Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)
Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

Л.А. Осипова

Основы математической обработки информации

Методические указания к внеаудиторной самостоятельной работе
для обучающихся по направлениям подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
44.03.01 Педагогическое образование
44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)

Новокузнецк

2020

УДК [378.147: 303.732](072)
ББК 74.484(2Рос-4Кем)я73+32.81я73
О 74

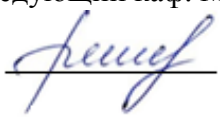
Осипова Л.А.

О 74 Основы математической обработки информации: методические указания к внеаудиторной самостоятельной работе для студентов обучающихся по направлениям подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.04 Профессиональное обучение / Л.А.Осипова. Новокузнецкий ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2020 – 54 с.

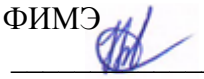
В работе изложены методические указания к внеаудиторной самостоятельной работе студентов (в форме индивидуальных контрольных работ) по дисциплине Основы системного анализа и математической обработки информации по темам «Математические средства представления информации», «Представление информации средствами теории множеств и математической логики», «Стохастические модели представления и обработки информации». По каждой теме представлены: основные теоретические факты, примеры решения типовых задач, варианты индивидуальных контрольных работ и рекомендации по их оформлению, оценивание работ в балльно-рейтинговой системе, список основной и дополнительной литературы.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.04 Профессиональное обучение (всех профилей).

Рекомендовано на заседании кафедры математики, физики и математического моделирования
Протокол № 5 от 10.12.2020

Заведующий каф. МФММ

/ Е.В.Решетникова

Утверждено методической комиссией факультета информатики, математики и экономики
Протокол № 5 от 17.12.2020

Председатель методической комиссии ФИМЭ

/Г.Н.Бойченко

УДК [378.147: 303.732](072)
ББК 74.484(2Рос-4Кем)я73+32.81я73
О 74

© Осипова Людмила Александровна
© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет», Новокузнецкий институт (филиал), 2020
Текст представлен в авторской редакции

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ 4
КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ....5
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ 5
Представление информации в виде формул и таблиц. 6
Диаграммы 9
Математическая модель 12
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ СРЕДСТВАМИ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ 13
Множество. Основные понятия 13
Операции над множествами 15
Понятие высказывания. Виды высказываний 17
Логические операции над высказываниями 18
Формулы алгебры логики. Вычисление их значений 22
СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ 26
Элементы комбинаторики 26
Элементы теории вероятностей 30
ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ 35
Особенности и балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных заданий 35
Требования к выполнению и оформлению индивидуальных заданий 37
Контрольная работа №1 38
«Математические средства представления информации» 38
Контрольная работа №2 47
«Представление информации средствами теории множеств и математической логики» 47
Контрольная работа №3 51
«Стохастические модели представления и обработки информации» 51
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА 52
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ.53

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящие методические материалы адресованы студентам, получающим квалификацию бакалавр по направлениям подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.04 Профессиональное обучение направлены на оказание помощи студентам в выполнении внеаудиторной самостоятельной работы (в форме контрольных работ) по темам «Математические средства представления информации», «Представление информации средствами теории множеств и математической логики», «Стохастические модели представления и обработки информации» дисциплины Основы системного анализа и математической обработки информации.

Целью изучения дисциплины является развитие навыков системного мышления студентов и подготовка их к решению практических задач анализа и синтеза систем, а также развитие способности использовать математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

В ходе изучения дисциплины формируется компетенция УК-1 (способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач).

Математические методы обработки информации давно уже стали востребованы не только в математических и естественнонаучных, но и гуманитарных исследованиях. Поэтому владение ими становится обязательной характеристикой компетентного специалиста. Математическая обработка даёт возможность грамотно составлять и оформлять различную документацию, а также прогнозировать реальные события на основе полученных данных.

Целью методических рекомендаций является содействие в организации процесса самостоятельной работы студентов в ходе изучения основ математической обработки информации.

В методические рекомендации включено:

1) справочный материал (основные понятия, свойства, теоремы, формулы);
2) примеры решения основных типовых задач;

3) особенности оценивания самостоятельной работы в балльно-рейтинговой системе;

4) варианты контрольных работ;

5) требования к выполнению и оформлению работ;

6) список рекомендуемой литературы.

Теоретические сведения об основных фактах математической обработки информации представлены в объеме, достаточном для подготовки к практическим занятиям. Решения задач подробны, снабжены достаточными пояснениями.

Список литературы для самостоятельной работы над теоретическим материалом или решением задач включает классические и современные источники; указана литература основная и дополнительная.

Таким образом, данные методические материалы позволяют получить студенту целостное представление о содержании тем «Математические средства представления информации», «Представление информации средствами теории множеств и математической логики», «Стохастические модели представления и обработки информации» и логике их развертывания, эффективно подготовиться к практическим занятиям по соответствующим темам, успешно выполнить контрольную работу.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Слово «информация» происходит от латинского слова informatio, что в переводе означает сведение, разъяснение, ознакомление

- Информация – общенаучное понятие, включающее обмен сведениями между людьми, человеком и автоматом, автоматом и автоматом; обмен сигналами в животном и растительном мире; передачу признаков от клетки к клетке, от организма к организму (генетическая информация)

“Большой энциклопедический словарь”, 2001 г.

- Информация – это особая совокупность сведений, первичным источником которых является опыт.

А.А.Красовский, Г.С. Поспелов, 1961 г.

Под **обработкой информации** понимают процесс перехода от исходной информации к новой информации, либо изменение формы представления информации.

Нечто или некто, выполняющий обработку информации, называется **исполнителем.**

Форму представления информации можно изменить путём систематизации, сортировки, кодирования исходной информации, т.д.

Новую информацию можно получить путём логических рассуждений (эвристический способ обработки информации) или действуя по определённым правилам (формальный способ обработки информации).

Представление информации в виде формул и таблиц.

Математическая формула (от лат. Formula – уменьшительное от forma – образ, вид) – принятая в математике (физике и прикладных науках) символическая запись законченного логического суждения (определения величины, неравенства, уравнения или тождества).

В более широком смысле формула - всякая чисто символическая запись, противопоставляемая в математике различным выразительным способам, имеющим геометрическую коннотацию: чертежам, графикам, диаграмма, графам и т.п.

Точный смысл формулы подразумевается из контекста и его невозможно понять непосредственно из ее вида

- Формула должна сообщить, как искать значение переменной (уравнения и т.п.), например $2x+1=x-4$
- Формула (записываемая как “искомое = выражение”)определяет величину через свои параметры, например $E=Bv\sin(\omega t)$ *– энергия ультразвука*

- Формула является собственно логическим утверждением (тождеством, теоремой), например $a^2 + b^2 = c^2$ - теорема Пифагора.

Таблица – это список приближенных (или точных) значений функции при разных (точных) значениях аргумента.

- *Входом таблицы* называется значение аргументов функции
- *Шагом таблицы* называется интервал задания аргумента.

Таблицы могут быть с одним или двумя входами.

Статистическая таблица – это особый способ краткой и наглядной записи сведений об изучаемых общественных явлениях.

- *Подлежащее* таблицы показывает, о каком явлении идет речь в таблице и представляет собой группы и подгруппы, которые характеризуются рядом показателей.
- *Сказуемым* таблицы называются числовые показатели, с помощью которых характеризуется объект, т.е. подлежащее таблицы.

В зависимости от построения подлежащего статистические таблицы подразделяются на три вида:,

- простые,
- групповые
- комбинационные,

А по разработке сказуемого

- с простой разработкой
- сложной разработкой.

Простыми называются такие статистические таблицы, в подлежащем которых нет группировки, а дается перечисление территориальных единиц, единиц времени или какой-либо другой перечень. Простые таблицы имеют самое широкое распространение. Статистические данные по стране и отдельным ее зонам с перечислением в подлежащем всех районов, всех областей или республик, всех предприятий данного города можно представить в виде простых таблиц.

Простые таблицы содержат перечень отдельных единиц, входящих в состав совокупности анализируемого явления.

В **групповых таблицах** цифровая информация в разрезе отдельных составных частей исследуемой совокупности данных объединяется в определенные группы в соответствии с каким-либо признаком.

Комбинированные таблицы содержат отдельные группы и подгруппы. При этом такое подразделение осуществляется не по одному, а по нескольким признакам. в групповых таблицах осуществляется простая группировка показателей, а в комбинированных — комбинированная группировка.

Простые таблицы вообще не содержат никакой группировки показателей. Последний вид таблиц содержит лишь несгруппированный набор сведений об анализируемом явлении.

Простая таблица

Добыча некоторых видов ископаемых в Российской Федерации, в 2010 году (г.).	
Виды продукции	Произведено
Нефть, миллионов тонн (млн.т.)	491
Естественный газ млрд. куб.м	651
Уголь млн.т.	315

Групповая таблица

Распределение населения Российской Федерации, по полу, на 1 января 2010 г..		
	млн. чел	в % к итогу
Численность населения – всего	142,0	100,0
В том числе:		
Мужчины	65,8	46,3
Женщины	76,4	53,7

Таблица как средство анализа связей между объектами

Пример. Коля, Вова, Боря, Юра заняли в соревнованиях первые четыре места. На вопрос, какие места они заняли, трое ответили:

- Коля не занял ни первое и ни четвертое.
- Боря занял второе место.

- У Вовы ни четвертое место. Какие места заняли мальчики?

Решение: Составим таблицу исходных данных. Между множеством имен мальчиков и множеством мест должно быть взаимно-однозначное соответствие.

место	Коля	Боря	Вова	Юра
1-е место				
2-е место				
3-е место				
4-е место				

В каждой строке и столбце поля таблицы должен стоять один «+» (там где между объектами установлено взаимно-однозначное соответствие), а в остальных клетках должны стоять минусы. В результате заполнения получается

место	Коля	Боря	Вова	Юра
1-е место	-	-	+	-
2-е место	-	+	-	-
3-е место	+	-	-	-
4-е место	-	-	-	+

Анализируя заполненную таблицу, получаем ответ. Коля занял 3-е место, Боря – 2-е место, Вова – 1-е место, а Юра – 4-е место.

Диаграммы

Диаграмма – вид математической модели, который дает наглядное представление о соотношении размеров тех или иных величин.

Диаграмма представляет чертеж, на котором статистическая информация изображается посредством геометрических фигур или символических знаков.

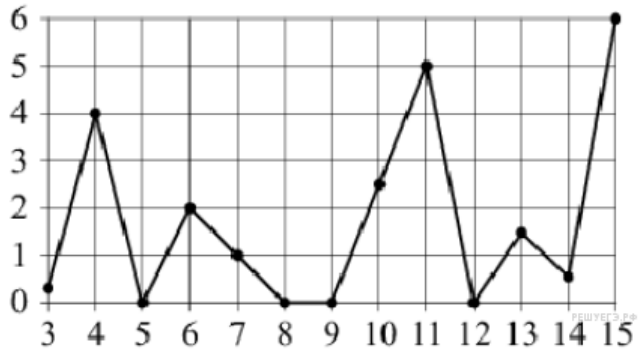
Линейные диаграммы используются для характеристики вариации, динамики и взаимосвязи. Линейные графики строятся на координатной сетке. Геометрическими знаками служат точки и отрезки прямой, которые их последовательно соединяют в ломаные.

Линейные диаграммы для характеристики динамики применяют в следующих случаях:

- если количество уровней ряда динамики достаточно велико. Их применение подчеркивает непрерывность процесса развития в виде непрерывной линии;
- с целью отображения общей тенденции и характера развития явления;
- при необходимости сравнения нескольких динамических рядов;
- если нужно сопоставить не абсолютные уровни явления, а темпы роста.

При изображении динамики с помощью линейной диаграммы на ось абсцисс наносят характеристики времени (дни, месяцы, кварталы, годы), а на оси ординат — значения показателя (пассажирские перевозки в России).

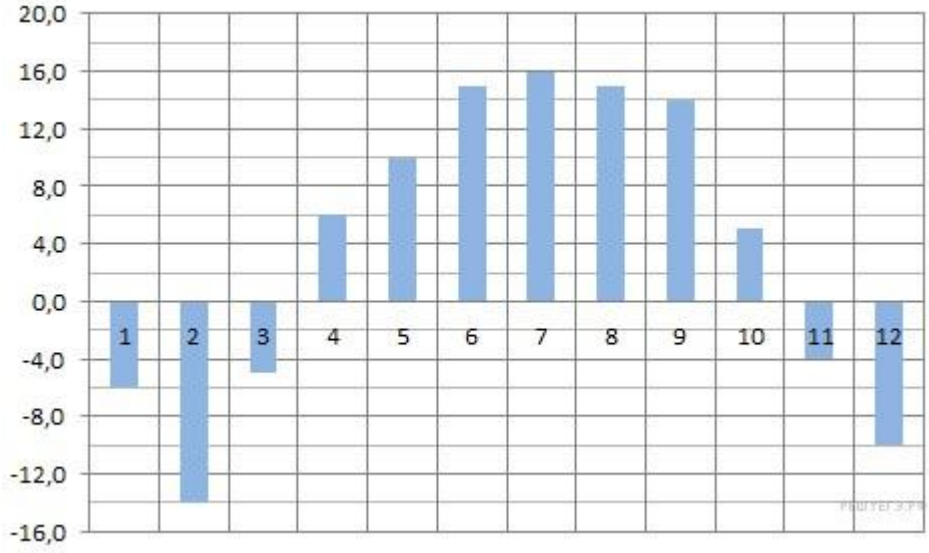
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями.



Столбчатая диаграмма — диаграмма, представленная прямоугольными зонами (столбцами), высоты или длины которых пропорциональны величинам, которые они отображают. Прямоугольные зоны могут быть расположены вертикально или горизонтально.

Столбчатая диаграмма отображает сравнение нескольких дискретных категорий. Одна её ось показывает сравниваемые категории, другая — измеримую величину. Иногда столбчатые диаграммы отображают несколько величин для каждой сравниваемой категории.

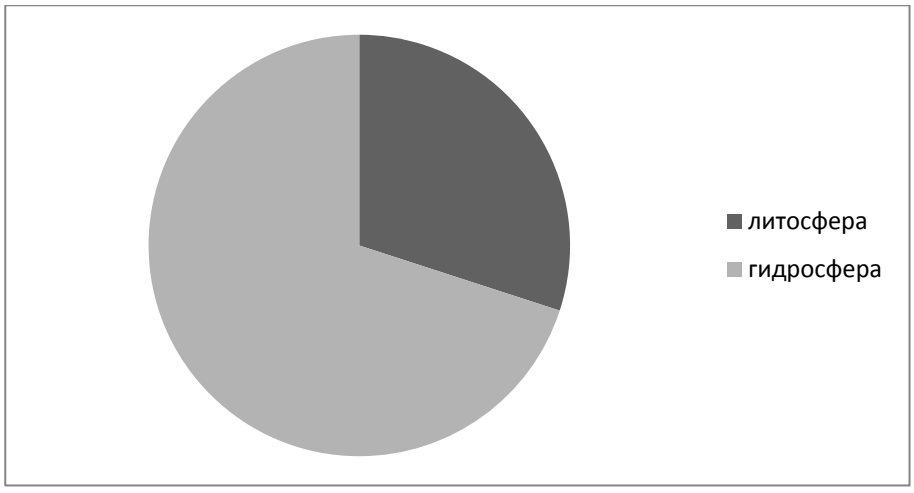
На диаграмме показана среднемесячная температура в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



Круговые диаграммы широко используются в презентациях и офисной документации. Они позволяют показать пропорциональное и процентное соотношение между категориями за счет деления круга на пропорциональные сегменты. Длина каждой дуги представляет собой пропорциональную долю каждой категории, в то время как круг целиком представляет общую сумму всех данных, равную 100%.

Круговые диаграммы идеально подходят для того, чтобы быстро сформировать представление о пропорциональном распределении данных

Круговая диаграмма имеет свои особенности:

1. Данные только одного ряда подходят для представления в таком виде.
2. Предоставляемые значения не имеют отрицательного знака.
3. Значения должны быть больше нуля.
4. Желательное количество сегментов – не более 7.
5. 

Математическая модель

Модель – это физический или абстрактный образ моделируемого объекта или процесса, удобный для проведения исследований и позволяющий адекватно отображать интересующие исследователя свойства и характеристики объекта

Математическая модель – приближенное описание какого – либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики.

Математическая модель – мощный метод познания внешнего мира, а также прогнозирования и управления.

Пример. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 234 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В.

Решение. Составим математическую модель задачи. Для наглядности составим таблицу, занося туда данные из условия задачи.

Начинаем с таблицы. Пусть х — скорость баржи на пути из А в В. Расстояние между А и В равно 234 километра. Из формулы $S = v \cdot t$легко выразить время: $t = \frac{S}{v} = \frac{234}{x}$.

На обратном пути скорость на 4 км/ч больше, расстояние то же. Время, затраченное на путь из В в А, равно $\frac{234}{x+4}$.

	v	t	S
Из А в В	x	$\frac{234}{x}$	234
Из В в А	x	$\frac{234}{x+4}$	234

Сразу поясним: здесь речь идет о времени, когда баржа находилась в движении. В условии задачи говорится, что на обратный путь баржа затратила столько же времени, сколько на путь из А в Б. При этом 8 часов баржа стояла, а время, которое она плыла, равно $\frac{234}{x+4}$.

Запишем, что время, затраченное на путь из А в Б и на обратный путь — одинаково. В результате получили математическую модель задачи

$$\frac{234}{x} = \frac{234}{x+4} + 8.$$

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ СРЕДСТВАМИ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Множество. Основные понятия

Множество – это любая совокупность объектов, которые называются элементами множества.

В этом интуитивном определении, принадлежащим немецкому математику Георгу Кантору, существенным является то обстоятельство, что собрание предметов само рассматривается как один предмет, мыслится как единое целое. Множества обозначаются прописными буквами латинского алфавита: A, B, X, Y, A_1, A_2, …, элементы множеств – строчными буквами: a, b, x, y, a_1, a_2, … .

Символ $\in$ обозначает *принадлежность*. Запись $x \in A$ означает, что элемент x принадлежит множеству A. Если элемент x не принадлежит множеству A, то пишут $x \notin A$.

Множества бывают: конечные; частный случай – единичное (одноэлементное); бесконечные; пустое (Ø).

Определение. Пустым множеством называют множество, не содержащее ни одного элемента.

Способы задания (описания) множеств:

1) Множество A определяется непосредственным перечислением всех своих элементов a_1, a_2, ..., a_n, т.е. записывается в виде: $A=\{a_1, a_2, ..., a_n\}$. При задании множества перечислением обозначения элементов обычно заключают в фигурных скобках и разделяют запятыми. Перечислением можно задавать только *конечные* множества.

2) Множество A определяется как совокупность тех и только тех элементов из некоторого основного множества T, которые обладают общим свойством $P(x)$. В

этом случае используется обозначение $A=\{x \mid x\in T \wedge P(x)\}$, т.е. задается характеристическим предикатом. Характеристическим предикатом можно задать как *конечные*, так и *бесконечные* множества.

Пример. $A=\{1;\ 2;\ 3\}$ - множество натуральных чисел от 1 до 4. Множество задано перечислением всех своих элементов. Причем, элемент $3\in A$, а $5\notin A$.

Пример. M={токарные, сверлильные, строгальные, резьбофрезерные, …} - множество станков.

Пример. Множество A из примера 1.1. можно задать характеристическим предикатом $A=\{x \mid x\in N \wedge 1\le x\le 4\}$.

*Определение***.** Множество A называется подмножеством множества B (обозначается $A\subseteq B$), если каждый элемент A есть элемент B, т.е. если $x\in A$, то $x\in B$.

Символ $\subseteq$ обозначает *отношение включение* между множествами.

Пример. Пусть $B=\{1;2;3\}$ и $A=\{1;2;3;4\}$. Тогда $B\subseteq A$. Но $C=\{\{1;2\};3\}\not\subset A$.

В частности, каждое множество есть подмножество самого себя, т.е. $A\subseteq A$.

Определение. Пусть A и B – некоторые множества. Говорят, что A ***равно*** B, и пишут $A=B$, если для любого x имеем: $x\in A$ тогда и только тогда, когда $x\in B$.

Иначе говоря, $A=B$ тогда и только тогда, когда $A\subseteq B$ и $B\subseteq A$.

Если $A\subseteq B$ и $A\neq B$, то это записывается $A\subset B$, и говорят, что A есть собственное подмножество B. Пустое множество есть подмножество любого данного множества A, т.е. $\varnothing\subset A$.

Таким образом, доказательство равенства двух множеств A и B состоит из двух этапов:

1) Доказать, что A есть подмножество B.
2) Доказать, что B есть подмножество A.

*Определение***.** Универсальное множество U (или универсум) есть множество, обладающее таким свойством, что все рассматриваемые множества являются его подмножествами.

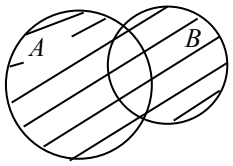
По определению, каждое множество есть подмножество универсального множества.

Пример. Так для множества $A=\{1;2;3;4\}$ за универсум можно взять множество натуральных чисел, т.е. $U=\boldsymbol{N}$.

Операции над множествами

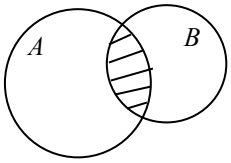
Для наглядного изображения операций над множествами воспользуемся диаграммами Эйлера-Венна.

Определение. Объединением множеств A и B называется множество, (которое обозначается A∪B) состоящее из всех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B.



$$\boldsymbol{A\cup B}=\{x\,|\,x\in A\vee x\in B\}$$

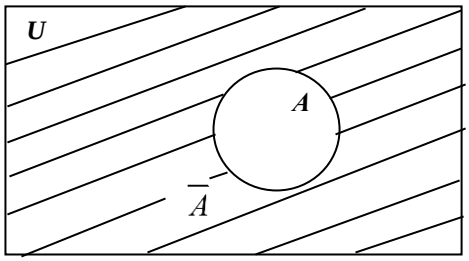
*Определение***.** Пересечением множеств A и B называется множество, (которое обозначается A∩B) которое состоит из общих элементов этих множеств.



$$\boldsymbol{A\cap B}=\{x\,|\,x\in A\wedge x\in B\}$$

Определение. Разностью множеств A и B называется множество, (которое обозначается A\B) всех тех и только тех элементов множества A, которые не принадлежат B.

Определение. Дополнением множества A (обозначается $\overline{A}$) – это множество элементов универсума, которые не принадлежат A, т.е. $\overline{A}=U\setminus A$.



$$\overline{A}=\boldsymbol{U\setminus A}=\{x\,|\,x\in U\wedge x\notin A\}$$

Пример. Пусть $A=\{1;2;3;4\}$ и $B=\{3;4;5\}$. Тогда:

а) $A\cup B=\{1;2;3;4;5\}$; в) $A/B=\{1;2\}$;

б) $A\cap B=\{3;4\}$; г) если $U=\{0;1;2;3;4;5\}$, то $\overline{A}=\{0;5\}$.

Выразим число элементов объединения, разности конечных множеств.

Пусть A и B – конечные множества.

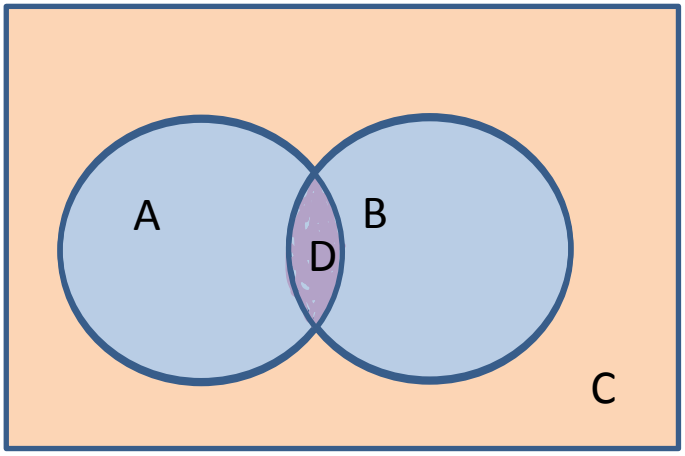
m(A) – число элементов множества A, m(B) – число элементов множества B

1) Если A∩B=∅, то m(A∪B)=m(A)+m(B), m(A\B)=m(A).

2) Если A∩B≠∅, то m(A∪B)=m(A)+m(B)-m(A∩B), m(A\B)=m(A)-m(A∩B).

3) Если B⊆A, то m(A∪B)=m(A), m(A\B)=m(A)-m(B)

Пример. В классе 25 человек. Из них 15 человек посещают спецкурс по английскому языку, 14 человек посещают спецкурс по немецкому языку, 6 человек не ходят на спецкурсы. Сколько человек посещает два спецкурса?



Решение. U- множество учеников

A – множество учеников, посещающих спецкурс по английскому языку

B - множество учеников, посещающих спецкурс по немецкому языку

C – множество учеников, не посещающих спецкурсы

D – множество учеников, посещающих два спецкурса

m(U)=25

m(A)=15, m(B)=14

m(C)=6, m(D)-?

A∪B=U\C

D=A∩B

m(A∪B)=m(U\C)=m(U)-m(C)=25-6=19

m(A∪B)=m(A)+m(B)-m(A∩B)

19=15+14-m(D)

m(D)=10

Ответ: 10 человек посещают два спецкурса.

Понятие высказывания. Виды высказываний

Основным (неопределяемым) понятием математической логики является понятие «простого высказывания».

Под высказыванием обычно понимают всякое повествовательное предложение, утверждающее что-либо о чем-либо, и при этом мы можем сказать, истинно оно или ложно в данных условиях места и времени. Логическими значениями высказываний являются «истина» и «ложь».

Приведем примеры высказываний:

1) Новгород стоит на Волхове.
2) Париж – столица Англии.
3) Карась не рыба.
4) Число 6 делится на 2 и на 3.
5) Если юноша окончил среднюю школу, то он получает аттестат зрелости.

Высказывания 1), 4), 5) истинны, а 2) и 3) – ложны.

Очевидно, предложение «Да здравствуют наши спортсмены!» не является высказыванием.

Высказывание, представляющее собой одно утверждение, принято называть простым или элементарным. Примерами элементарных высказываний могут служить высказывания 1) и 2).

Высказывания, которые получаются из элементарных с помощью грамматических связок «не», «и», «или», «если …, то …», «тогда и только тогда», принято называть сложными или составными. Так, высказывание 3) получается из простого высказывания «Карась – рыба» с помощью отрицания «не», высказывание 4) образовано из элементарных высказываний «Число 6 делится на 2», «Число 6 делится на 3», соединенных союзом «и». Высказывание 5) получается из простых высказываний «Юноша окончил среднюю школу», «Юноша получает аттестат зрелости» с помощью грамматической связки «если

…, то …». Аналогично сложные высказывания могут быть получены из простых высказываний с помощью грамматических связок «или», «тогда и только тогда».

В алгебре логики все высказывания рассматриваются только с точки зрения их логического значения, а от их житейского содержания отвлекаются. Считается, что каждое высказывание либо истинно, либо ложно и ни одно высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

В дальнейшем будем элементарные высказывания обозначать буквами латинского алфавита: *a,b,c,…,x,y,z,…;* истинное значение – буквой И или цифрой 1, а ложное значение – буквой Л или цифрой 0.

Если высказывание *a* истинно, то будем писать *a=1*, если же ложно, то *a=0*.

Логические операции над высказываниями

Определение. Отрицанием высказывания *x* называется новое высказывание, которое является истинным, если высказывание *x* ложно, и ложным, если высказывание *x* истинно.

Отрицание высказывания *x* обозначается $\bar{x}$ и читается «не *x*» или «неверно, что *x*». Логические значения высказывания $\bar{x}$ можно описать с помощью таблицы:

x	$\bar{x}$
1	0
0	1

Таблицы такого вида принято называть ТАБЛИЦАМИ ИСТИННОСТИ.

Пусть *x* высказывание. Так как $\bar{x}$ также является высказыванием, то можно образовать отрицание высказывания $\bar{x}$, то есть высказывание $\bar{\bar{x}}$, которое называется ДВОЙНЫМ ОТРИЦАНИЕМ высказывания *x*. Ясно, что логические значения высказываний $\bar{\bar{x}}$ и *x* совпадают.

Например, для высказывания «Река Волхов вытекает из озера Ильмень» отрицанием будет высказывание «Неверно, что река Волхов вытекает из озера Ильмень» или «Река Волхов не вытекает из озера Ильмень», а двойным

отрицанием будет высказывание «Неверно, что река Волхов не вытекает из озера Ильмень».

Определение. Конъюнкцией двух высказываний *x, y* называется новое высказывание, которое считается истинным, если оба высказывания *x, y* истинны, и ложным, если хотя бы одно из них ложно (т.е. в остальных случаях).

Конъюнкция высказываний *x, y* обозначается символом *x&y* или $x \cdot y$ *(x∧y),* читается «*x* и *y*». Высказывания *x, y* называются членами конъюнкции. Все возможные логические значения конъюнкции двух высказываний *x* и *y* описываются следующей таблицей истинности.

x	*y*	*x∧y*
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Например, для высказываний «6 делится на 2», «6 делится на 3» их конъюнкцией будет высказывание «6 делится на 2 и 6 делится на 3», которое, очевидно, истинно.

Из определения операции конъюнкции видно, что союз «и» в алгебре логики употребляется в том же смысле, что и в повседневной речи. Но в обычной речи не принято соединять союзом «и» два высказывания, далекие друг от друга по содержанию, а в алгебре логики рассматривается конъюнкция двух любых высказываний. (Например: «В огороде бузина и в Киеве дядька»).

Из определения операций конъюнкции и отрицания ясно, что высказывание $x \wedge \bar{x}$ всегда ложно.

Определение. Дизъюнкцией двух высказываний *x, y* называется новое высказывание, которое считается истинным, если хотя бы одно из высказываний *x, y* истинно, и ложным, если они оба ложны.

Дизъюнкция высказываний *x, y* обозначается символом $x \vee y$, читается «*x* или *y*». Высказывания *x, y* называются членами дизъюнкции. Все возможные

логические значения дизъюнкции двух высказываний x и y описываются следующей таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Например, высказывание «В треугольнике DFE угол D или угол E острый истинно, так как обязательно истинно одно из высказываний: «В треугольнике DFE угол D острый», «В треугольнике DFE угол E острый». В повседневной речи союз «или» употребляется в различном смысле: исключающем и не исключающем. В алгебре логики союз «или» всегда употребляется в не исключающем смысле.

Из определения операций дизъюнкции и отрицания ясно, что высказывание $x \vee \bar{x}$ всегда истинно.

Определение. Импликацией двух высказываний *x, y* называется новое высказывание, которое считается ложным, если x истинно, а y – ложно, и истинным во всех остальных случаях.

Импликация высказываний x,y обозначается символом $x \to y$ (или $x \Rightarrow y$), читается “если x, то y”или ”из x следует y”. Высказывание x называют УСЛОВИЕМ или ПОСЫЛКОЙ, высказывание y – СЛЕДСТВИЕМ или ЗАКЛЮЧЕНИЕМ, высказывание $x \to y$ - СЛЕДОВАНИЕМ или ИМПЛИКАЦИЕЙ.

Логические значения операции импликации описываются следующей таблицей истинности:

x	y	$x \to y$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Например, высказывание “если число 12 делится на 6, то оно делится на 3”, очевидно, истинно, так как здесь истинна посылка “ Число 12 делится на 6” и истинно заключение “Число 12 делится на 3”.

Употребление слов “если…, то…” в алгебре логики отличается от употребления их в обыденной речи, где мы, как правило, считаем, что, если высказывание x ложно, то высказывание “Если x, то y” вообще не имеет смысла. Кроме того, строя предложение вида “ если x, то y” в обыденной речи, мы всегда подразумеваем, что предложение y вытекает из предложения x. Употребление слов “если…, то…” в математической логике не требует этого, поскольку в ней смысл содержания высказываний не рассматривается.

Импликация играет важную роль в математических доказательствах, так как многие теоремы формулируются в условной форме “Если x, то y”. Если при этом известно, что x истинно, и доказана истинность импликации $x \to y$, то мы вправе сделать вывод об истинности заключения y.

Определение. Эквиваленцией (или эквивалентностью) двух высказываний x,y называется новое высказывание, которое считается истинным, когда оба высказывания x,y либо одновременно истинны, либо одновременно ложны. И ложным во всех остальных случаях.

Эквиваленция высказываний x,y обозначается символом $x \leftrightarrow y$ (или $\Leftrightarrow$, реже ~), читается “ для того, чтобы x, необходимо и достаточно, чтобы y”, или “ x тогда и только тогда, когда y”. Высказывания x, y называются ЧЛЕНАМИ ЭКВИВАЛЕНЦИИ. Логические значения операции эквиваленции описываются следующей таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Например, эквиваленция “Треугольник SPQ с вершиной S и основанием PQ равнобедренный тогда и только тогда, когда $\angle P = \angle Q$” является истинной, так как высказывания “Треугольник SPQ с вершиной S и основанием PQ равнобедренный” и “В треугольнике SPQ с вершиной S и основанием PQ” $\angle P = \angle Q$” либо одновременно истинны, либо одновременно ложны.

Эквивалентность играет большую роль в математических доказательствах. Известно, что значительное число теорем формулируется в форме необходимых и достаточных условий, т.е. в форме эквивалентности. В этом случае, зная об истинности или ложности одного их двух членов эквивалентности и доказав истинность самой эквивалентности, мы делаем заключение об истинности или ложности второго члена эквивалентности.

Формулы алгебры логики. Вычисление их значений

С помощью логических операций над высказываниями из заданной совокупности высказываний можно строить различные сложные высказывания. При этом порядок выполнения операций указывается скобками. Например, из трёх высказываний x,y,z можно построить высказывания

$(x \wedge y) \vee \bar{z}$ и $x \to \overline{(y \vee (x \wedge z))}$.

Первое из них есть дизъюнкция конъюнкции x,y и отрицания высказывания z, а второе высказывание есть импликация, посылкой которой является высказывание x, а заключением – отрицание дизъюнкции высказывания y и конъюнкции высказываний x,z.

Всякое сложное высказывание, которое может быть получено из элементарных высказываний посредством применения логических операций отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквиваленции, называется ФОРМУЛОЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ.

Формулы алгебры логики будем обозначать большими буквами латинского алфавита A, B, C,…,X, Y,Z,…

Для упрощения записи формул принят ряд соглашений. Скобки можно опускать, придерживаясь следующего порядка действий: конъюнкция выполняется раньше, чем все остальные операции, дизъюнкция выполняется

раньше, чем импликация и эквивалентность. Если над формулой стоит знак отрицания, то скобки тоже опускаются.

В связи с этим приведенные выше формулы $(x \wedge y) \vee \bar{z}$ и $x \to \overline{(y \vee (x \wedge z))}$ могут быть написаны так: $x \wedge y \vee \bar{z}$ и $x \to \overline{y \vee x \wedge z}$, а также $xy \vee \bar{z}$ и $x \to \overline{y \vee xz}$.

Логическое значение формулы алгебры логики полностью определяется логическими значениями входящих в неё элементарных высказываний. Например, логическим значением формулы $\overline{x \wedge y} \vee \bar{z}$ в случае, если x=1, y=1, z=0 будет истина, т.е. $\overline{x \wedge y} \vee \bar{z} = 1$.

Как и в случае с логическими операциями все возможные логические значения формулы, в зависимости от значений входящих в неё элементарных высказываний, могут быть описаны полностью с помощью таблицы истинности.

Например, для формулы $\bar{x} \vee y \to x \wedge \bar{y}$ таблица истинности имеет вид:

x	y	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} \vee y$	$x \wedge \bar{y}$	$\bar{x} \vee y \to x \wedge \bar{y}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0

Легко видеть, что если формула содержит n элементарных высказываний, то она принимает 2^n значений, состоящих из нулей и единиц, или, что то же, таблица содержит 2^n строк.

Алгоритм решения задач с помощью алгебры логики:

1) внимательно изучить условие;

2) выделить простые высказывания и обозначить их латинскими буквами;

3) записать условие задачи на языке алгебры логики;

4) составить конечную формулу, для этого объединить логическим умножением формулы каждого утверждения, приравнять произведение единице;

5) составить таблицу истинности, найти по таблице значения переменных, для которых F = 1, проанализировать результаты.

Пример. Определить участника преступления, исходя из двух посылок:

1) "Если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал";

2) "Если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал".

Рассмотрим решение этой несложной задачи с помощью таблиц истинности.

Составим выражения:

- *I*- "Иванов участвовал в преступлении";
- *P*- "Петров участвовал в преступлении";
- *S*- "Сидоров участвовал в преступлении".

Запишем посылки в виде формул: ¬I∨P→S и ¬I→¬S

I	P	S	$\bar{I} \vee P$	$\bar{I} \vee P \Rightarrow S$	$\bar{I} \Rightarrow \bar{S}$	$(\bar{I} \vee P \Rightarrow S)(\bar{I} \Rightarrow \bar{S})$
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0
1	**0**	**0**	0	1	1	**1**
1	**0**	**1**	0	1	1	**1**
1	1	0	1	0	1	0
1	**1**	**1**	1	1	1	**1**

Анализируя составленную таблицу, делаем вывод, что Иванов участвовал в преступлении.

Таблицы истинности также используются для анализа рассуждений. Чтобы проверить, справедливо ли рассуждение, нужно выполнить следующие действия:

1. Выделить все простые высказывания, имеющиеся в рассуждении, и обозначить каждое из них логической переменной;

2. Записать каждое отдельно взятое предложение в виде логической формулы, используя введенные логические переменные и логические операции;

3. Выделить (по смыслу) из полученных формул посылки и заключение;

4. Выяснить, является ли заключение логическим следствием посылок;

5. Если заключение является логическим следствием посылок, то делаем вывод, что рассуждение является верным, иначе рассуждение неверное.

Пример: Распространение заведомо ложных, позорящих другое лицо измышлений (A) является клеветой (B). Умышленное извращение фактов в заявлении на другое лицо (C) представляет собой распространение заведомо ложных, позорящих другое лицо измышлений. Клевета уголовно наказуема (D). Следовательно, умышленное извращение фактов в заявлении на другое лицо уголовно наказуемо"[4].

В этом суждении четыре сложных высказывания, три из которых являются посылками, а одно - заключением.

$$\frac{A\to B;\ C\to A;\ B\to D}{C\to D}$$

Составим таблицу истинности, содержащую эти формулы. Выделенные строки таблицы показывают, что когда все три посылки одновременно истинны, то заключение тоже всегда истинно. Значит, заключение является логическим следствием посылок, поэтому данное рассуждение будет правильным.

A	B	C	D	A→B	C→	B→	C→D
0	0	0	0	**1**	**1**	**1**	**1**
0	0	0	1	**1**	**1**	**1**	**1**
0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	**1**	**1**	**1**	**1**
0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	**1**	**1**	**1**	**1**
1	1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	**1**	**1**	**1**	**1**

СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Стохастика – довольно многомерное понятие, характеризующее как «случайный» процесс, так и разброс показателя конкретной физической величины в конкретном «детерминированном» процессе. «Стохастический» - это понятие, которое используется во множестве различных областей науки. Оно означает случайность, хаотичность, неопределенность чего-либо.

Под стохастической компетентностью педагога понимают готовность к деятельности, представляющую собой владение основными понятиями теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики и способность их применять в ситуациях, которые могут возникнуть в практической деятельности.

Элементы комбинаторики

Представителям самых различных специальностей часто приходится решать задачи, связанные с составлением и подсчетом числа различных комбинаций из чисел, букв и иных объектов. Такого типа задачи называются комбинаторными задачами, а раздел математики, изучающий вопросы о том, сколько различных комбинаций того или иного вида можно составить из данных элементов – комбинаторикой. Комбинаторика имеет большое значение для теории вероятностей, теории управляющих систем, статистики и других разделов науки и техники.

Решение многих комбинаторных задач основывается на двух фундаментальных правилах, называемых правилом суммы и правилом произведения.

Правило суммы. Если объект A можно выбрать n способами, а объект B-k способами, то объект "A или B" можно выбрать n+k способами.

Пример. В ящике находятся 20 шаров: 5 белых, 6 черных, 7 синих и 2 красных. Сколькими способами можно взять из ящика один цветной шар? *Решение.* Здесь предполагается, что цветной шар - это синий или красный,

поэтому надо применять правило суммы. Цветной шар можно выбрать 7 + 2 = 9 способами.

Правило произведения. Если объект A можно выбрать n способами, а объект B независимо от него - k способами, то пару объектов "A и B" можно выбрать n·k способами.

Пример. Сколько может быть различных комбинаций выпавших граней при бросании двух игральных костей? (Игральная кость - это кубик, на гранях которого нанесены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Решение. На первой кости может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков, то есть всего будет 6 вариантов. Точно так же и на второй кости 6 вариантов. По получится всего 6 · 6 = 36 способов. Правила суммы и произведения справедливы не только для двух, но и для любого числа объектов. Приведем еще несколько примеров, в которых необходимо выбрать правило суммы или произведения.

Определение. Размещениями из n элементов по m ($m \le n$) называются упорядоченные m -элементные выборки из данных n элементов.

Из определения следует, что размещения отличаются друг от друга либо самими элементами, либо их порядком.

Число размещений из n по m обозначается $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$

Пример. На пяти карточках написаны числа 1, 2, 3, 4, 5. Сколько различных трехзначных чисел можно из них составить?

Решение. Трехзначные числа представляют собой трехэлементные выборки из пяти цифр, причем, выборки упорядоченные, поскольку порядок цифр в числе существенен. Значит, этих чисел будет столько, сколько существует из пяти элементов по 3.

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 60.$$

Ответ: 60 чисел.

Определение. Перестановками из n элементов называются размещения из n элементов по n.

Из определения следует, что в данном случае в упорядоченную выборку входят все n элементов и отличаться выборки могут только порядком. Поэтому все перестановки имеют один и тот же состав и отличаются только порядком элементов.

Число перестановок из n элементов обозначается P_n.

$$P_n = n!$$

Пример. Сколькими способами можно расставить 7 книг на книжной полке?

Решение. Каждая расстановка будет отличаться от другой порядком следования книг. Поэтому это будут перестановки из семи элементов.

$P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$.

Ответ: 5040 способами.

Определение. Сочетаниями из n элементов по m ($m \leq n$) называются неупорядоченные m-элементные выборки из данных n элементов. Ясно, что все сочетания отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, а порядок элементов здесь не существенен.

Число сочетаний из n по m обозначается $C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$

Пример. Из 20 учащихся надо выбрать двух дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

Решение. Надо выбрать двух человек из 20. Ясно, что от порядка выбора ничего не зависит, то есть Иванов-Петров или Петров-Иванов - это одна и та же пара дежурных. Следовательно, это будут сочетания из 20 по 2.

$$C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{1 \cdot 2} = 190$$

Ответ: 190 способами.

Пусть дана выборка

$$\underbrace{aaa\ldots}_{m_1}\underbrace{abbb\ldots}_{m_2}b\ldots.\underbrace{ccc\ldots}_{m_k}c$$

состоящая из n элементов, причем, элемент a повторяется m_1 раз, элемент b - m_2 раз, и т.д., элемент c - m_k раз и $m_1 + m_2 +...+ m_k = n$. Перестановки в такой выборке, где есть одинаковые элементы, называются перестановками с повторениями и число перестановок с повторениями обозначается $P_n(m_1,m_2,....,m_k)$ Из приведенных выше рассуждений следует формула:

$$P_n(m_1, m_2, \ldots, m_k) = \frac{n!}{m_1! m_2! \ldots m_k!}$$

Пример. Сколькими способами можно расставить белые фигуры (2 ладьи, 2 коня, 2 слона, ферзь и король) на первой линии шахматной доски? *Решение.* Первая линия шахматной доски представляет собой 8 клеток, на которых и надо расположить эти 8 фигур. Различные варианты расположения будут отличаться только порядком фигур, значит, это будут перестановки с повторениями P_8 (2,2,2). По формуле:

$$P_8(2,2,2) = \frac{8!}{2!2!2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 5040$$

Ответ: 5040 способами

Определение. Размещениями с повторениями из n по m называются упорядоченные m-элементные выборки, в которых элементы могут повторяться.

Число размещений с повторениями из n по m обозначается $\overline{A}_n^m$. В отличие от обычных размещений, где $m \leq n$, в размещениях с повторениями m и n могут быть любыми.

$$\overline{A}_n^m = n^m.$$

Пример. Вдоль дороги стоят 6 светофоров. Сколько может быть различных комбинаций их сигналов, если каждый светофор имеет 3 состояния: "красный", "желтый", "зеленый"?

Решение. Выпишем несколько комбинаций: КККЖЗЗ, ЗЗЗЗЗЗ, КЖЗКЖЗ... Мы видим, что состав выборки меняется и порядок элементов существенен (ведь если, например, в выборке КЖЗКЖЗ поменять местами К и Ж, ситуация на дороге будет другой). Поэтому применяем формулу размещений с повторениями из 3 по

6: $\bar{A}_3^6 = 3^6 = 729.$

Ответ: 729 комбинаций

Определение. Сочетаниями с повторениями из n по m называются неупорядоченные m-элементные выборки, в которых элементы могут повторяться.

Число сочетаний с повторениями из n по m обозначается $\bar{C}_n^m$. В отличие от обычных сочетаний, где m $\leq$ n , в сочетаниях с повторениями m и n могут быть любыми.

$$\bar{C}_n^m = \frac{(m+n-1)!}{m!(n-1)!}$$

Пример. В хлебном отделе имеются булки белого и черного хлеба. Сколькими способами можно купить 6 булок хлеба?

Решение. Обозначая булки белого и черного хлеба буквами Б и Ч, составим несколько выборок: БББББББ, ББЧЧББ, ЧЧЧЧЧБ ,..

Состав меняется от выборки к выборке, значит, это уже не перестановки; порядок элементов несущественен, это - сочетания с повторениями из 2 по 6.

$$\bar{C}_2^6 = \frac{(6+2-1)!}{6!(2-1)!} = \frac{7!}{6!} = 7$$

Ответ: 7 вариантов.

Элементы теории вероятностей

Определение. Событием называется всякий факт, который может произойти или не произойти в результате опыта.

При этом тот или иной результат опыта может быть получен с различной степенью возможности. Т.е. в некоторых случаях можно сказать, что одно событие произойдет практически наверняка, другое практически никогда.

В отношении друг друга события также имеют особенности, т.е. в одном случае событие А может произойти совместно с событием В, в другом – не может.

Определение. События называются несовместными, если появление одного из них исключает появление других.

Классическим примером несовместных событий является результат подбрасывания монеты – выпадение лицевой стороны монеты исключает выпадение обратной стороны (в одном и том же опыте).

Определение. Полной группой событий называется совокупность всех возможных результатов опыта.

Определение. Достоверным событием называется событие, которое наверняка произойдет в результате опыта. Событие называется невозможным, если оно никогда не произойдет в результате опыта.

Например, если из коробки, содержащей только красные и зеленые шары, наугад вынимают один шар, то появление среди вынутых шаров белого – невозможное событие. Появление красного и появление зеленого шаров образуют полную группу событий.

Определение. События называются равновозможными, если нет оснований считать, что одно из них появится в результате опыта с большей вероятностью.

В приведенном выше примере появление красного и зеленого шаров – равновозможные события, если в коробке находится одинаковое количество красных и зеленых шаров.

Если же в коробке красных шаров больше, чем зеленых, то появление зеленого шара – событие менее вероятное, чем появление красного.

Исходя из этих общих понятий, можно дать определение вероятности.

Определение. Вероятностью события А называется математическая оценка возможности появления этого события в результате опыта. Вероятность события А равна отношению числа, благоприятствующих событию А исходов опыта к общему числу попарно несовместных исходов опыта, образующих полную группу событий. $P(A) = \frac{m}{n}$

Очевидно, что вероятность достоверного события равна единице, а вероятность невозможного – равна нулю. Таким образом, значение вероятности любого события – есть положительное число, заключенное между нулем и единицей.

$$0 \le P(A) \le 1$$

Пример. В коробке находится 10 шаров. 3 из них красные, 2 – зеленые, остальные белые. Найти вероятность того, что вынутый наугад шар будет красным, зеленым или белым.

Решение. Появление красного, зеленого и белого шаров составляют полную группу событий. Обозначим появление красного шара – событие А, появление зеленого – событие В, появление белого – событие С.

Тогда в соответствием с записанными выше формулами получаем:

$$P(A)=\frac{3}{10};\quad P(B)=\frac{2}{10};\quad P(C)=\frac{5}{10};$$

Отметим, что вероятность наступления одного из двух попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

Теорема (сложения вероятностей). Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Следствие 1: Если события $A_1, A_2, ..., A_n$ *образуют полную группу несовместных событий, то сумма их вероятностей равна единице.*

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i)=1$$

Определение. Противоположными называются два несовместных события, образующие полную группу.

Теорема. Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

Следствие 2: Сумма вероятностей противоположных событий равна единице.

$$P(A)+P(\overline{A})=1$$

Определение. Событие А называется независимым от события В, вероятность события А не зависит от того, произошло событие В или нет.

Определение. Событие А называется зависимым от события В, если вероятность события А меняется в зависимости от того, произошло событие В или нет.

Определение. Вероятность события В, вычисленная при условии, что имело место событие А, называется условной вероятностью события В.

$$P_A(B) = P(B/A) = P(AB)/P(A)$$

Теорема. (Умножения вероятностей) Вероятность произведения двух событий (совместного появления этих событий) равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое событие уже наступило.

$$P(AB) = P(A)P(B/A) = P(A)P_A(B)$$

Также можно записать: $P(AB) = P(A)P(B/A) = P(B)P(A/B) = P(B)P_B(A)$

Если события независимые, то $P(B/A) = P(B)$, и теорема умножения вероятностей принимает вид:

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

Из теоремы произведения вероятностей можно сделать вывод о вероятности появления хотя бы одного события.

Если в результате испытания может появиться *n* событий, независимых в совокупности, то вероятность появления хотя бы одного из них равна

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 ... q_n$$

Здесь событие А обозначает наступление хотя бы одного из событий A_i, а q_i – вероятность противоположных событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, ..., \overline{A}_n$.

Пример. Из полной колоды карт (52 шт.) одновременно вынимают четыре карты. Найти вероятность того, что среди этих четырех карт будет хотя бы одна бубновая или одна червонная карта.

Решение. Обозначим появление хотя бы одной бубновой карты – событие А, появление хотя бы одной червонной карты – событие В. Таким образом нам надо определить вероятность события С = А + В.

Кроме того, события А и В – совместны, т.е. появление одного из них не исключает появления другого. Всего в колоде 13 червонных и 13 бубновых карт. При вытаскивании первой карты вероятность того, что не появится ни червонной, ни бубновой карты равна $\frac{26}{52}$, при вытаскивании второй карты - $\frac{25}{51}$, третьей - $\frac{24}{50}$, четвертой - $\frac{23}{49}$.

Тогда вероятность того, что среди вынутых карт не будет ни бубновых, ни червонных равна $P(\overline{C}) = \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} \cdot \frac{24}{50} \cdot \frac{23}{49}$.

Тогда $P(C) = 1 - P(\overline{C}) \approx 0{,}945$

Пример. Чему равна вероятность того, что при бросании трех игральных костей 6 очков появится хотя бы на одной из костей?

Решение. Вероятность выпадения 6 очков при одном броске кости равна $\frac{1}{6}$. Вероятность того, что не выпадет 6 очков - $\frac{5}{6}$. Вероятность того, что при броске трех костей не выпадет ни разу 6 очков, равна $p = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$.

Тогда вероятность того, что хотя бы один раз выпадет 6 очков, равна $1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$.

Пример. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

Решение. Обозначим попадание в цель первым стрелком – событие А, вторым – событие В, промах первого стрелка – событие $\overline{A}$, промах второго – событие $\overline{B}$.

$$P(A) = 0{,}7; \quad P(\overline{A}) = 0{,}3; \quad P(B) = 0{,}8; \quad P(\overline{B}) = 0{,}2.$$

Вероятность того, что первый стрелок попадет в мишень, а второй – нет равна

$$P(A)P(\overline{B}) = 0{,}7 \cdot 0{,}2 = 0{,}14$$

Вероятность того, что второй стрелок попадет в цель, а первый – нет равна

$$P(\overline{A})P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}24$$

Тогда вероятность попадания в цель только одним стрелком равна

$$P = 0{,}14 + 0{,}24 = 0{,}38$$

Тот же результат можно получить другим способом – находим вероятности того, что оба стрелка попали в цель, и оба промахнулись. Эти вероятности соответственно равны:

$$P(A)P(B) = 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}56; \quad P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06.$$

Тогда вероятность того, что в цель попадет только один стрелок, равна:

$$P = 1 - 0{,}56 - 0{,}06 = 0{,}38.$$

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ

Особенности и балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных заданий

Самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общепрофессиональных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к практическим занятиям, семинарам, сдаче зачетов и экзаменов.

Самостоятельная работа по основам математической обработки информации направлена на решение следующих задач:

- закрепление, расширение знаний и умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий;
- приобретение дополнительных знаний и умений**;**
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

В ходе изучения дисциплины студенты выполняют 3 контрольные работы по каждому разделу («Математические средства представления информации», «Представление информации средствами теории множеств и математической логики», «Стохастические модели представления и обработки информации»). В каждой контрольной работе 10 вариантов заданий, которые предполагают индивидуальную форму работы над ними. В каждом из вариантов содержится четыре задания. Задания построены так, чтобы охватить основное содержание раздела.

Задания 1 и 2 относятся к основным типовым задачам раздела и носят репродуктивный характер. За их правильное выполнение можно получить 2 балла. Они направлены на проверку умения использовать непосредственно теоретический материал раздела.

Задания 3 и 4 направлены на проверку умения применять полученные знания для решения практических задач. За их правильное выполнение можно получить 3 балла.

Оценивание работы представлено в таблице 1.

Таблица 1. Оценивание домашней контрольной работы в БРС

№ задания	**Характеристика задания**	**Критерии оценивания**	**Баллы**
1	Основное типовое задание	Задача решена полностью. Получен верный ответ	2
		Ход решения задачи верный, но решение недостаточно обоснованно или имеется вычислительная ошибка.	1
2	Основное типовое задание	Задача решена полностью. Получен верный ответ	2
		Ход решения задачи верный, но решение недостаточно обоснованно	1

3	Практико-ориентированное задание	Задача решена верно. Логически обоснованы все шаги решения, получен верный ответ.	3
		Ход решения задачи верный, но решение недостаточно обоснованно, получен верный ответ.	2
		Ход решения задачи верный, но решение недостаточно обоснованно и имеются вычислительные ошибки.	1
4	Практико-ориентированное задание	Задача решена верно. Логически обоснованы все шаги решения, получен верный ответ.	3
		Ход решения задачи верный, но решение недостаточно обоснованно, получен верный ответ.	2
		Ход решения задачи верный, но решение недостаточно обоснованно и имеются вычислительные ошибки.	1
ИТОГО			максимум 10

Требования к выполнению и оформлению индивидуальных заданий

1. Контрольные работы выполняются в отдельной тетради или на скрепленных тетрадных листах синими чернилами, оставляются поля для замечаний рецензента (преподавателя).

2. На обложке тетради должны быть указаны фамилия, имя, отчество студента, название факультета, номер курса и группы студента, название раздела дисциплины, номер варианта.

Например: ***Индивидуальная работа 1. Вариант 1 студентки факультета информатики, математики и экономики I курса группы МФ-19 Ивановой Татьяны Александровны***

3. Условия задач должны быть полностью переписаны в тетрадь. Решения задач необходимо располагать в порядке номеров, указанных в задании, номера заданий следует указывать перед условием.

4. При оформлении записей в тетради необходимо выполнять следующие требования:

а) соблюдать абзацы, всякое новое высказывание следует начинать с красной строки, в конце выполнения задания записывается ответ;

б) формулы, определения, теоремы нужно выделять в отдельные строки, чтобы сделать их более обозримыми;

в) необходимо правильно употреблять математические символы;

г) фиксировать ответ.

5. Решения задач должны сопровождаться краткими, но достаточно обоснованными пояснениями.

6. Самостоятельная работа должна быть выполнена в срок в соответствии с учебным планом – графиком. Преподаватель имеет право не принимать работу на проверку во время сессии.

Контрольная работа №1

«Математические средства представления информации»

Вариант 1

1. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

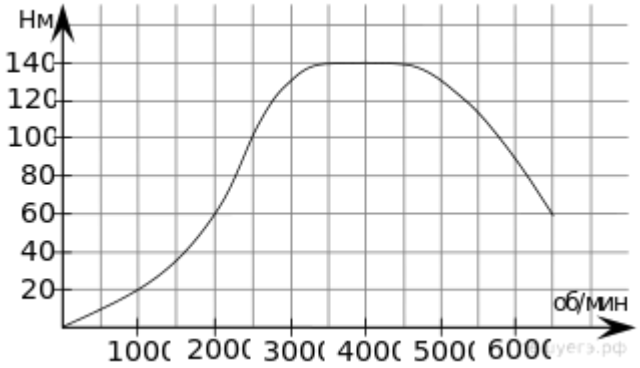
Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	0,9 руб. за 1 Мб
План «600»	678 руб. за 600 Мб трафика в месяц	0,6 руб. за 1 Мб сверх 600 Мб
План «1000»	897 руб. за 1000 Мб трафика в месяц	0,3 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 850 Мб в месяц, и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 850 Мб?

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в *A* со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*.

4. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в Н · м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н · м. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



Вариант 2

1. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	**Абонентская плата**	**Плата за трафик**
План «0»	Нет	0,8 руб. за 1 Мб
План «400»	439 руб. за 400 Мб трафика в месяц	0,7 руб. за 1 Мб сверх 400 Мб
План «1000»	896 руб. за 1000 Мб трафика в месяц	0,4 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

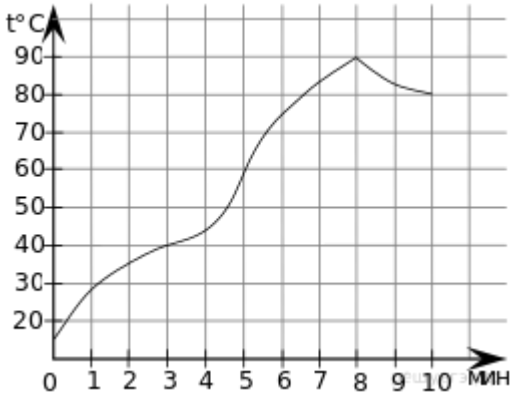
2. Выразить ***T***: $a = \frac{4\pi^2}{T^2} R$.

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов.

В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *A* в *B*.

4. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 °C до температуры 90 °C.



Вариант 3

1. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	0,9 руб. за 1 Мб
План «500»	542 руб. за 500 Мб трафика в месяц	0,8 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	738 руб. за 800 Мб трафика в месяц	0,2 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

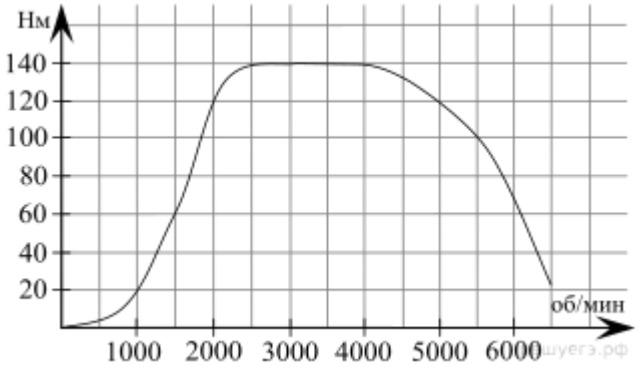
2. Используя формулу $F_m = G\frac{Mm}{R^2}$, получите выражение для *R*.

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым.

4. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н · м. Скорость автомобиля (в км/ч) приближенно выражается формулой $v = 0{,}036n$, где n — число оборотов двигателя

в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н · м? Ответ дайте в километрах в час.



Вариант 4

1 Для изготовления книжных полок требуется заказать 25 одинаковых стекол в одной их трех фирм. Площадь каждого стекла 0,35 кв. м. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края.

Фирма	**Цена стекла (руб. за 1 кв. м)**	**Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)**
A	500	85
B	520	75
C	560	65

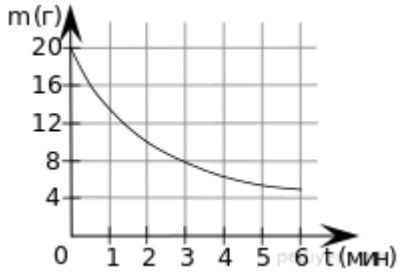
Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

2. Выразить ***T***: $a = \frac{4\pi^2}{T^2} R$

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

Два велосипедиста одновременно отправились в 88–километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

4.



В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое еще не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. По горизонтали откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, по вертикали — масса оставшегося реагента, который еще не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?

Вариант 5

1. Для изготовления книжных полок требуется заказать 35 одинаковых стекол в одной их трех фирм. Площадь каждого стекла 0,3 кв. м. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края.

Фирма	**Цена стекла (руб. за 1 кв. м)**	**Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)**
A	450	75
B	460	70
C	480	65

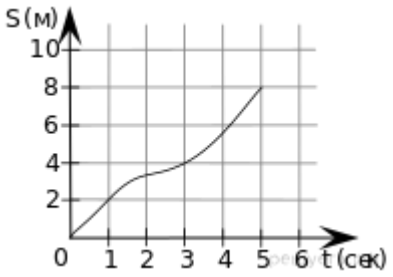
Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

2. Используя формулу $F_m = G\frac{Mm}{R^2}$, получите выражение для *R*.

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт *B* на 6 часов позже автомобилиста.

4.



Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в

Вариант 6

1. Для группы иностранных гостей требуется купить 20 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трех интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	**Цена одного путеводителя (руб.)**	**Стоимость доставки (руб.)**	**Дополнительные условия**
A	291	200	Нет
Б	312	300	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6000 руб.
B	315	250	Доставка бесплатно,

			если сумма заказа превышает 5000 руб.

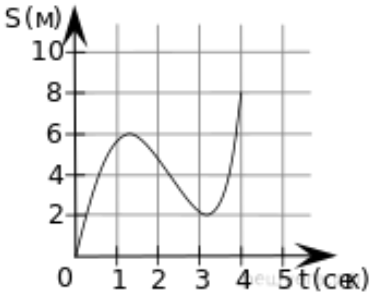
Во сколько рублей обойдется наиболее дешевый вариант покупки с доставкой?

2. Выразить ***T***: $a = \frac{4\pi^2}{T^2} R$.

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 100 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт *B* на 1 час 15 минут позже автомобилиста.

4. Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Вариант 7

1. . Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	**Абонентская плата**	**Плата за трафик**
План «0»	Нет	0,8 руб. за 1 Мб
План «400»	439 руб. за 400 Мб трафика в месяц	0,7 руб. за 1 Мб сверх 400 Мб
План «1000»	896 руб. за 1000 Мб трафика в месяц	0,4 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

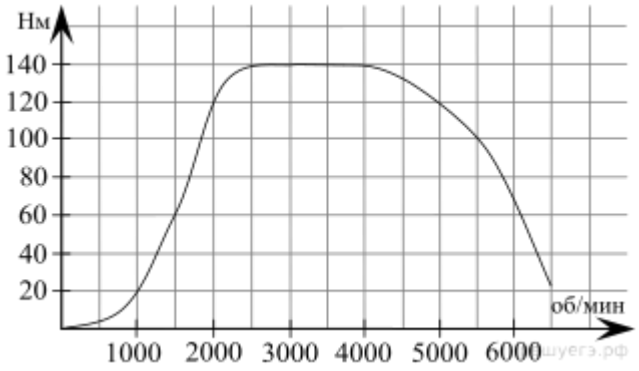
2. Используя формулу $F_m = G\frac{Mm}{R^2}$, получите выражение для *R*.

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а

в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него.

4. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н · м. Скорость автомобиля (в км/ч) приближенно выражается формулой $v = 0{,}036n$, где n — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н · м? Ответ дайте в километрах в час.



Вариант 8

1. Для изготовления книжных полок требуется заказать 25 одинаковых стекол в одной их трех фирм. Площадь каждого стекла 0,35 кв. м. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края.

Фирма	**Цена стекла (руб. за 1 кв. м)**	**Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)**
A	500	85
B	520	75
C	560	65

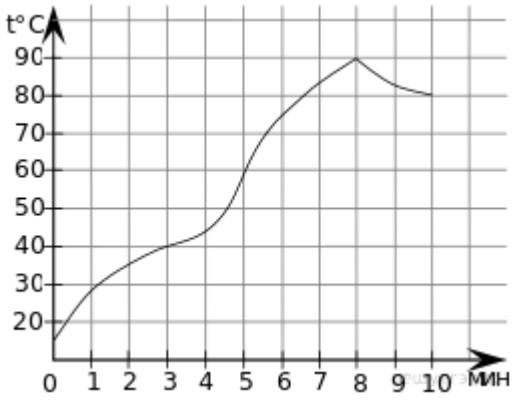
Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

2. Выразить $\boldsymbol{T}$: $a = \frac{4\pi^2}{T^2}R$.

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

От пристани *A* к пристани *B*, расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно.

4. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 °C до температуры 90 °C.



Вариант 9

1. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	0,9 руб. за 1 Мб
План «500»	542 руб. за 500 Мб трафика в месяц	0,8 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	738 руб. за 800 Мб трафика в месяц	0,2 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

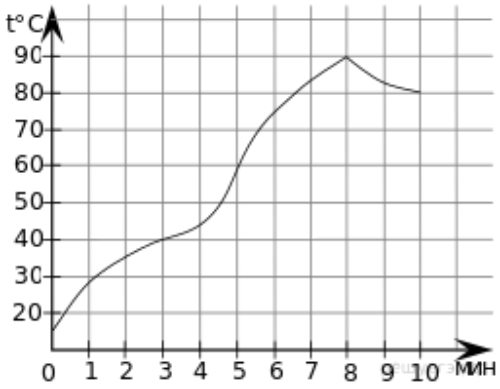
Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

2. Используя формулу $F_m = G\frac{Mm}{R^2}$, получите выражение для R.

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

От пристани A к пристани B, расстояние между которыми равно 110 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт B он прибыл одновременно с первым.

4. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 °C до температуры 90 °C.



Вариант 10

1. Для группы иностранных гостей требуется купить 20 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трех интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	**Цена одного путеводителя (руб.)**	**Стоимость доставки (руб.)**	**Дополнительные условия**
А	291	200	Нет
Б	312	300	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6000 руб.
В	315	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 5000 руб.

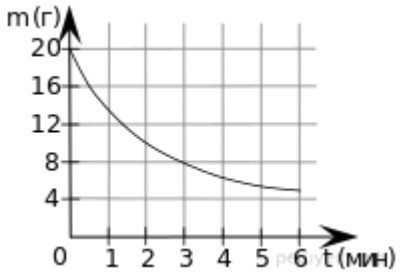
Во сколько рублей обойдется наиболее дешевый вариант покупки с доставкой?

2. Выразить $\boldsymbol{T}$: $a = \frac{4\pi^2}{T^2} R$.

3. Представить условие задачи в виде таблицы и построить математическую модель.

От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 154 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним со скоростью на 3 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно.

4. В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое еще не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. По горизонтали откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, по вертикали — масса оставшегося реагента, который еще не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?



Контрольная работа №2

«Представление информации средствами теории множеств и математической логики»

Вариант 1

1. Даны множества $A=\{-4;-3;0;1;3;5\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$. Найти множество $(A\cap B)\setminus C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=\overline{x\vee y}\vee\bar{x}\wedge z$. Определить тип формулы.

3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.

Если отдел А не участвует в утверждении проекта, то в этом утверждении не участвует и отдел В; если отдел А участвует в утверждении проекта, то в нем участвуют отделы В и *С*. Отдел В участвует в утверждении проекта. Следовательно, отдел *С также* участвует в утверждении проекта.

4. В классе 35 учеников. Каждый из них пользуется хотя бы одним из видов городского транспорта: метро, автобусом и троллейбусом. Всеми тремя видами транспорта пользуются 6 учеников, метро и автобусом – 15 учеников, метро и троллейбусом – 13 учеников, троллейбусом и автобусом – 9 учеников. Сколько учеников пользуются только одним видом транспорта?

Вариант 2

1. Даны множества $A=\{-5;-4;-3;0;1;2;3;5\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$. Найти множество: $(A\cap B)\setminus C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=(x\to y)\wedge(\bar{y}\to z)\to\bar{x}$. Определить тип формулы.

3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.

Если он принадлежит нашей компании, то он храбр и на него можно положиться. Он не принадлежит к нашей компании. Значит, он не храбр или же на него нельзя положиться.

4. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции,10-в Италии,6-в Англии; в Англии и Италии-5; в Англии и Франции -6; во всех трех странах - 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

Вариант 3

1. Даны множества $A=\{-5;-4;-3;0;1;2;3;4;5\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;2;5\}$. Найти множество $(A\cap B)\setminus C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=(x\wedge y\wedge \bar{z})\Leftrightarrow(\bar{x}\vee y)$. Определить тип формулы.

3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.

В бюджете возникнет дефицит, если не повысят пошлины. Если в бюджете имеется дефицит, то государственные расходы на общественные нужды сократятся. Значит, если повысят пошлины, то государственные расходы на общественные нужды не сократятся.

4. В трёх группах 70 студентов. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 студентов из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько студентов не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько студентов заняты только спортом?

Вариант 4

1. Даны множества $A=\{-5;-4;-3;0;1;2;3;5;7\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$. Найти множество $(A\cap B)\setminus C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=(x\to y)\wedge x\wedge \bar{y}$. Определить тип формулы.

3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.

Если подозреваемый совершил эту кражу, то либо она была тщательно подготовлена, либо он имел соучастника. Если бы кража была подготовлена тщательно, то, если бы был соучастник, украдено было бы гораздо больше. Значит, подозреваемый невиновен.

4. Первую или вторую контрольные работы по математике успешно написали 33 студента, первую или третью – 31 студент, вторую или третью – 32 студента. Не менее двух контрольных работ выполнили 20 студентов. Сколько студентов успешно решили только одну контрольную работу?

Вариант 5

1. Даны множества $A=\{-5;-4;-3;0;1;2;3;5\}$, $B=\{-2;-1;0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$. Найти множество $(A\cap B)\setminus C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=(\bar{x}\wedge y)\to(z\wedge x)$. Определить тип формулы.

3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.
Намеченная атака удастся, только если захватить противника врасплох или же если позиции его плохо защищены. Захватить его врасплох можно только, если он беспечен. Он не будет беспечен, если его позиции плохо защищены. Значит, атака не удастся.
4. В футбольной команде «Спартак» 30 игроков, среди них 18 нападающих. 11 полузащитников, 17 защитников и вратари. Известно, что трое могут быть нападающими и защитниками, 10 защитниками и полузащитниками, 6 нападающими и защитниками, а 1 и нападающим, и защитником, и полузащитником. Вратари не заменимы. Сколько в команде «Спартак» вратарей?

Вариант 6

1. Даны множества $A=\{-4;-3;0;1;3;5\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$,. Найти множество $(A\cup B)\setminus C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=\overline{x\vee y}\vee\bar{x}\wedge z$. Определить тип формулы.
3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.
Заработная плата возрастет, если только будет инфляция. Если будет инфляция, то увеличится стоимость жизни. Заработная плата возрастет. Следовательно, увеличится стоимость жизни.
4. В магазине побывало 65 человек. Известно, что они купили 35 холодильников, 36 микроволновок, 37 телевизоров. 20 из них купили и холодильник и микроволновку, 19 - и микроволновку, и телевизор, 15-холодильник и телевизор, а все три покупки совершили три человека. Был ли среди них посетитель, не купивший ничего?

Вариант 7

1. Даны множества $A=\{-4;-3;0;1;3;5\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$,. Найти множество $(A\cap B)\cup C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=(x\to y)\wedge(\bar{y}\to z)\to\bar{x}$. Определить тип формулы.
3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.
Если сегодня вечером будет мороз, то я пойду на каток. Если завтра будет оттепель, то я пойду в музей. Сегодня вечером будет мороз или завтра будет оттепель. Следовательно, я пойду на каток и в музей.
4. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции,10-в Италии,6-в Англии; в Англии и Италии-5; в Англии и Франции -6; во всех трех странах - 5 сотрудников.

Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

Вариант 8

1. Даны множества $A=\{-4;-3;0;1;3;5\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$,. Найти множество $(A\setminus B)\cap C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=(x\wedge y\wedge \bar{z})\Leftrightarrow(\bar{x}\vee y)$. Определить тип формулы.

3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.

Контракт будет выполнен тогда и только тогда, когда дом будет закончен в феврале. Если дом будет закончен в феврале, то мы можем переезжать 1 марта. Если мы не сможем переехать 1 марта, то мы должны внести квартирную плату за март. Если контракт не будет выполнен, то мы должны внести квартирную плату за март. Следовательно, мы не будем вносить квартирную плату за март.

4. В трёх группах 70 студентов. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 студентов из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько студентов не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько студентов заняты только спортом?

Вариант 9

1. Даны множества $A=\{-4;-3;0;1;3;5\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$,. Найти множество $(A\cup C)\setminus B$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=(x\to y)\wedge x\wedge \bar{y}$. Определить тип формулы.

3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.

Если направление ветра сохранится или температура воздуха поднимется, то лед на реке вскроется и начнется наводнение. Если начнется наводнение или произойдет большой пожар, то губернатора отстранят от должности. Следовательно, если направление ветра сохранится, то губернатора отстранят от должности.

4. Первую или вторую контрольные работы по математике успешно написали 33 студента, первую или третью – 31 студент, вторую или третью – 32 студента. Не менее двух контрольных работ выполнили 20 студентов. Сколько студентов успешно решили только одну контрольную работу?

Вариант 10

1. Даны множества $A=\{-4;-3;0;1;3;5\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;5\}$,. Найти множество $(A\setminus B)\cap C$.

2. Составить таблицу истинности для формулы $F=(\bar{x}\wedge y)\to(z\wedge x)$. Определить тип формулы.

3. Перевести каждое из следующих рассуждений в логическую символику и проанализировать результат рассуждений.

Если наступит мир, то возникнет депрессия, разве что страна проведет программу перевооружения, либо осуществит грандиозную программу внутренних капиталовложений в области образования. Но такая программа не будет осуществлена. Значит, если наступит мир и не будет депрессии, то будет программа перевооружения.

4. Каждый из 35 шестиклассников является читателем, по крайней мере, одной из двух библиотек: школьной и районной. Из них 25 человек берут книги в школьной библиотеке, 20 – в районной. Сколько шестиклассников не являются читателями районной библиотеки?

Контрольная работа №3

«Стохастические модели представления и обработки информации»

Для выполнения этой работы нужно каждому посчитать число букв в Вашем имени, пусть это число равно N, число букв в Вашей фамилии, это будет число M и число букв в Вашем отчестве, это число L. Во всех условиях предложенных задач далее N, M и L - это те самые числа.

Например, Иванов Иван Иванович. N = 4, M = 6, L = 8.

Задание 1. В кондитерской лавке продают конфеты 4 сортов: «Птичье молоко», «Трюфель», «Северное Сияние» и «Грильяж». Сколькими способами можно купить N +M конфет?

Задание 2. Сколько различных слов можно составить, переставляя буквы в вашем имени?

Задание 3. Родион опоздает на лекцию, если не сработает будильник, или если он попадет в пробку, или если бабушка приготовит завтрак и не отпустит, пока Родион все не съест. Вероятность того, что не сработает будильник, равна 1/(N×M×L). Вероятность попадания в пробку равна N/(N+M+L) и не зависит от времени выхода из дома. Вероятность того, что бабушка приготовит завтрак и заставит Родиона все съесть, равна N/(N+M) . С какой вероятностью Родион не опоздает на занятия?

Задание 4. Из первого мешка, в котором лежат N + M шоколадных конфет и L карамельных конфет, дедушка Мороз переложил конфету во второй мешок, в котором лежат N +L шоколадных и N +L карамельных конфет. Затем из второго мешка дедушка Мороз извлек конфетку. Найдите вероятность того, что конфетка оказалось шоколадной.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная учебная литература

1. Елисеев, Е. М. Основы математической обработки информации: проектно-ориентированный подход: учебно-методическое пособие / Е. М. Елисеев. — Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2015. — 132 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/152928

2. Пиотровская, К. Р. Основы математической обработки информации: учебное пособие / К. Р. Пиотровская, Н. В. Сазонова. — Санкт-Петербург: Книжный Дом, [б. г.]. — Часть I : Алгебра логики. Практикум по решению задач — 2016. — 40 с. — ISBN 978-5-94777-405-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/91732

3. Основы математической обработки информации: учебник и практикум для вузов / Н. Л. Стефанова, Н. В. Кочуренко, В. И. Снегурова, О. В. Харитонова; под общей редакцией Н. Л. Стефановой. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 218 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01267-5. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/450842 2.

б) дополнительная литература

1. Иванов, М. А. Введение в комбинаторику. Теория и задачи: Учебное пособие / Иванов М.А., Якубович Ю.В. - СПб:СПбГУ, 2018. - 136 с.: ISBN 978-5-288-05792-2. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1000461

2. Игошин, В. И. Математическая логика: учеб. пособие / В.И. Игошин. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 398 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: http://new.znanium.com]. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011691-4. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/987006

3. Захарова, Т.В. Задачи начального курса теории вероятностей: учеб. пособие / Т.В. Захарова, С.В. Панферов. — М.: КУРС, 2018. — 64 с. - ISBN 978-5-907064-30-0. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1017034

4. Успенский, В. А. Вводный курс математической логики / В.А. Успенский, Н.К. Верещагин, В.Е. Плиско. - 2-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 128 с. ISBN 978-5-9221-0278-0, 2000 экз. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/129565

5. Ходаков, В. Е. Дискретная математика: учебное пособие / В. Е. Ходаков, Н. А. Соколова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 542 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-013184-9. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1117204

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/
2. Федеральный портал «Российское образование» - http://www.edu.ru. Доступ свободный
3. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.