекты делятся на геометрические (точка, прямая, луч, круг, дуга, геометрическое место точек, измерение и прочее) и числовые или алгебраические (параметр, координаты точки, функция и т.д.). К дополнительным объектам относятся надпись и исполнительная кнопка (нужны для описания, объяснения и представления результатов). По сути, «Живая геометрия» – электронный аналог готовальни с дополнительными динамическими возможностями. Одно из главных

достоинств «Живой геометрии» - возможность непрерывно изменять объекты, что дает возможность организации компьютерного эксперимента

Программа включает панель инструментов для выделения или построения геометрических объектов, расположенную в левой части экрана, горизонтальное меню для действий с геометрическими объектами и окно для создания чертежа (см. рисунок 1).

Меню представлено такими пунктами как: «Файл», «Редактор», «Вид», «Построения», «Преобразование», «Измерения», «График», «Окно» и «Справка».

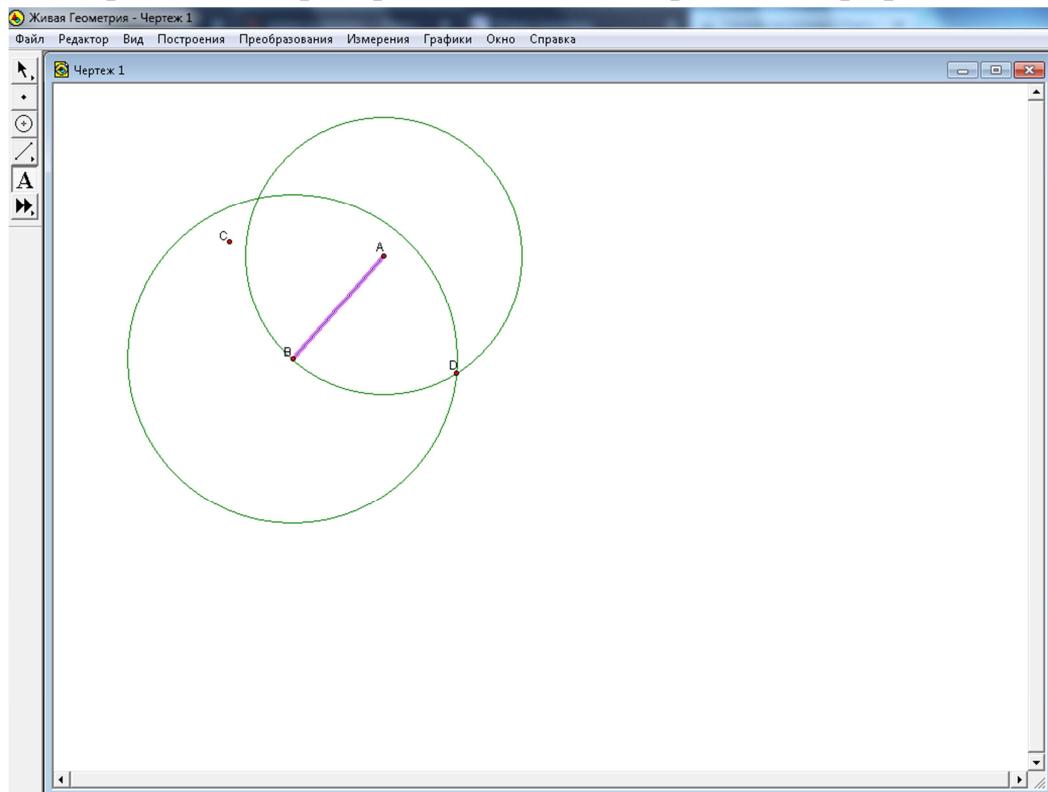


Рис. 1. Интерфейс программы «Живая геометрия»

GeoGebra. GeoGebra (Геогебра) — это динамическая математическая программа, которая объединяет геометрию, алгебру и исчисления. Программу можно скачать и установить на ПК с официального сайта <http://www.geogebra.org>, также разработчики предлагают online использование программы <http://static.geogebra.org/>.

Интерфейс программы включает область геометрических построений (1), панель инструментов (2), меню (3), кнопки отмена и возврата действий (4), панель объектов и настройки рабочей области (5) (см. рисунок 2).

Панель инструментов представлена кнопками с ниспадающими меню, содержащими команды для геометрических построений. GeoGebra включает как инструменты планиметрии, так и стереометрии. В зависимости от того, какой чертеж создает или редактирует пользователь (двумерный или

трехмерный), активируется определенный набор инструментов - 2D или 3D. Некоторые инструменты присутствуют и в том, и в другом случае, некоторые существуют только для плоскости или только для пространства. Полный набор инструментов планиметрии составляют инструменты: перемещения, построения точек, прямых и отрезков, построения прямых, построения многоугольников, построения окружностей и дуг, построения конических сечений, измерений, геометрических преобразований, изображений и надписей, создания элементов управления, а также служебные инструменты. Примеры данных инструментов приведены на рисунке 2.

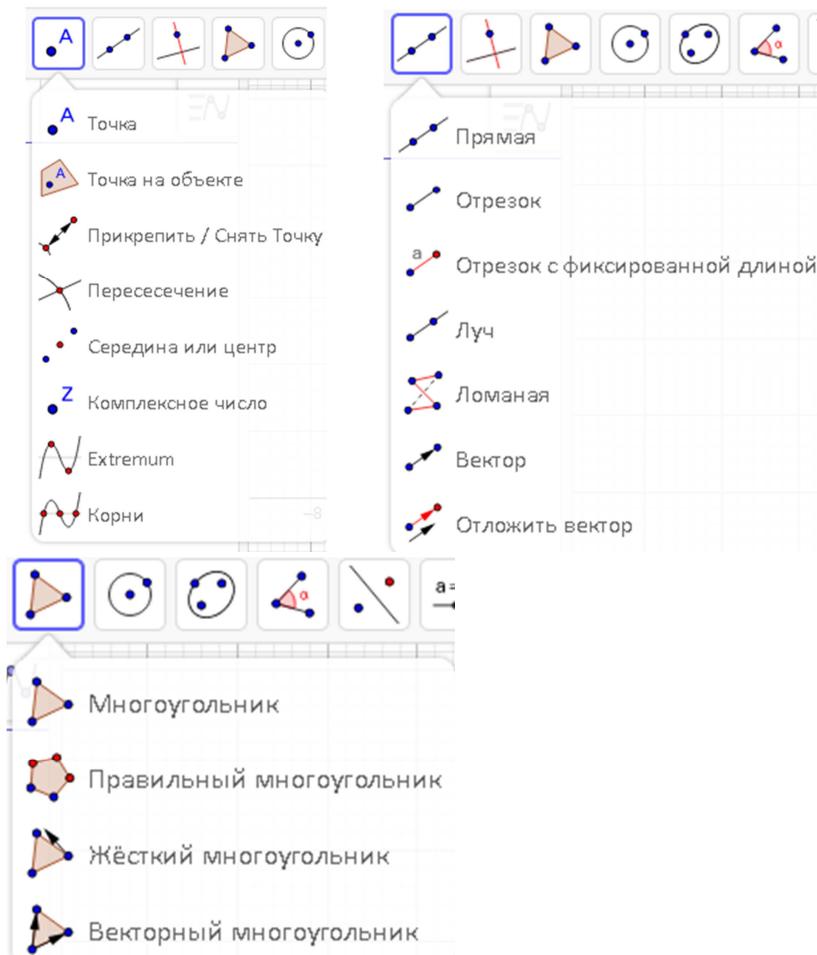


Рис. 2. Инструменты построения точек, прямых и отрезков, многоугольников.

При построении различных геометрических объектов информация о них автоматически вносится в список на *Панели объектов*, а сами объекты отображаются в *Области геометрических построений*.

Построим правильный шестиугольник. Воспользуемся командой *Правильный многоугольник*, находящейся в инструментах построения многоугольников . В рабочей области левой кнопкой мыши устанавливаем первую вершину многоугольника, а затем вторую, для

задания длины ребра. В открывшемся окне задаем количество вершин (см. рисунок 3).

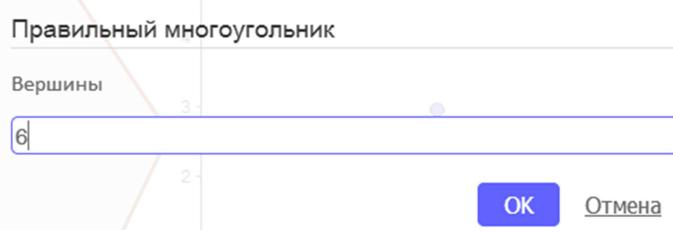


Рис. 3. Диалоговое окно задания вершин.

Результат построения представлен на рисунке 4. Аналогично происходит построение планиметрических чертежей с использованием соответствующих инструментов.

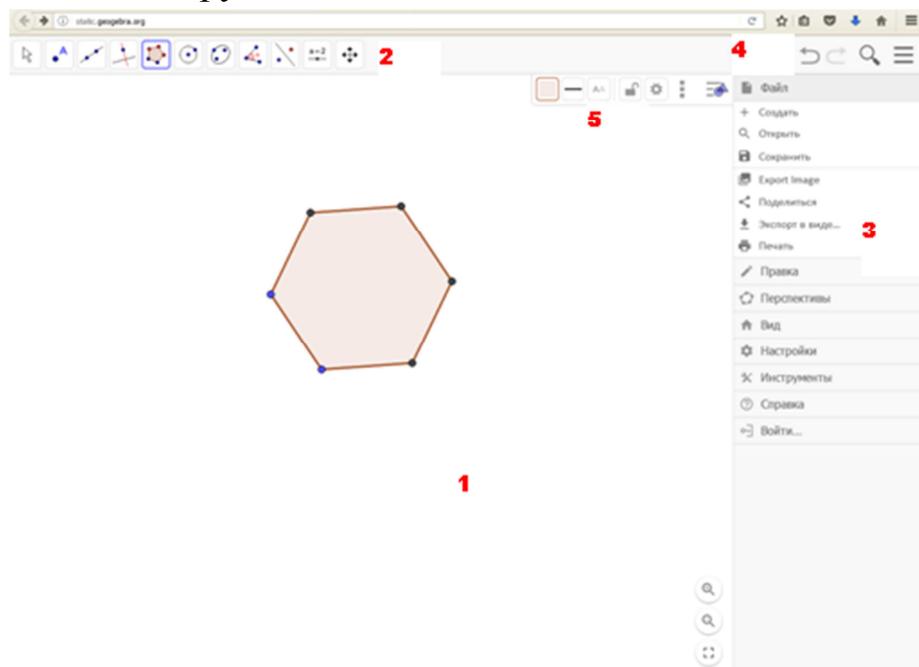


Рис. 4. Интерфейс программы GeoGebra.

Решим задачу планиметрии, чертеж к которой создадим в программе GeoGebra (см. рисунок 5).

Задача: Найти отношение большего к меньшему радиусов двух внешне касающихся кругов, если угол между их общими касательными равен 60° .

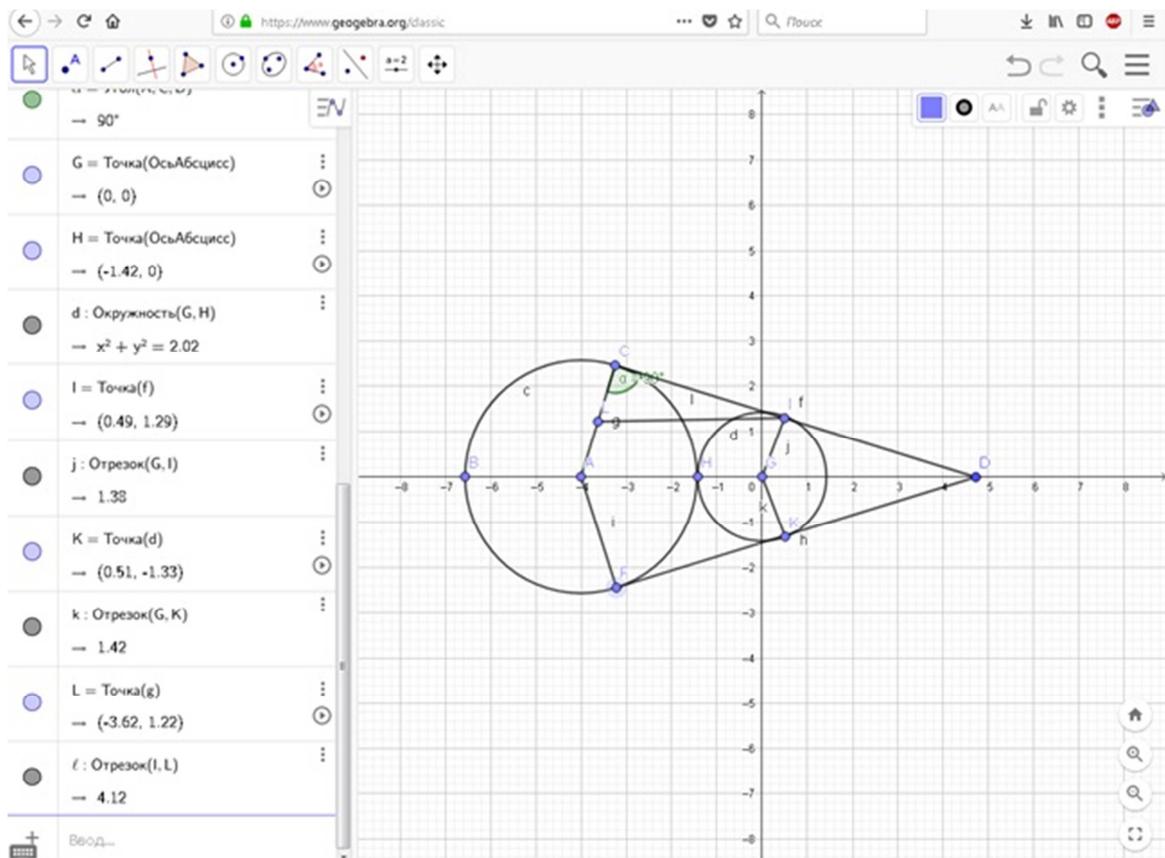


Рис. 5. Чертеж к задаче планиметрии.

Решение:

$DC=DF$ – касательные, $AC=r_2$, $IJ=r_1$ ($r_2 > r_1$) – радиусы касающихся кругов, $AC \perp CD$, $GI \perp CD$, $\angle CDF = 60^\circ$, $\angle CDA = 30^\circ$.

Проведем $LI \parallel AD$, тогда из ΔLCI

$$\frac{LC}{LI} = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \left(\frac{r_2}{r_1} - 1 \right) = \frac{r_2}{r_1} + 1 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 3$$

Система открытых задач

Открытая задача – это задача, процесс решения которой предполагает вовлечение учащихся в учебно – исследовательскую деятельность (учебное “микроисследование”). Под учебным микроисследованием следует понимать процесс поисковой познавательной деятельности (изучение, выявление, выяснение, установление чего-либо и т.д.), направленный на реализацию дидактических целей обучения. *Открытая* задача может обладать следующими характеристиками: 1) отсутствует конкретное условие, четко сформулированный вопрос, известный алгоритм решения или единственно правильное решение; присутствует противоречие, которое еще больше “мешает” решить задачу.

В зависимости от *структуры формулировки* задачи и *времени ее предъявления* учащимся выделяют пять видов открытых задач, направленных на формирование отдельных элементов ОИУ.

1. Задачи, развивающие умение ставить цель работы

а) Задача предъявляется учащимся до изучения соответствующего теоретического материала. Например: *Даны три положительных числа a, b, c . Можно ли построить треугольник, длины сторон которого соответственно равны a, b, c ?* Проводя ряд проб, учащиеся убеждаются, что в некоторых случаях треугольник можно построить, а в некоторых нельзя. Возникает вопрос: “Когда возможно построение треугольника по трем сторонам?” Учащимся предлагается сформулировать цель дальнейшей работы: “Выяснить условия построения (существования) треугольника в зависимости от длины его сторон”.

В этом случае требование открытой задачи направлено на выполнение учащимися следующих действий: 1) наблюдение, опыт, эксперимент (сбор эмпирического материала); 2) осознание проблемы; 3) постановка цели дальнейшей работы; 4) изучение соответствующего теоретического материала.

б) К формулировке открытой задачи добавляется вопрос: “Какова цель задачи?” Например: *Какова цель задачи: “Существует ли треугольник, стороны которого соответственно параллельны и равны медианам произвольного треугольника ABC ?* Учащимся следует определить цель следующим образом: “Доказать (или опровергнуть) существование треугольника, стороны которого соответственно параллельны и равны медианам произвольного треугольника ABC ”.

Формулировку задачи I б) можно обобщить и представить в виде шаблона:

Какова цель задачи <формулировка открытой задачи>

2. Задачи, развивающие умение анализировать условие заданной ситуации

Условие заданной ситуации может включать: противоречивые данные; избыточные данные; неопределенность (условие удовлетворяет различным геометрическим ситуациям).

В курсе планиметрии неопределенность условия может возникнуть по следующим причинам:

1. Не указан вид треугольника в зависимости от угла, в то время как ответы для остроугольного, прямоугольного или тупоугольного треугольника могут быть различны.
2. Произвольный выбор углов, удовлетворяющих условию задачи.
3. Произвольный выбор заданных или искомых точек, удовлетворяющих условию задачи. Часто приходится рассматривать случаи, когда точка находится внутри или вне отрезка. Точка или несколько точек могут

принадлежать или не принадлежать фигуре, принадлежать одной или разным полуплоскостям.

4. Произвольный выбор одноименных линейных элементов, удовлетворяющих условию задачи.

Для достижения своей цели (уметь анализировать условия) задачи данного вида должны предъявляться учащимся *после* изучения соответствующего теоретического материала.

Примеры таких задач: 1. Можно ли найти периметр равнобедренного треугольника, если известна его высота и одна из сторон? 2. Существует ли треугольник АВС, если одна из его сторон равна 4 см, вторая на 2 см меньше, а третья в 2 раза больше? 3. При каком условии четырехугольник АВА₁В₁ является собственно параллелограммом, если векторы \overrightarrow{AB} и $\overrightarrow{A_1B_1}$ равны?

Формулировку задач этого вида можно обобщить и представить шаблонами:

- 1) **Можно ли** (найти, построить, доказать), **если** <условие>
- 2) **Существует ли** <фигура>, **если** <условие>
- 3) **При каком условии** <требование: можно (найти, построить, доказать) или существует <фигура>>, **если** <условие>

3. Задачи, развивающие умение выдвигать и обосновывать гипотезу

Выделяют девять видов задач, связанных с деятельностью по выдвижению и проверке гипотез.

1). Задачи на сравнение

Например: *Круговой сектор с углом 60° при вершине делится прямой, перпендикулярной его оси, на две равновеликие части. Сравнить периметры этих частей.*

Переформулируем эту задачу в духе открытой задачи: *Круговой сектор с углом 60° при вершине делится прямой, перпендикулярной его оси, на две равновеликие части. Каково соотношение между периметрами этих частей?*

2). Задачи на отыскание зависимостей между элементами геометрических фигур

Например: *Найти зависимость между сторонами прямоугольного треугольника и радиусом вписанной в него окружности.*

Открытая задача: *Какова зависимость между сторонами прямоугольного треугольника и радиусом вписанной в него окружности?*

3). Задачи на определение взаимного расположения геометрических фигур

В подобных задачах требуется установить взаимное расположение двух прямых (пересекаются, параллельны, совпадают), отрезков, окружностей и т.д., принадлежит или не принадлежит точка прямой, окружности и т.п.

Например: *Середины оснований трапеции соединены прямыми с ее вершинами. Точки пересечения этих прямых соединены отрезком прямой. Параллелен ли этот отрезок основаниям трапеции?*

Открытая задача: *Середины оснований трапеции соединены прямыми с ее вершинами. Точки пересечения этих прямых соединены отрезком прямой. Каково взаимное расположение этого отрезка и оснований трапеции?*

4). Задачи на исследование существования фигуры с указанными свойствами

Например: 1. *Существует ли непрямоугольный треугольник, медиана которого равняется радиусу описанной около него окружности?*

2. *Существует ли выпуклый многоугольник, число диагоналей которого равно числу его сторон?*

5). Задачи на определение вида геометрической фигуры

В этих задачах, как правило, указывается род геометрической фигуры, а требуется установить ее вид.

Например: *В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса угла C , а из вершины B восстановлен к ней перпендикуляр, пересекающий AB в точке M . Каков вид треугольника ABM ?*

6). Задачи на нахождение ГМТ

Например: *Каково ГМТ, расположенных внутри треугольника и одинаково удаленных от его сторон?*

Эти задачи имеют много общего с задачами на определение вида геометрической фигуры. Отличие этих двух видов задач в том, что род искомой фигуры в задачах на нахождение геометрического места точек не указывается, а в задачах на определение вида геометрической фигуры его обычно указывают.

7). Задачи на исследование изменения фигуры

В задачах этого вида требуется исследовать изменение формы, размещения, размеров геометрических фигур в результате выполнения указанных в условии задачи операций. Например: *Как изменяется длина хорды, если концы ее движутся по окружности и хорда проходит через фиксированную внутри окружности точку?*

Решение задач на исследование изменений геометрических фигур можно проводить на двух уровнях: только указывать пределы возрастания (убывания) рассматриваемой величины; записывать изменения с помощью формул.

8). Задачи на определение причин математической закономерности

Например: *Почему биссектрисы двух углов треугольника не могут быть параллельными?*

9). *Практические задачи, преобразующиеся в задачи вида 1)-8) после построения соответствующей математической модели*

Например: Считается, что громоотвод защищает от молнии все предметы, удаленные от его основания не далее его двойной высоты. Где на треугольном участке поместить громоотвод, защищающий все точки участка, чтобы высоту его сделать наименьшей?

Все эти задачи предъявляются учащимся либо до изучения соответствующего теоретического материала, либо на этапе ознакомления с ним.

Формулировки задач этого вида можно обобщить и представить шаблонами:

- 1) **Каков(о,а)** (соотношение, зависимость, взаимное расположение, вид <фигуры>, ГМТ, изменение), **если** <условие>
- 2) **Существует ли** <фигура>, **если** <условие>
- 3) **Почему** <математическая закономерность>

4. *Задачи, развивающие умение планировать решение проблемы*

Шаблон формулировки задач этого вида:

Как (найти, построить, доказать), **если** <условие>

Например: *Как найти длины двух отрезков, если известны их сумма и разность?* Такая формулировка задачи требует от учащихся составление плана ее решения.

5. *Задачи, развивающие умение анализировать результат*

Шаблоны формулировки задач этого вида:

- 1) **Верно ли утверждение** <утверждение>
- 2) а) **Верно ли решена задача** <формулировка и решение задачи>
б) **Рационально ли решена задача** <формулировка и решение задачи>

Например: *Верно ли утверждение: “Два луча, имеющие различные начала, всегда пересекаются”?*

Требование задачи 2 б) связано с рассмотрением нескольких вариантов решения одной и той же задачи.

Открытые задачи, направленные на формирование отдельных структурных элементов ОИУ, могут обладать следующими особенностями:

- задача формулируется в виде вопроса, что обеспечивает некоторую неопределенность условия или цели задачи;
- задача находится в достаточно знакомой учащимся концептуальной области и

поэтому может стимулировать их активную мыслительную деятельность;

- решение задачи требует применения одного или нескольких структурных элементов ОИУ.

Урок – учебное исследование

Под *уроком-исследованием* предполагается деятельность обучающихся и учителя, связанная с решением обучающимися (при поддержке учителя) творческой, исследовательской задачи (возможно и с известным, но не знакомым учащимся решением) и предполагающая наличие основных этапов, характерных для исследования в научной сфере, таких как:

- постановка проблемы, выдвижение гипотезы;
- повторение теории, посвящённой данной проблематике;
- подбор инструментов для исследования и практическое владение ими;
- обработка полученного результата, его анализ и обобщение, собственные выводы.

Урок с элементами исследования – отработка отдельных учебных приёмов, составляющих исследовательскую деятельность. По содержанию элементов исследовательской деятельности такие уроки могут отличаться разнообразием: уроки по выбору темы или метода исследования, по выработке умения формулировать гипотезу, цели исследования, уроки с проведением эксперимента, работа с источниками информации, заслушивание сообщений, защита рефератов и т. д.

На уроках-исследованиях ставятся две цели: обучение предмету (дидактическая цель) и обучение исследовательской деятельности (педагогическая цель). Поставленные цели достигаются в ходе решения конкретных задач. Например, для обучения предмету необходимо решить следующие задачи:

- приобретение учащимися общеучебных умений (работать с учебником, составлять таблицы, оформлять наблюдения в письменном виде, формулировать мысли во внутренней и внешней речи, осуществлять самоконтроль, проводить самоанализ и т.д.);
- приобретение учащимися специальных знаний и умений (усвоение фактического материала по предмету);
- приобретение учащимися интеллектуальных умений (анализировать, сравнивать, обобщать и т.д.).

Для обучения исследовательской деятельности требуется решить другую задачу — приобретение учащимися исследовательских знаний и умений:

- знание специфики и особенностей процесса научного познания, ступеней исследовательской деятельности;

- знание методики научного исследования;
- умение выделять проблемы, формулировать гипотезы, планировать эксперимент в соответствии с гипотезой, интегрировать данные, делать вывод.

По основной дидактической цели уроки-исследования можно разделить на следующие типы: изучение нового материала, повторение, закрепление, обобщение и систематизация знаний, контроль и коррекция знаний, а также комбинированные уроки. На уроке-исследовании учащиеся овладевают методикой научного исследования, усваивают этапы научного познания. По уровню самостоятельности учащихся, проявляемой в исследовательской деятельности, уроки-исследования могут соответствовать начальному (урок «Образец исследования»), продвинутому (урок «Квази исследование») или высшему уровню (урок «Исследование»).

Освоение учащимися исследовательских знаний и умений должно проходить поэтапно, с постепенным увеличением степени самостоятельности ученика в его исследовательской учебной деятельности. И естественно, что начинать следует с подготовительного этапа — теоретического изучения этапов и ступеней исследовательской деятельности. Затем следуют освоение школьниками процесса исследования на уроках «Образец исследования» (этап 1), отработка учебных приемов исследовательской деятельности на уроках «Квази исследование», а также на уроках с элементами исследования (этап 2) и использование исследовательского подхода в процессе обучения на уроках «Исследование» (этап 3).

В структуре урока-исследования выделяют следующую последовательность действий:

- 1) актуализация знаний;
- 2) мотивация;
- 3) создание проблемной ситуации;
- 4) постановка проблемы исследования;
- 5) определение темы исследования;
- 6) формулирование цели исследования;
- 7) выдвижение гипотезы;
- 8) проверка гипотезы (проведение эксперимента, лабораторной работы, чтение литературы, размышление, просмотр фрагментов учебных фильмов и т.д.);
- 9) интерпретация полученных данных;
- 10) вывод по результатам исследовательской работы;
- 11) применение новых знаний в учебной деятельности;
- 12) подведение итогов урока;
- 13) домашнее задание.

Учебные приемы, составляющие исследовательскую деятельность учащихся на уроках-исследованиях:

- выделение основной проблемы в предложенной ситуации;
- определение темы и цели исследования;
- формулирование и отбор полезных гипотез;
- определение пригодности выбранной для проверки гипотезы;
- разграничение допущений и доказанных положений;
- планирование эксперимента для проверки гипотезы;
- анализ планируемых опытов, выбор наиболее подходящего из них;
- планирование результата;
- проведение эксперимента;
- конструирование нового варианта прибора для осуществления конкретного опыта, изготовление моделей по собственному замыслу;
- составление таблиц, графиков, диаграмм (для выявления закономерностей, обобщений, систематизации полученных результатов исследований, графического изображения законов, для установления связи полученных данных с поставленной проблемой и последовательности изучения данных);
- систематизация фактов, явлений;
- интерпретация данных;
- использование обобщений, методов анализа и синтеза, индукции и дедукции;
- установление аналогий;
- формулирование определений и выводов на основе теоретических и фактических исследований;
- решение задач в новой ситуации;
- написание творческого сочинения, реферата.

Деятельность учителя и учащихся определяется уровнем урока-исследования (табл. 1).

Таблица 1. Урок-исследование. Деятельность учителя и ученика

Уровень урока-исследования	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Урок “Образец исследования”	На доске пишет название основных этапов исследовательской деятельности. Формулирует проблему, сообщает тему и цель исследования. Дает готовый алгоритм исследовательской работы. Ведет учебный процесс, используя термины “проблема”, “гипотеза”, “подтверждение”	Отвечают на вопросы учителю. Следуют алгоритму работы, предложенному учителем. Сверяют свои ответы с образцом исследования, используя информацию, записанную на доске.

	гипотезы”, “вывод” и т.д. Использует вопросы: В чем проблема? Каковы этапы исследовательской деятельности? Что такое гипотеза? Какое можно выдвинуть предположение?	
Урок “Квази исследование”	На доске может записать название основных этапов исследовательской деятельности (при необходимости). Формулирует проблему, подводит учащихся к теме и цели исследования. Направляет деятельность учащихся в русло исследовательской работы без использования терминов “проблема”, “гипотеза”, “подтверждение гипотезы”, “вывод” и т.д. Обращает внимание учеников на схему исследовательской деятельности (при необходимости). Использует вопросы: С чего необходимо начать исследование? Что нужно выяснить? Как это сделать? Как поступил бы исследователь на этом этапе работы? И т.д	Самостоятельно планируют и выполняют исследовательскую работу. При необходимости консультируются с учителем. Получают оценку учителя (правильно – неправильно) за каждый этап исследовательской работы
Урок - исследование	Формулирует проблему, подводит учащихся самостоятельному формулированию темы и цели исследования. Создает условия для исследовательской деятельности: обеспечивает учебный процесс дидактическим материалом, организует индивидуальную работу и деловое общение учащихся в группах или в парах. Использует вопросы: Ясна ли цель работы? На каком этапе работы находитесь? Каков итог урока? И т.д.	Планируют и проводят исследовательскую деятельность самостоятельно, без помощи и консультации учителя.

В технологической карте урока должны быть отражены основные этапы учебного исследования (табл. 2)

Таблица 2. Этапы урока - исследования

Этапы урока	Действия учителя	Действия учащихся
Актуализация знаний и умений учащихся	Организует воспроизведение знаний и умений, необходимых для решения проблемной ситуации	Выполняют задания учителя, отвечают на вопросы, актуализируют усвоенные ранее знания
Создание проблемной ситуации	Постановка наводящих вопросов по осознанию проблемной ситуации	Осознают проблемную ситуацию, анализируют исходные данные, формулируют проблему в виде вопроса, вскрывающего предмет изучения и определяющего направление поиска.
Выдвижение гипотезы – проектируемого субъектом результата.	Постановка наводящих вопросов, сообщение необходимой информации	Выдвигают гипотезу, дают обоснование
Проверка произведенного решения	Дает направляющие указания, задает контрольные вопросы, вносит уточнения, исправления	Сопоставляют решение с исходными данными, с основными теоретическими положениями науки и практики.
Рефлексия	Анализирует действия учащихся в ходе решения проблемы, включает результаты решения в последующую учебную деятельность	Анализируют ход решения, делают обобщающие выводы, устанавливают связь с новым учебным материалом

ВНЕАУДИТОРНАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (В ФОРМЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ”

Особенности и балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных заданий

Самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования

общепрофессиональных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к практическим занятиям, семинарам, сдаче зачетов и экзаменов.

Самостоятельная работа по дисциплине “Формирование исследовательских умений учащихся по математике” направлена на решение следующих задач:

- закрепление, расширение знаний и умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий по дисциплине;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности;
- развитие навыков организации поисковой, исследовательской и экспериментальной деятельности школьников с применением компьютерных технологий;
- оценка сформированности профессиональных компетенций и умений самостоятельной учебной и поисковой деятельности.

В работе представлено 20 вариантов заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, которые предполагают индивидуальную форму работы над ними. В каждом из двадцати вариантов содержится три задания.

В первом задании требуется составить систему заданий (открытых задач), направленных на формирование структурных элементов исследовательских умений по предложенной теме и представить образец выполнения сформулированных заданий. Для успешного выполнения задания студенту рекомендуется изучить основные теоретические сведения, представленные в методических рекомендациях, а также поработать с соответствующими литературными источниками [2] (основная), [2] (дополнительная).

Во втором задании предлагается разработать фрагмент урока по решению исследовательской задачи в компьютерной программе “Живая геометрия” или “GeoGebra”, при этом задачу студент выбирает самостоятельно, используя список рекомендуемой литературы. Полезным при выполнении этого задания будет основной теоретический материал данных методических рекомендаций, образец решения варианта индивидуального домашнего задания, а также учебные пособия [2], [3] (основная).

В третьем задании предлагается спроектировать конспект (или технологическую карту) урока – учебного исследования по заданной теме. Помощь в решении окажет теоретический материал, образец решения варианта ИДЗ, а также учебные пособия [1] (основная), [1] (дополнительная).

В первом задании предполагается проектирование пяти математических задач, направленных на формирование структурных элементов исследовательских умений (по числу выделенных элементов). За каждую правильно составленную задачу с представленным образцом решения студент получает один балл. Таким образом, за первое задание максимально можно набрать пять баллов. За второе задание выставляется четыре балла. Третье задание оцениваются в пять баллов.

Система оценивания индивидуальных заданий представлена в таблице 3.

Таблица 3. Оценивание внеаудиторной самостоятельной работы (в форме индивидуальных заданий) в БРС

№ задания	Характеристика задания	Критерии оценивания	Баллы
1	Проектирование системы заданий (открытых задач), направленных на формирование структурных элементов исследовательских умений по предложенной теме и представление образца выполнения сформулированных заданий.	Структура задачи соответствует цели формирования исследовательского умения, задача сформулирована методически грамотно, представлен правильный образец решения задачи	1
		Структура задачи соответствует цели формирования исследовательского умения, но задача сформулирована не совсем корректно ИЛИ представлен образец решения задачи, содержащий вычислительную ошибку	0,5
		Структура задачи не соответствует цели формирования исследовательского умения	0
2	Проектирование фрагмента урока по решению исследовательской задачи в компьютерной программе “Живая геометрия” или “GeoGebra”, при этом задачу студент выбирает самостоятельно, используя список рекомендуемой литературы.	Этапы фрагмента урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного исследования. Определены виды деятельности и формы работы учащихся. Методически грамотно спроектирована деятельность учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Подробно отражена экспериментальная деятельность в компьютерной программе “Живая геометрия” (или GeoGebra); имеются необходимые иллюстрации (скриншоты). Представлено математически верное, подробное решение исследовательской задачи	4
		Этапы фрагмента урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного	3

	<p>исследования. Определены виды деятельности и формы работы учащихся. Методически грамотно спроектирована деятельность учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Экспериментальная деятельность в компьютерной программе “Живая геометрия” (или GeoGebra) представлена недостаточно подробно; отсутствуют иллюстрации (скриншоты). Представлено математически верное решение исследовательской задачи</p>	
	<p>Этапы фрагмента урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного исследования. Определены виды деятельности и формы работы учащихся. Имеются методические ошибки в проектировании деятельности учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Экспериментальная деятельность в компьютерной программе “Живая геометрия” (или GeoGebra) представлена недостаточно подробно; отсутствуют иллюстрации (скриншоты). Представлено математически верное решение исследовательской задачи</p>	2
	<p>Этапы фрагмента урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного исследования. Определены виды деятельности и формы работы учащихся. Имеются методические ошибки в проектировании деятельности учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Экспериментальная деятельность в компьютерной программе “Живая геометрия” (или GeoGebra) представлена недостаточно подробно; отсутствуют иллюстрации (скриншоты). Представленное математическое решение исследовательской задачи содержит ошибки.</p>	1

		Этапы фрагмента урока не соответствуют логике учебного исследования	0
3	Проектирование конспекта (или технологической карты) урока – учебного исследования по заданной теме.	Этапы урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного исследования. Адекватно сформулированы цель, предметные и метапредметные результаты урока. Верно определены виды деятельности и формы работы учащихся на каждом этапе урока. Методически грамотно спроектирована деятельность учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Представлены содержание и верные образцы решения математических задач, предлагаемых на уроке.	5
		Этапы урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного исследования. Адекватно сформулированы цель, предметные и метапредметные результаты урока. Верно определены виды деятельности и формы работы учащихся на каждом этапе урока. Методически грамотно спроектирована деятельность учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Представлено содержание математических задач, предлагаемых на уроке, но отсутствует решение или в решении содержится ошибка	4
		Этапы урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного исследования. Адекватно сформулированы цель, предметные и метапредметные результаты урока. Верно определены виды деятельности и формы работы учащихся на каждом этапе урока. Имеются методические ошибки в проектировании деятельности учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Представлено содержание математических задач, предлагаемых на уроке, но отсутствует решение или в решении содержится ошибка	3

	Этапы урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного исследования. Адекватно сформулированы цель, предметные и метапредметные результаты урока. Виды деятельности и формы работы учащихся определены не на каждом этапе урока. Имеются методические ошибки в проектировании деятельности учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Представлено содержание математических задач, предлагаемых на уроке, но отсутствует решение или в решении содержится ошибка	2
	Этапы урока спроектированы верно, в соответствии с логикой учебного исследования. Имеются методические ошибки в формулировке цели, предметных или метапредметных результатов урока. Виды деятельности и формы работы учащихся определены не на каждом этапе урока. Имеются методические ошибки в проектировании деятельности учителя по организации и управлению исследовательской деятельностью школьников. Представлено содержание математических задач, предлагаемых на уроке, но отсутствует решение или в решении содержится ошибка	1
	Этапы урока не соответствуют логике учебного исследования	0
ИТОГО		максимум 14
<i>Примечание:</i> За первое задание студент может заработать максимум 5 баллов (по одному баллу за каждую задачу)		

Требования к выполнению и оформлению самостоятельной работы

1. Самостоятельная работа выполняется в электронной форме и загружается в системе Moodle или отправляется на электронную почту преподавателя. Самостоятельная работа может быть распечатана на листах формата А₄ (по требованию преподавателя).

2. Номер варианта, условия заданий должны быть обязательно указаны в работе. Номера заданий следует указывать перед условием. Каждое задание рекомендуется начинать с новой страницы.
3. В самостоятельной работе предлагается 3 задания. Самостоятельная работа, которая содержит задания не своего варианта, не будет засчитана.
4. При оформлении работы необходимо выполнять следующие требования:
 - а) соблюдать абзацы, всякое новое высказывание следует начинать с красной строки;
 - б) использовать стандартный формат, поддерживаемый Microsoft Word; размер страницы А4; книжная ориентация; шрифт Times New Roman – размер 14; межстрочный интервал – 1.
 - в) необходимо правильно употреблять математические символы.
5. Работа проходит проверку в системе антиплагиат; требование оригинальности работы – не менее 60%.
6. Если в работе допущены недочеты и ошибки, то в кратчайший срок студент должен исправить все замечания, которые указал преподаватель, в этом же файле в режиме рецензирования.
7. Самостоятельная работа должна быть выполнена в срок в соответствии с учебным планом – графиком. Преподаватель имеет право не принимать работу на проверку во время сессии.

Варианты индивидуальных домашних заданий

Индивидуальное домашнее задание № 1

Составить систему заданий (открытых задач), направленных на формирование структурных элементов исследовательских умений по предложенной теме. Представить образец выполнения сформулированных заданий.

Варианты учебных тем к ИДЗ № 1

1. Площадь (8 класс)
2. Подобные треугольники (8 класс)
3. Окружность (8 класс)
4. Метод координат (9 класс)
5. Соотношения между сторонами и углами треугольника (9 класс)
6. Длина окружности и площадь круга (9 класс)
7. Признаки равенства треугольников (7 класс)
8. Равнобедренный и равносторонний треугольник (7 класс)
9. Линейная функция (7 класс)
10. Степень с натуральным показателем (7 класс)
11. Формулы сокращенного умножения (7 класс)

12. Рациональные дроби (8 класс)
13. Квадратные уравнения (8 класс)
14. Квадратичная функция (9 класс)
15. Площади и объемы (5 класс)
16. Обыкновенные дроби (6 класс)
17. Рациональные числа (6 класс)
18. Натуральные числа (5 класс)
19. Десятичные дроби (5 класс)
20. Параллельные прямые (7 класс)

Индивидуальное домашнее задание № 2

Разработать фрагмент урока по решению исследовательской задачи в компьютерной программе “Живая геометрия” или “GeoGebra”. Задачу выбрать самостоятельно, используя список рекомендуемой литературы.

Рекомендуемая литература к ИДЗ 2:

1. Атанасян Л. С., В. Ф. Бутузов и др. Геометрия 7-9: Учебник для общеобразовательных учреждений, М.: Просвещение 2011. – 384 с.
2. Иванов С.Г., Рыжик В.И. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды “Живая математика”. Москва: Просвещение, 2013. – 144 с.
3. Карпушина Н. М. Развивающие задачи по геометрии. 7 класс. – Москва: Школьная пресса, 2004. - 80 с.
4. Карпушина Н. М. Развивающие задачи по геометрии. 8 класс. – Москва: Школьная пресса, 2004. - 80 с.
5. Куланин Е.Д., Шихова Н.А. Исследовательские задачи по геометрии. 8–10 классы. Москва: Илекса, 2013.
6. Цукарь А. Я. Дидактические материалы по геометрии с элементами исследования для 8 класса. - Москва : Просвещение, 1999. – 74 с.
7. Цукарь А. Я. Дидактические материалы по геометрии с элементами исследования для 7 класса. - Москва : Просвещение, 1998. – 80 с.
8. Цукарь А. Я. Дидактические материалы по геометрии с элементами исследования для 9 класса. - Москва : Просвещение, 2000. – 65 с.
9. Шноль Д. Э., Сгибнев А. И., Нетрусова Н. М. Система открытых задач по геометрии: 8 класс. Москва : Чистые пруды, 2009. – 31 с.
10. Шноль Д. Э., Сгибнев А.И., Нетрусова Н. М. Система открытых задач по геометрии: 7 класс. Москва : Чистые пруды, 2009. – 32 с. – URL:

http://www.mathedu.ru/lib/books/shnol_i_dr_sistema_otkrytyh_zadach_po_geometrii_7_klass_2009/

11. Экспериментальная математика: учеб. пособие / под общ. ред. М. А. Павловой. — Архангельск: Изд-во АО ИОО, 2017. — 184 с.

Индивидуальное домашнее задание № 3

Спроектировать конспект (или технологическую карту) урока – учебного исследования по заданной теме.

Варианты учебных тем к ИДЗ № 3

1. Построение графика квадратичной функции (9 класс)
2. Функция $y=x^n$ (9 класс)
3. Дробно-линейная функция и ее график (9 класс)
4. Уравнение с двумя переменными и его график (9 класс)
5. Прямоугольный параллелепипед (5 класс)
6. Сложение и вычитание десятичных дробей (5 класс)
7. Круговые диаграммы (5 класс)
8. Сложение и вычитание чисел с разными знаками (6 класс)
9. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график (8 класс)
10. Квадратное уравнение и его корни (8 класс)
11. Уравнения с параметром (8 класс)
12. Линейная функция и ее график (7 класс)
13. Квадрат суммы и квадрат разности (7 класс)
14. Уравнения окружности и прямой (9 класс)
15. Правильные многоугольники (9 класс)
16. Параллелограмм и трапеция (8 класс)
17. Теорема Пифагора (8 класс)
18. Применение подобия к доказательству теорем и решению задач (5 класс)
19. Теорема о сумме углов треугольника (7 класс)
20. Четыре замечательные точки треугольника (8 класс)

Образец выполнения индивидуальных домашних заданий

Индивидуальное домашнее задание № 1

Составить систему заданий (открытых задач), направленных на формирование структурных элементов исследовательских умений по теме “Многоугольники”. Представить образец выполнения сформулированных заданий.

Выполнение задания:

1. Задание на развитие умения формулировать цель работы.

Сформулируйте цель задачи и решите ее: Почему равенство соответствующих сторон двух четырехугольников не является достаточным условием для того чтобы эти четырехугольники были равны? (Цель: опровергнуть утверждение: “Если стороны одного четырехугольника равны соответствующим сторонам другого четырехугольника, то четырехугольники равны”)

Возможны два способа решения задачи: а) эксперимент; б) решение методом доказательства “от противного”.

а) Эксперимент. Используем шарнирный четырехугольник. Сжатием или растяжением показываем, что стороны четырехугольников равны, но сами фигуры не равны. (рис.6)

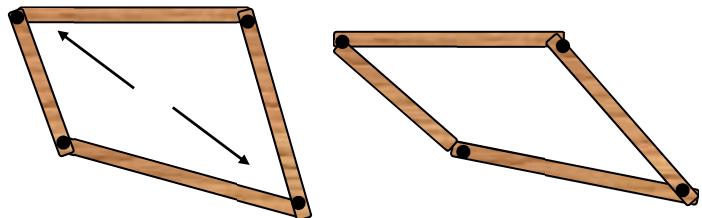


Рис.6

б) Решение методом

доказательства “от противного”: (рис.7)

Если $ABCD=A_1B_1C_1D_1$, то эти четырехугольники можно совместить наложением. Тогда луч AC совпадет с лучом A_1C_1 и треугольник ABC будет равен треугольнику $A_1B_1C_1$. Для равенства треугольников достаточно выполнения одного из признаков равенства треугольников. Но в условии дано равенство только двух соответствующих сторон $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$. Таким образом, не выполняется ни один из признаков равенства треугольников и $\Delta ABC \neq \Delta A_1B_1C_1$. Тогда $ABCD \neq A_1B_1C_1D_1$.

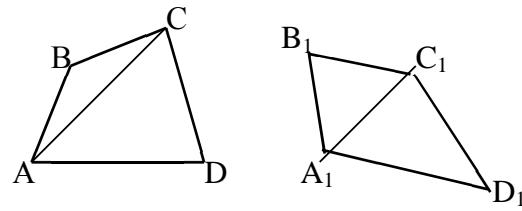


Рис.7

2. Задание на развитие умения анализировать условия заданной ситуации.

Существует ли выпуклый четырехугольник, один угол которого больше суммы трех остальных углов? Ответ обосновать.

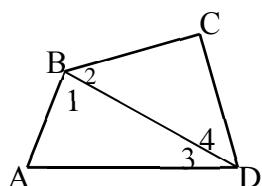


Рис.8

Решение (рис.8):

Утверждение	Обоснование
1. $\angle B = \angle 1 + \angle 2$; $\angle D = \angle 3 + \angle 4$	по построению
2. $\angle A + \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$;	по теореме о сумме углов треугольника
3. $\angle A + \angle B + \angle D > 180^\circ$	утверждения 1, 2
4. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$	По формуле для суммы углов выпуклого n – угольника
5. $\angle C = 360^\circ - (\angle A + \angle B + \angle D)$	утверждение 4

6. $\angle C < 180^\circ$	утверждения 3, 5
7. $\angle C < (\angle A + \angle B + \angle D)$	утверждения 3, 6

Вывод: Так как аналогичные рассуждения можно провести для остальных углов, то такого четырехугольника не существует.

3. Задание на развитие умения выдвигать и обосновывать гипотезы

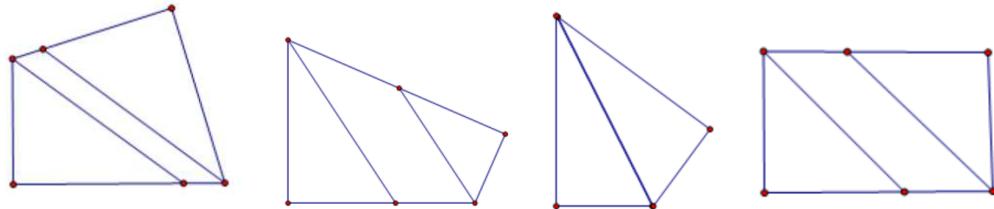
В четырехугольнике $ABCD$ углы A и C прямые. Каково взаимное расположение биссектрис двух других углов данного четырехугольника?

Решение

Данную задачу ученики решают с помощью учебно-исследовательской карты.

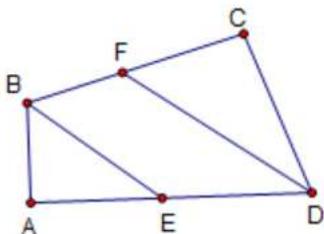
Задача. В четырехугольнике $ABCD$ углы A и C прямые. Каково взаимное расположение биссектрис двух других углов данного четырехугольника?

Пробы



Гипотеза: Биссектрисы двух других углов параллельны или совпадают

Доказательство:



Утверждение	Обоснование
1. $\angle EBF = \frac{\angle B}{2}$	BE – биссектриса $\angle B$
2. $\angle CDF = \frac{\angle D}{2}$	DF – биссектриса $\angle D$
3. $\angle BFD = \angle C + \angle CDF$	Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, с ним не смежных
4. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$	По формуле суммы углов n -угольника
5. $\angle A + 2\angle EBF + \angle C + 2\angle CDF = 360^\circ$	Утверждения 1, 2, 4
6. $\angle EBF + \angle CDF = 90^\circ$	Так как $\angle A = \angle C = 90^\circ$ по условию; утверждение 5

7. $\angle EBF + \angle BFD - \angle C = 90^\circ$	Утверждения 3, 6
8. $\angle EBF + \angle BFD = 180^\circ$	Утверждение 7; $\angle C = 90^\circ$
9. $BE \parallel FD$	Сумма односторонних углов, образованных при пересечении BE и ED секущей BC , равна 180° .

4. Задание на развитие умения планировать решение проблемы.

Сумма двух внутренних углов выпуклого четырехугольника, прилежащих к одной из его сторон, равна 90° . Как найти угол между биссектрисами этих углов (рис.9)?

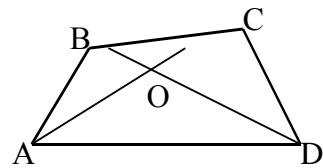


Рис.9

Дано: $\angle A + \angle D = 90^\circ$, AO – биссектриса угла A , DO – биссектриса угла D .

Найти: $\angle AOD$

План решения:

- 1). Найти сумму углов OAD и ODA .
- 2). Найти угол AOD по теореме о сумме углов треугольника.

5. Задание на развитие умения анализировать результат

Двое учащихся решали задачу: “Найдите периметр четырехугольника, если одна из его сторон равна 8 см, вторая – в два раза меньше первой, третья – на 2 см больше второй, а четвертая сторона равна 21 см”. Один решил ее следующим

Дано: $AB = 8$, $CD = AB/2$, $BC = CD + 2$, $AD = 21$.
Найти: $p = AB + BC + CD + AD$

Решение:
 $CD = AB/2 = 4$
 $BC = CD + 2 = 6$
 $P = AB + BC + CD + AD = 8 + 4 + 6 + 21 = 39$

Ответ: $p = 39$

образом:

Другой ученик заявил, что периметр этого четырехугольника найти невозможно. С кем из них вы согласны и почему?

Ответ: Данного четырехугольника не существует, так как каждая сторона четырехугольника должна быть меньше суммы трех других сторон.

Индивидуальное домашнее задание № 2

Разработать фрагмент урока по решению исследовательской задачи в компьютерной программе “Живая геометрия” или “GeoGebra”

Выполнение задания

Ученикам 8 класса предлагается задача: Определите вид четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон произвольного выпуклого четырехугольника ABCD. Исследуйте, в каких четырехугольниках середины сторон являются вершинами: 1) прямоугольника; 2) ромба; 3) квадрата.

Предполагается индивидуальная форма работы над задачей.

В компьютерной программе «Живая математика» учащиеся строят произвольный четырехугольник ABCD и отмечают середины его сторон K, L, M, N (рис. 10).

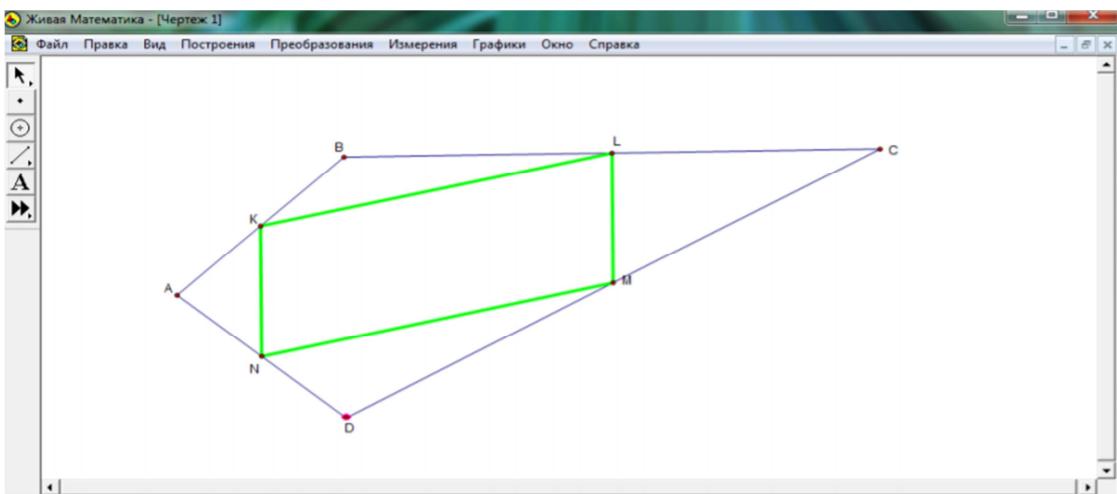


Рис. 10. Соединение середин сторон четырехугольника

Изменяя форму и размеры четырехугольника ABCD, т. е. наблюдая геометрическую конфигурацию в динамике, учащиеся высказывают гипотезу о форме четырехугольника KLMN (KLMN – параллелограмм). Продолжая экспериментирование с геометрической конфигурацией и наблюдая за изменением формы четырехугольников, учащиеся высказывают гипотезы: 1) Если ABCD – дельтоид или ромб, то KLMN – прямоугольник (рис. 11).

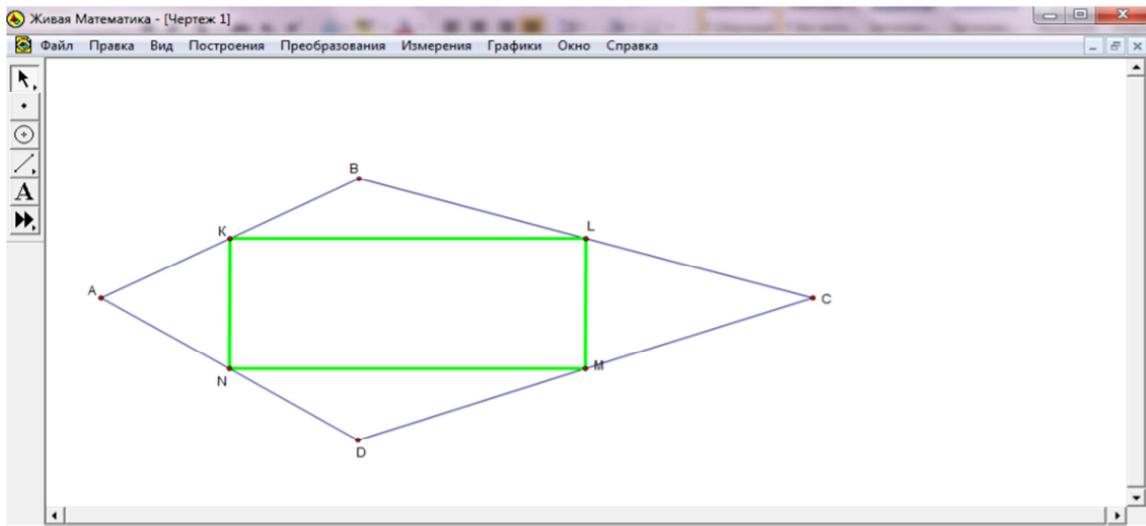


Рис. 11. KLMN – прямоугольник

2) Если $ABCD$ – прямоугольник или равнобедренная трапеция, то $KLMN$ – ромб (рис. 12).

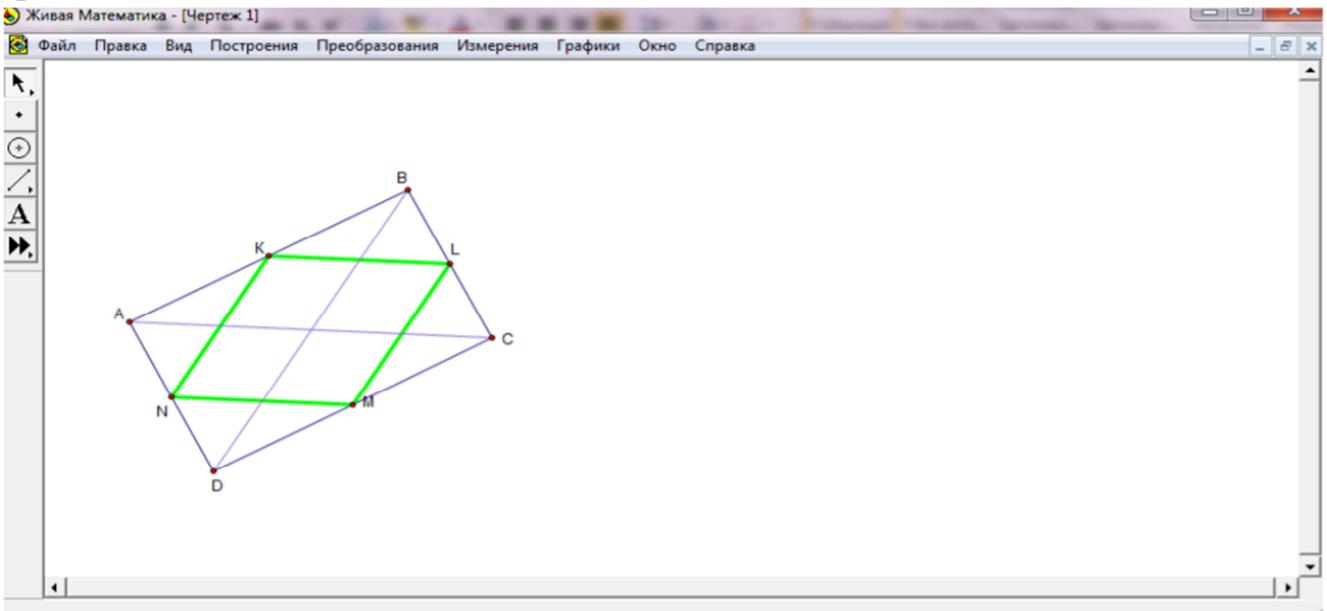


Рис. 12. KLMN – ромб

3) Если $ABCD$ – дельтоид с равными диагоналями или квадрат, то $KLMN$ – квадрат (рис. 13).

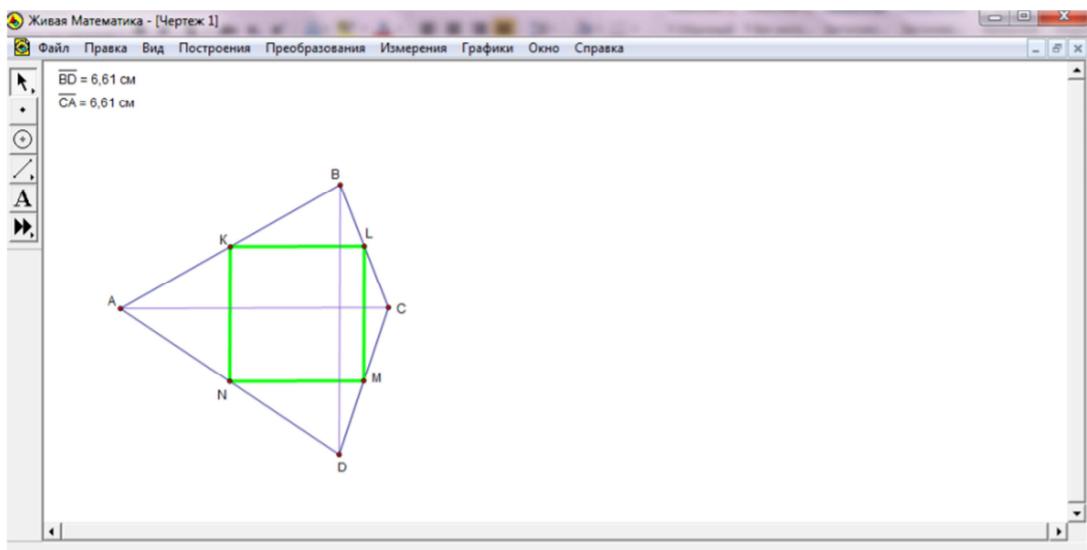
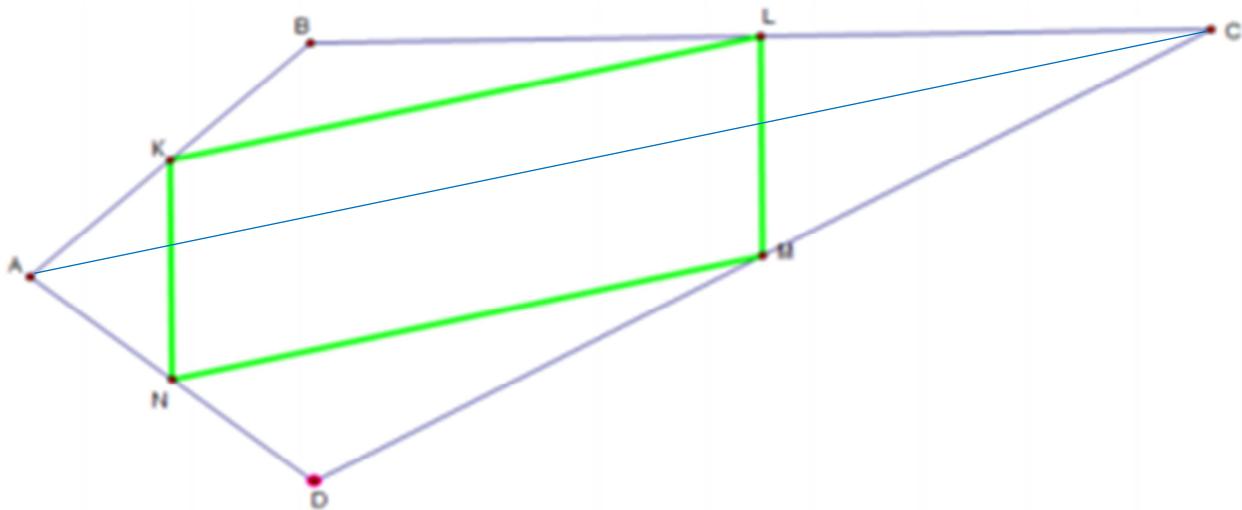


Рис. 13. KLMN – квадрат

Свои гипотезы учащиеся записывают в тетрадь.

Первая гипотеза: “KLMN – параллелограмм” доказывается на уроке методом эвристической беседы.



Учитель. В данном четырехугольнике ABCD проведите одну из его диагоналей. На какие фигуры разбивается четырехугольник?

Ученики. На два треугольника.

Учитель. В данных треугольниках чем являются стороны четырехугольника KLMN?

Ученики. Средними линиями треугольника.

Учитель. Какими свойствами обладает средняя линия треугольника?

Ученики. Средняя линия треугольника параллельна одной из сторон треугольника и равна половине этой стороны.

Учитель. Примените эти свойства к рассматриваемым треугольникам.

Ученики. $KL \parallel AC$, $KL = \frac{AC}{2}$, $MN \parallel AC$, $MN = \frac{AC}{2}$, значит, $KL \parallel MN$, $KL = MN$. Тогда по признаку параллелограмма, $KLMN$ – параллелограмм.

Ученики оформляют доказательство в тетрадях.

Дано: $ABCD$ – четырехугольник; K, L, M, N – середины его сторон.

Доказать: $KLMN$ – параллелограмм.

Доказательство:

Рассмотрим ΔABC : KL – средняя линия треугольника ABC по условию;

$KL \parallel AC$, $KL = \frac{AC}{2}$ (по свойству средней линии треугольника);

Рассмотрим ΔADC : MN – средняя линия треугольника ABC по условию;

$MN \parallel AC$, $MN = \frac{AC}{2}$, (по свойству средней линии треугольника);

Следовательно, $KL \parallel MN$, $KL = MN$. Тогда по признаку параллелограмма $KLMN$ – параллелограмм.

Далее класс делится на группы. Каждая группа получает задание доказать одну из гипотез:

- ✓ Если $ABCD$ – дельтоид, то $KLMN$ – прямоугольник
- ✓ Если $ABCD$ – ромб, то $KLMN$ – прямоугольник
- ✓ Если $ABCD$ – прямоугольник, то $KLMN$ – ромб
- ✓ Если $ABCD$ – равнобедренная трапеция, то $KLMN$ – ромб
- ✓ Если $ABCD$ – дельтоид с равными диагоналями, то $KLMN$ – квадрат
- ✓ Если $ABCD$ – квадрат, то $KLMN$ – квадрат

При необходимости учитель помогает каждой группе найти идею доказательства: провести диагонали четырехугольника $ABCD$. Затем представитель каждой группы выходит к доске и показывает свое доказательство.

Индивидуальное домашнее задание № 3 (конспект урока)

Спроектировать конспект (или технологическую карту) урока – учебного исследования по теме “Линейная функция”

Выполнение работы

Предмет: алгебра

Класс: 7

Цель урока: Создать условия для включения учащихся в учебное исследование по изучению особенностей графика линейной функции в зависимости от параметров k и b .

Формируемые предметные результаты: знать особенности графика линейной функции в зависимости от параметров k и b и уметь строить такой график.

Формируемые метапредметные результаты:

- личностные универсальные учебные действия: развитие самостоятельности и личной ответственности за свои решения и действия, внимательности и трудолюбия.

-регулятивные универсальные учебные действия: формулировка цели работы, планирование своей деятельности, осуществление корректировки своих действий, осуществление самоконтроля и рефлексии.

-познавательные универсальные учебные действия: критический анализ условий заданной ситуации, выдвижение и обоснование гипотез, применение сравнения и обобщения как методов научного познания.

Тип урока: урок-учебное исследование

Формы работы учащихся: фронтальная, индивидуальная, групповая

Необходимое техническое оборудование: компьютер, интерактивная доска, программа “Живая геометрия”

Ход урока (2 часа)

I. Актуализация опорных знаний (устная работа со слайдами).

1. При каких k и b прямые, заданные следующими уравнениями, параллельны:

$$y = 2x+3, y=kx-5$$

$$y = 5, y=kx+b$$

$$y = -2x-5, y=kx+b$$

$$y = -x-5, y=kx$$

$$y = 3x+1, y=3x+b$$

$$y = 2x+b, y=kx+b+1$$

2. При каких значениях k и b прямые, заданные следующими уравнениями, пересекаются (имеют одну общую точку):

$$y = 4x+1, y=kx-5$$

$$y = 2-x, y=kx+2$$

$$y = 2x+b, y=kx-2$$

$$y = -3, y=kx+10$$

$$y = 2x+b, y=2x-1$$

$$y = (k+1)x+b, y=kx+b+1$$

3. При каких k и b прямые, заданные следующими уравнениями, совпадают:

$$y = 3+x, y=kx+b$$

$$y = -x+2, y=kx+2$$

$$y = -3, y=kx+10$$

$$y = (k+1)x+b, y=2kx+b$$

4. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через

начало координат и через точку:

- | | |
|------------|----------|
| а) (1;1) | б) (1;3) |
| в) (1;-5) | г) (2;4) |
| д) (-1;-1) | е) (2;1) |
| ж) (3;-1) | |

5. Линейная функция имеет вид $y=2x+b$. Найдите коэффициент b , если

- а) графику функции принадлежит точка (0;-3),
- б) график функции пересекает ось ОY в точке с ординатой -4,
- в) график функции проходит через начало координат,
- г) график функции проходит через точку (1;3)
- д) график функции проходит через точку (2;10)
- е) график функции пересекает ось абсцисс в точке (-4;0).

Сформулируйте теорему о взаимном расположении двух прямых, служащих графиками линейных функций.

ТЕОРЕМА *Пусть даны две линейные функции $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$. Прямые, служащие графиками линейных функций:*

- 1) параллельны, если $k_1=k_2$, $b_1 \neq b_2$;*
- 2) совпадают, если $k_1=k_2$, $b_1=b_2$;*
- 3) пересекаются, если $k_1 \neq k_2$.*

II. Постановка проблемы. Этап пробного действия.

Задача 1.

- а) Известно, что график функции $y=kx+b$ параллелен графику функции $y=-x+5$ и расположен ниже его. Что можно сказать о коэффициентах k и b ?
- б) Известно, что график функции $y=kx+b$ проходит через ту же точку на оси ординат, что и график функции $y=2x-3$. Кроме того, точки графика функции $y=kx+b$ с отрицательными абсциссами расположены ниже точек графика функции $y=2x-3$ с отрицательными абсциссами. Что можно сказать о коэффициентах k и b ?

Решение:

а) Так как графики функций $y=kx+b$ и $y=-x+5$ параллельны, то $k=-1$. Коэффициент b – это отрезок, отсекаемый прямой на оси ОУ. Так как график первой функции расположен ниже графика функции $y=-x+5$, то $b < 5$.

б) Построим график функции $y=2x-3$. Тогда график функции $y=kx+b$ проходит через точку $(0; -3)$. Учтем, что точки графика функции $y=kx+b$ с отрицательными абсциссами расположены ниже точек графика функции $y=2x-3$ с отрицательными абсциссами. (рис. 14).

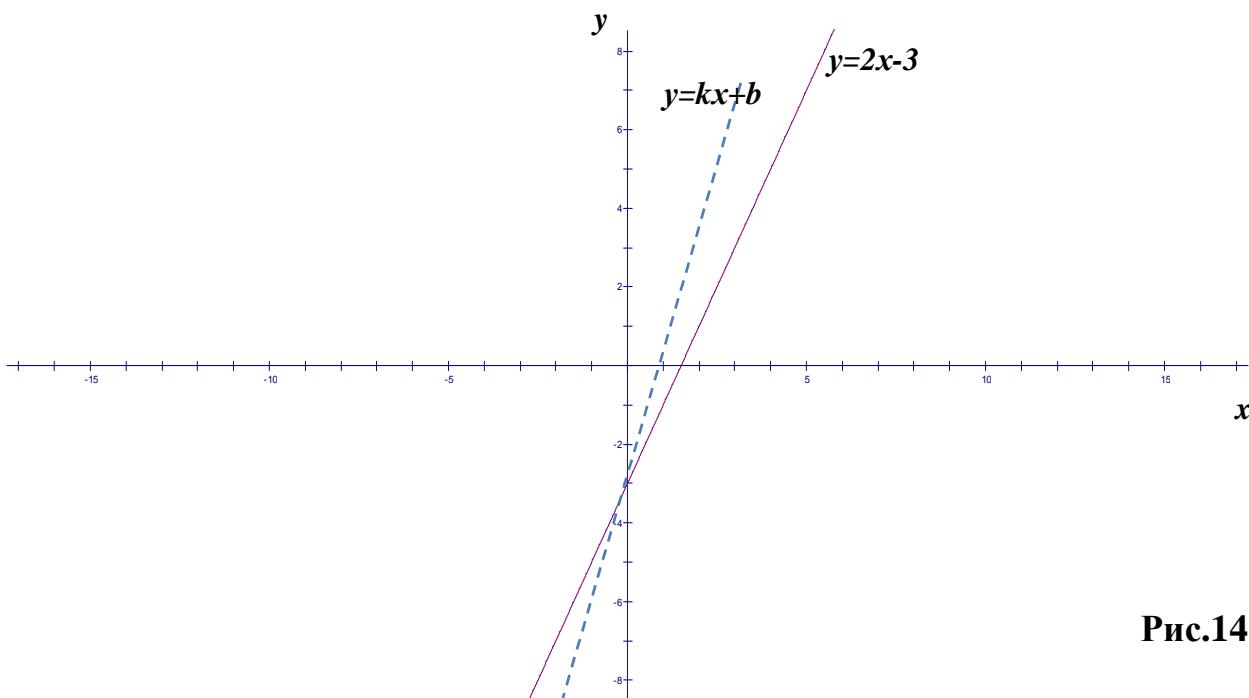


Рис.14

Таким образом, $b=-3$; $k>2$.

III. Этап выдвижения и обоснования гипотез.

Учащимся предлагается серия усложняющихся задач на исследование взаимного расположения двух прямых. Тексты задач и чертежи к ним даны на слайдах.

Задача 2.

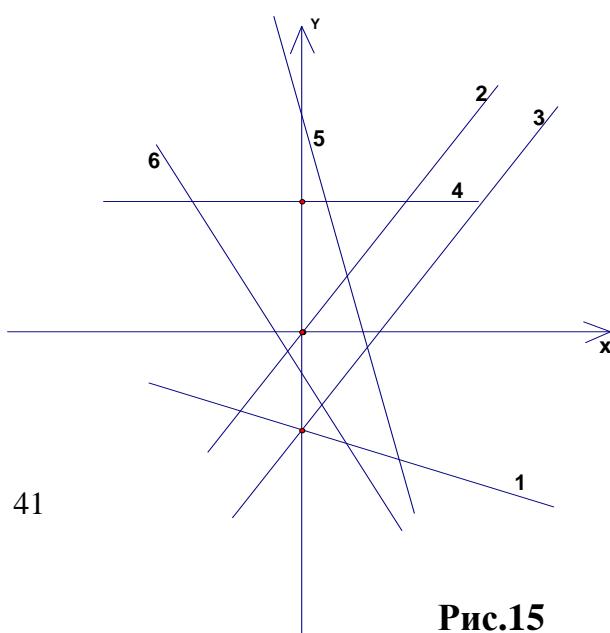


Рис.15

На координатной плоскости изображены шесть прямых - графиков функций (рис. 15):

1) $y=k_1 x+b_1$, 2) $y=k_2 x+b_2$,..., 6) $y=k_6 x+b_6$. Известно, что прямые 2) и 3) параллельны.

а) Определите знаки коэффициентов: k_1 и b_1 ,..., k_6 и b_6 .

б) Выпишите коэффициенты $k_1, k_2 \dots k_6$ в порядке возрастания.

в) Выпишите коэффициенты $b_1, b_2 \dots b_6$ в порядке возрастания.

Решение:

а) Так как прямые 1, 3, 6 пересекают ось ОУ в ее отрицательной части, то $b_1 < 0$, $b_3 < 0$, $b_6 < 0$. Так как прямая 2 проходит через начало координат, то $b_2 = 0$.

Так как прямые 4, 5 пересекают ось ОУ в ее положительной части, то $b_4 > 0$, $b_5 > 0$.

Так как линейные функции 2, 3 возрастают, то $k_2 > 0$, $k_3 > 0$. Функции 1, 5, 6 убывают, следовательно, $k_1 < 0$, $k_5 < 0$, $k_6 < 0$. График прямой 4 параллелен оси ОХ, следовательно $k_4 = 0$.

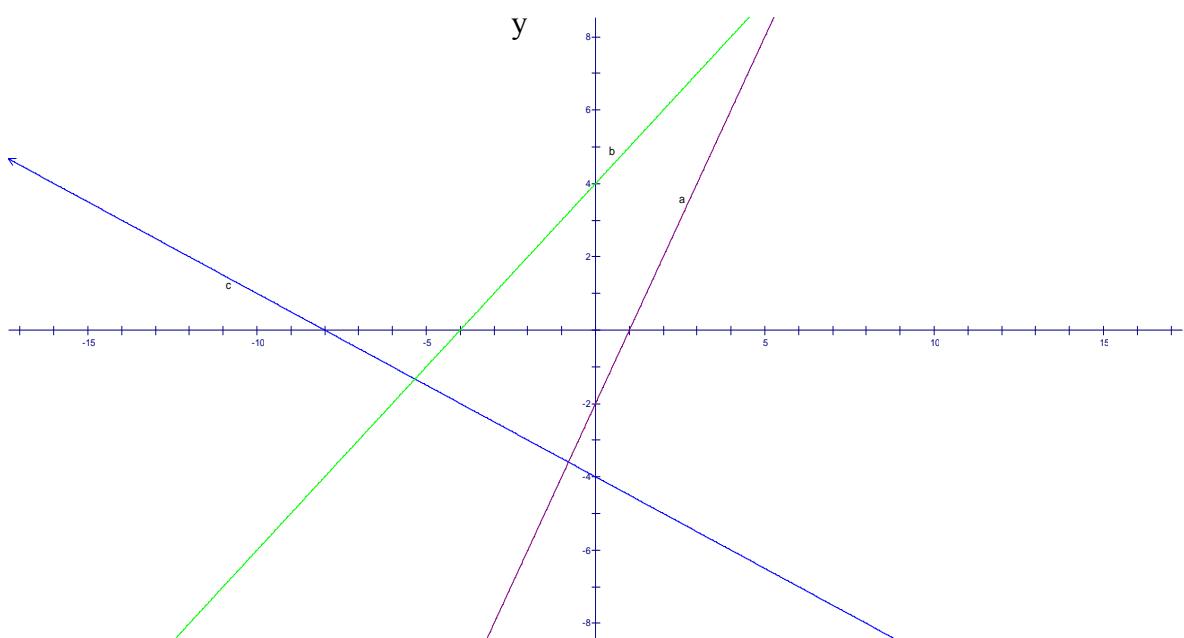
б) $k_5, k_6, k_1, k_4, k_2 = k_3$.

в) $b_1 = b_3, b_6, b_2, b_4, b_5$.

Учитель организует решение задачи 2 методом эвристической беседы

Задача 3.

Среди 6 данных ниже функций есть 3, графики которых изображены на рисунке. Для каждого графика найдите соответствующую ему функцию. Ответ обоснуйте (рис. 16).



- | | |
|----------|-------------|
| $y=2x-2$ | $y=-0,5x-4$ |
| $y=x+4$ | $y=-x-1$ |
| $y=2x+4$ | $y=-2x-4$ |

Ответ: a: $y=2x-2$; b: $y=x+4$; c: $y=-0,5x-4$

Задачу 3 ученики решают самостоятельно в тетрадях с последующей проверкой ответов на слайде.

Задача 4.

На координатной плоскости изображены четыре прямых - графики функций, координаты некоторых точек даны (Рис. 17). Задайте функции формулами.

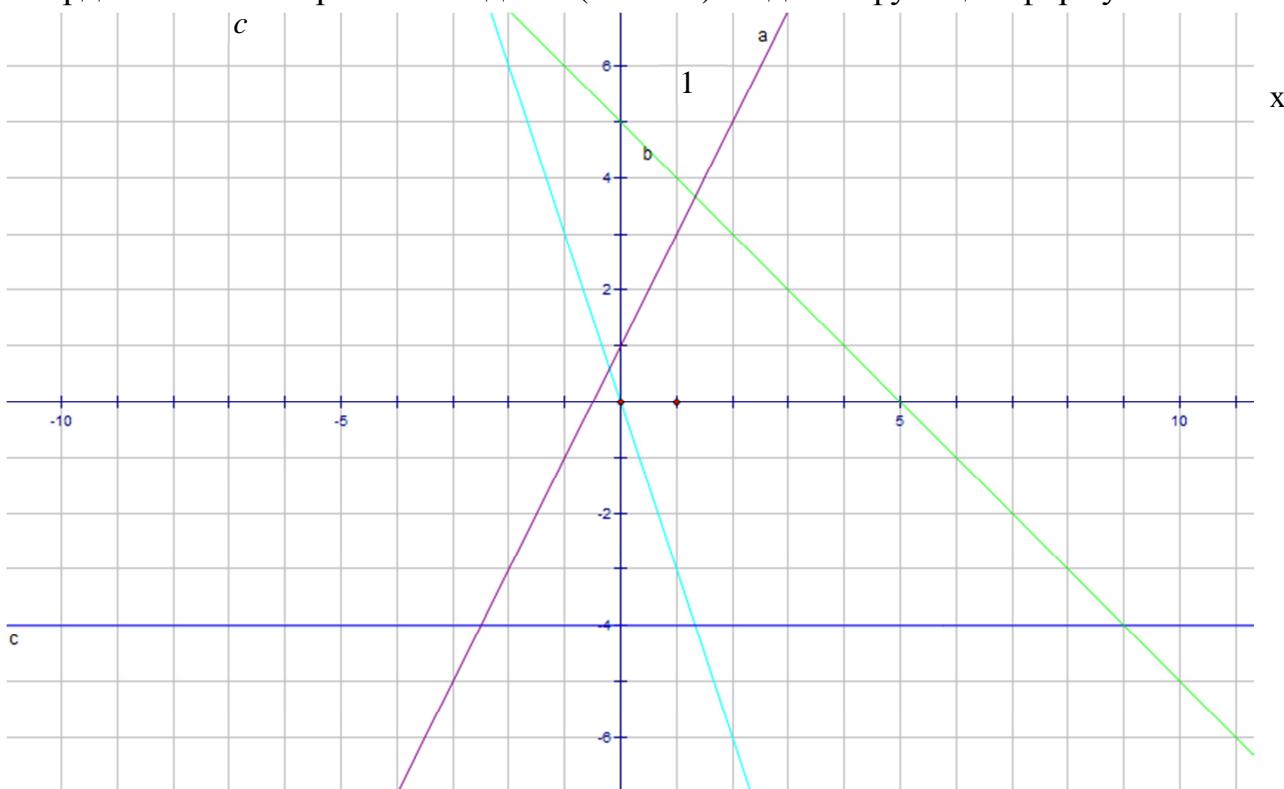


Рис.17

Ответ: a: $y=2x+1$; b: $y=-x+5$; c: $y=-4$; d: $y=-3x$.

Задачу 4 ученики решают самостоятельно в тетрадях с последующей проверкой ответов на слайде.

IV. Этап рефлексии.

Учащиеся анализируют ход решения задач, делают выводы, устанавливают связь нового материала с ранее изученным.

V. Постановка домашнего задания

1) Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точку $(0;4)$ и известно, что:

- при увеличении значения x на 1 значение y увеличивается на 4,
- при увеличении значения аргумента на 2 значение функции уменьшается на 6,
- при уменьшении значения аргумента значение функции не изменяется.

2) Придумайте сами задания типа 3 и 4 (см. классную работу) так, чтобы функции можно было однозначно определить.

Индивидуальное домашнее задание № 3 (технологическая карта урока)

Спроектировать конспект (или технологическую карту) урока – учебного исследования по теме “Четырехугольники”.

Выполнение работы

Предмет: геометрия

Класс: 8

Цель урока: Создать условия для включения учащихся в учебное исследование свойств геометрических конфигураций с четырехугольниками.

Формируемые предметные результаты: уметь применять изученные свойства и признаки четырехугольников для установления математических закономерностей между элементами известных геометрических фигур.

Формируемые метапредметные результаты:

- личностные универсальные учебные действия: развитие самостоятельности и личной ответственности за свои решения и действия, внимательности и трудолюбия.

-регулятивные универсальные учебные действия: формулировка цели работы, планирование своей деятельности, осуществление корректировки своих действий, осуществление самоконтроля и рефлексии.

-познавательные универсальные учебные действия: критический анализ условий заданной ситуации, выдвижение и обоснование гипотез, применение сравнения и аналогии как методов научного познания.

- коммуникативные универсальные учебные действия: ведение диалога, развитие культуры научной дискуссии

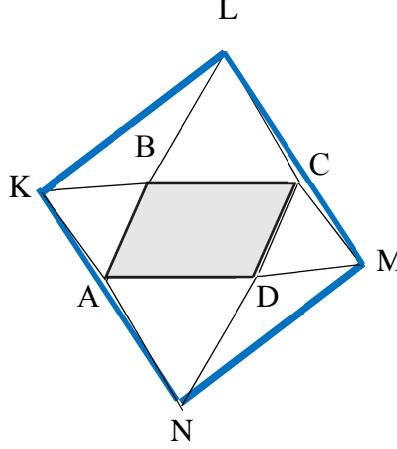
Тип урока: урок-учебное исследование

Формы работы учащихся: фронтальная, индивидуальная, парная

Необходимое техническое оборудование: компьютер, интерактивная доска.

Ход урока (2 часа)

Этапы урока и их основное содержание	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Постановка целей урока	Подводит учащихся к формулировке цели урока	Формулируют цель урока; каждый учащийся конкретизирует цели урока для себя
Введение проблемной ситуации. Задача 1. На сторонах параллелограмма ABCD вне его построены равносторонние треугольники ABK, BCL,	Предъявляет текст задачи на слайде	Читают, осмысливают и анализируют условие и требование задачи

CDM, DAN. Каков вид четырехугольника KLMN?		
Выдвижение гипотез	Вызывает к доске трех человек, предлагает провести пробы; организует коллективное обсуждение полученных результатов и предлагает сформулировать гипотезу	Проводят пробы у доски и в тетради; формулируют гипотезу на основе коллективного обсуждения полученных результатов: “KLMN - параллелограмм”
Поиск плана доказательства гипотезы	<p>1. Просит отметить на чертеже элементы, равные по условию.</p> <p>2. Предлагает вспомнить признаки параллелограмма.</p> <p>3. Предлагает выбрать “нужный” признак на основе анализа чертежа.</p> <p>4. Помогает найти основную идею доказательства</p>	<p>1. Один ученик, работая у доски, выполняет чертеж:</p>  <p>Аналогичный чертеж каждый учащийся выполняет в тетради.</p> <p>2. Формулируют признаки параллелограмма.</p> <p>3. Выбирают “нужный” признак: “Так как противоположные стороны четырехугольника KLMN являются сторонами треугольников, которые, очевидно, равны, то проще воспользоваться признаком: “Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм”</p> <p>4. Находят основную идею доказательства: Доказать, что $\Delta KBL = \Delta NDM$, $\Delta KAN = \Delta LCM$.</p> <p>5. Устно составляют план</p>

	5. Предлагает составить план доказательства	доказательства. Записывают его в тетрадях: 1). Доказать, что $\angle KBL = \angle MDN$. 2). Доказать, что $\Delta KBL = \Delta NDM$ 3). Доказать, что $KL = MN$. 4). Доказать, что $\angle KAN = \angle LCM$. 5). Доказать, что $\Delta KAN = \Delta LCM$ 6). Доказать, что $KN = LM$.
Доказательство гипотезы	Следит за правильностью доказательства. Когда доказано равенство сторон KL и MN , замечает, что доказательство другой пары противоположных сторон четырехугольника $KLMN$ аналогично. Предлагает провести это доказательство устно.	Записывают доказательство равенства сторон KL и MN . Устно доказывают, что $KN = LM$. В тетрадях записывают: “Аналогично, $KN = LM$ ”.
Развитие задачи. Задача 2. Выясните, какой вид будет иметь полученный в задаче 1 параллелограмм $KLMN$, если данный параллелограмм $ABCD$ будет прямоугольником.	Записывает кратко условие на доске: “В задаче 1 $ABCD$ – прямоугольник”	Осмысливают условие и требование задачи, сравнивают с предыдущей
Выдвижение гипотезы	Предлагает сначала самостоятельно работать в тетрадях, затем вызывает к доске одного из учеников	Учащиеся делают чертеж к задаче, формулируют гипотезу: “ $KLMN$ – ромб”.
Доказательство гипотезы	Предлагает сформулировать и записать основную идею доказательства	Записывают основную идею доказательства на доске и в тетради: “Доказать: $\Delta KBL = \Delta MDN = \Delta KAN = \Delta LCM$ ”
Подведение итогов урока. Рефлексия	Постановка ориентировочных вопросов для рефлексивной деятельности учащихся	Каждый ученик проговаривает соседу по парте ответы на вопросы: Каковы мои главные результаты на сегодняшнем уроке? Что я понял? Чему научился?

		<p>Какое из заданий вызвало наибольший интерес и почему?</p> <p>Каковы были мои основные трудности при выдвижении гипотез и как я их преодолевал?</p> <p>Какие методы научного познания я использовал при решении задач?</p>
Постановка домашнего задания. Задача 3. Выясните, какой вид будет иметь полученный в задаче 1 параллелограмм KLMN, если данный параллелограмм ABCD будет 1) ромбом; 2) квадратом.	Предлагает учащимся записать текст задачи	Записывают кратко: “В задаче 1 ABCD – ромб (квадрат). Определить вид параллелограмма KLMN”.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Гусев, В. А. Теория и методика обучения математике : психолого-педагогические основы [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.А. Гусев. — Электронные текстовые данные — Москва : Лаборатория знаний, 2017. — 458 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/94152>. - Загл. с экрана.
2. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся [Электронный ресурс] : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. - Электронные текстовые данные. – Москва : Юрайт, 2019. - 460 с. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/metodika-obucheniya-matematike-poiskovo-issledovatelskaya-deyatelnost-uchaschihsya-434657#page/2> - Загл. с экрана
3. Ларин, С. В. Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде geogebra [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. —Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 233 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/441296>.

Дополнительная литература

1. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход [Электронный ресурс] : учебник для академического бакалавриата / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. — 2-е изд., перераб. и доп. — Электронные текстовые данные. - Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 340 с. — (Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/05D1A870-6C78-4DA5-8848-27249A132E782>.
2. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Изучение дробей и действий над ними [Электронный ресурс] : учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. А. Далингер.— Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 194 с. — (Образовательный процесс). — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/434653>.

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru>. Доступ свободный
3. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
4. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов - <http://fcior.edu.ru>. Доступ свободный.
5. Федеральный портал "Информационно-коммуникационные технологии в образовании" - <http://www.ict.edu.ru/>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.- Режим доступа: <http://school-collection.edu.ru/>
7. <http://community.edu-project.org/> — Методический сайт лаборатории методики и информационной поддержки развития образования МИОО
8. vernadsky.info — сайт Всероссийского Конкурса юношеских исследовательских работ им. В. И. Вернадского. Русская и английская версии. Публикуются нормативные документы по конкурсу, рекомендации по участию в нем, детские исследовательские работы.
9. Интернет-портал исследовательской деятельности учащихся “Исследователь. Ru” - <http://window.edu.ru/resource/540/39540>