Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ КемГУ
Дата и время: 2025-04-23 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)

Факультет физической культуры, естествознания и природопользования

Кафедра кафедры информатики и вычислительной техники
им. В. К. Буторина

И. А. Жибинова

Компьютерные технологии и статистические методы в экологии и природопользовании

Методические указания к практическим занятиям
для обучающихся по направлению подготовки

05.04.06 Экология и природопользование
направленность (профиль) Экологическое проектирование и экспертиза)

Новокузнецк

2020

УДК 519.25 + 004
ББК 22.172я73
Ж66

Жибинова И. А.

Ж66 Компьютерные технологии и статистические методы в экологии и природопользовании : метод. указ. к практическим занятиям для обучающихся по направлению 05.04.06 Экология и природопользование / И. А. Жибинова; Новокузнец. ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2020. – 50 с.

Излагаются основные теоретические сведения, необходимые на практике для анализа данных методами описательной статистики и технология его проведения в доступной программной надстройке «Пакет анализа» Microsoft Excel. Приведены варианты индивидуальных заданий, составленных по реальным статистическим данным из предметной области магистрантов, даны рекомендации по их выполнению.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 05.04.06 Экология и природопользование, направленность (профиль) подготовки «Экологическое проектирование и экспертиза». Может быть использовано студентами, магистрантами других направлений подготовки, занимающихся статистической обработкой данных на компьютере.

Рекомендовано
на заседании кафедры информатики и вычислительной техники им. В. К. Буторина
17 сентября 2020 г.

Заведующий кафедрой

А. В. Маркидонов

Утверждено
методической комиссией факультета физической культуры, естествознания и природопользования
15 октября 2020 г.

Председатель методкомиссии

Н. Т. Егорова

©Жибинова И. А., 2020
© Федеральное государственное бюджетноеобразовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет»,
Новокузнецкий институт (филиал), 2020

Печатается в авторской редакции

Содержание

Введение 4
1 Сведения из теории 7
1.1 Визуализация и предварительная обработка данных 9
1.1.1 График протокола наблюдений 9
1.1.2 Точечная диаграмма 12
1.1.3 Гистограмма 13
1.2 Определение показателей описательной статистики 18
1.2.1 Показатели положения 19
1.2.2 Показатели разброса 20
1.2.3 Показатели асимметрии 22
1.3 Исключение «выбросов» 24
1.4 Ошибки выборки и доверительный интервал 25
2 Задание и методические указания к выполнению практической работы 27
2.1 Задание 27
2.2 Порядок выполнения работы 27
2.3 Требования к структуре и оформлению отчета 31
Рекомендуемая литература 33
Приложение А Табличные значения критерия Граббса 35
Приложение Б Табличные значения t-критерия Стьюдента 39
Приложение В Общие сведения о надстройке «Анализ данных» 41
Приложение Г Технология работы в режиме "Гистограмма" 43
Приложение Д Технология работы в режиме "Описательная статистика" 47
Приложение Е Таблица исходных данных для выполнения практической работы 50

Введение

В современном обществе к статистическим методам проявляется повышенный интерес как к одному из важнейших аналитических инструментариев в сфере поддержки процессов принятия решений. Это касается практически всех отраслей знания: физики, химии, биологии, геологии, экологии, метеорологии и многих других. Одни методы являются универсальными, другие специфичными для конкретной отрасли или сферы деятельности.

Во всем мире изучение методов анализа данных давно стало обязательным элементом образования почти по всем специальностям. Специалисты должны уметь анализировать данные, содержащие случайные, непредсказуемые составляющие, и делать на их основе обоснованные выводы.

Наиболее широкое использование статистических методов анализа данных началось в 60-х и 70-х годах 20 века, с появлением компьютеров, особенно персональных. Статистические программные пакеты сделали методы анализа данных более доступными и наглядными, избавили от ручных трудоемких расчетов по сложным формулам, от построения таблиц и графиков. На исследователя возлагается главным образом творческая работа, т.е. постановка задачи, выбор методов их решения, интерпретация полученных результатов.

Число статистических пакетов, имеющих распространение в РФ, насчитывает несколько десятков.

Статистические пакеты подразделяются на *профессиональные* (SAS, BMDP, IMSL и др.), *общего назначения* (Statistica, SPSS, S-PLUS, SyStat, CSS, STADIA, StatGraphics и др.) и *специализированные* (Эвриста, Мезозавр, Trend, Класс-Мастер, Сани, Сигамд, Олимп, Стат-Эксперт, Forecast Expert и др.).

Статистические средства анализа, вследствие их популярности, разработчики включают и в табличные процессоры.

Так для проведения статистической обработки информации популярный табличный процессор Microsoft Excel включает в себя программную надстройку «**Пакет анализа**» и библиотеку статистических функций.

В повседневной деятельности такого набора инструментов бывает, как правило, вполне достаточно для проведения довольно полного и качественного статистического анализа информации.

Если же пользователя не удовлетворяют подобные возможности Excel, тогда необходимо обратиться к мощным специализированным пакетам статистического анализа, в частности, например, к пакету STATISTICA фирмы StatSoft.

Очевидно, что для успешного решения широкого круга научных и профессиональных задач, необходимо как осмысленное использование в своей деятельности современных методов анализа данных, понимание, в каких ситуациях применимы различные методы, каковы их свойства, умение интерпретировать полученные результаты, так и навыков применения соответствующих компьютерных технологий.

В данных методических указаниях магистрантам предложены для освоения самые необходимые и употребительные методы обработки данных с помощью персональных компьютеров – методы *описательной статистики*.

Предполагается, что магистранты владеют предварительными знаниями теории вероятностей и математической статистики, а также являются уверенными пользователями персонального компьютера, поэтому значительный объем учебной работы по дисциплине приходится на самостоятельную работу, как на аудиторных занятиях, так и во время внеаудиторной работы.

Методические указания содержат:

1. Краткие сведения из теории статистики
2. Задания и методические указания к выполнению практической работы по теме «Описательная статистика».
3. Справочне. информация по технологии использования надстройки «Пакет анализа» в ходе проведения статистического исследования/
4. Требования к структуре, содержанию и оформлению отчета о выполненной работе.
5. Список рекомендованной литературы.

До начала аудиторных занятий необходимо:

1. Ознакомиться с рабочей программой дисциплины (РПД).

2. Изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой.

5. Все задания к практической работе Вы должны выполнять в соответствии с предложенным порядком, анализировать полученные в ходе занятия результаты по приведенной методике.

6. Отчет по практическому занятию выполняется в виде текстового документа, составленного по приведенному в материалах к занятию алгоритму.

7. Отчет оформляется по правилам, установленным в вузе и представляется в электронном и распечатанном виде на проверку преподавателю.

1 Сведения из теории

В практических задачах мы обычно имеем совокупность наблюдений (измерений) x_1, x_2,...,,x_n, на основе которых требуется сделать те или иные выводы. Часто этих наблюдений много - несколько десятков, сотен или тысяч, так что возникает задача их компактного описания. С этой целью используют методы, называемые методами *описательной статистики*.

Введем некоторые необходимые **определения**

Генеральная совокупность - множество всех рассматриваемых единиц.

Совокупность может состоять из реальных объектов и быть конечной, может состоять из реальных объектов и быть бесконечной или может быть полностью гипотетической. Иногда используют термин «конечная совокупность», особенно в ситуациях, связанных с получением конечных выборок. Подобным образом термин «бесконечная совокупность» используют в случае выборки из континуума. В вероятностном контексте совокупность рассматривается как пространство элементарных событий.

Гипотетическая совокупность позволяет делать различные предположения о природе ожидаемых данных. Таким образом, гипотетическая совокупность полезна на стадии статистических исследований, особенно при выборе подходящего объёма выборки. Гипотетическая совокупность может состоять из конечного или бесконечного числа элементов. Ее использование особенно полезно при работе с аналитическими статистиками в статистических исследованиях.

Область применения исследований определяет свойства совокупности. Например, если для демографического или медицинского исследования выбраны три населённых пункта, то генеральная совокупность состоит из жителей данных конкретных населенных пунктов. Однако если эти три населенных пункта выбраны случайным образом среди всех населённых пунктов заданного региона, то совокупность состоит из всех жителей данного региона.

Под *выборочным* наблюдением понимается метод статистического исследования, при котором обобщающие показатели изучаемой совокупности устанавливаются по некоторой ее части на основе положений случайного отбора. При выборочном методе обследованию подвергается сравнительно небольшая часть всей изучаемой совокупности, получившая название *выборочной* совокупности или просто *выборки*.

Выборка - подмножество генеральной совокупности, состоящее из одной выборочной единицы или более.

Выборочная единица - одна из конкретных единиц, из которых состоит генеральная совокупность.

В зависимости от рассматриваемой генеральной совокупности выборочными единицами могут быть предметы, числовые значения или даже абстрактные объекты.

Наблюдаемое значение - значение исследуемой характеристики, полученное в результате единичного наблюдения

Случайная величина – измеряемая по ходу случайного эксперимента (опыта) численная характеристика, зависящая от его случайного исхода.

Методами описательной статистики принято называть методы описания выборок $x_1, x_2,...,x_n$, с помощью различных показателей и графиков.

Полезность методов описательной статистики состоит в том, что несколько простых и довольно информативных статистических показателей способны избавить от просмотра сотен, а порой и тысяч, значений выборки.

Решение основной задачи разбивается на несколько этапов, каждый из которых формулируется как отдельная задача.

Задача 1 - Визуализация и предварительная обработка данных.

Задача 2 - Расчетная оценка числовых характеристик выборки.

1.1 Визуализация и предварительная обработка данных

Для того чтобы решать, какие методы анализа данных можно и нужно применить к имеющимся данным, и насколько удовлетворительны полученные результаты статистических процедур, нужно иметь возможность *наглядно* представлять себе эти данные и результаты. Поэтому практически все статистические пакеты обеспечивают широкий набор средств визуализации данных: построение графиков, двух- и трехмерных диаграмм, гистограмм и т.д. Все это помогает лучше представить обрабатываемые данные, получить общее представление об их особенностях, закономерностях и тенденциях, облегчает выполнение сравнений. Результат применения статистических процедур, как правило, представляются в наглядном графическом виде всегда, когда это возможно.

Приведем несколько приемов визуализации данных, соответствующих различным этапам и задачам анализа.

1.1.1 График протокола наблюдений

Одной из форм наглядного представления данных на этапе предварительного анализа является *график протокола наблюдений*, использующийся для выявления возможной неоднородности выборки и выделения однородных подвыборок.

По горизонтали откладывается номер наблюдения i, а по вертикали - значение наблюдения x_i. Соседние точки соединяются отрезками. Точки следует отмечать хорошо заметным маркером так, чтобы впоследствии отличать их от точек других графиков.

Параметры шкалы для построения графика требуется подобрать так, чтобы изображение графика было максимально крупным, а узлы сетки (маркеры) наиболее удобными для восприятия. Для этого следует:

- найти минимальное (x_{min}) и максимальное (x_{max})значения,
- вычислить Размах = x_{max} - x_{min} ;

- в качестве минимального значения шкалы выбирать округленное с недостатком число x_{min} и, округленное с избытком число x_{max} – в качестве максимального значения шкалы так, чтобы шаг шкалы был представлен числом с минимальным количеством десятичных знаков.

С помощью графика становится возможным провести анализ протокола наблюдений и в случае необходимости для проведения дальнейшего исследования выполнить предварительную обработку совокупности данных.

Анализ протокола наблюдений включает:

- выделение однородных участков;
- отметку особых точек (выбросов);
- обработку пропущенных данных.

Выделение однородных участков. Прежде, чем применять к анализу таблицы данных статистические методы, следует убедиться, что предъявленный набор данных представляет собой *выборку случайной величины*.

Характерная черта случайных колебаний – эти изменения выглядят бессистемными, хаотичными. Действительно, если бы в этих изменениях можно обнаружить какую-либо закономерность появились бы основания искать ответственность за эту закономерную причину, тем самым изменчивость не была бы чисто случайной.

Однородным участком протокола наблюдений называется такой участок, наблюдения которого рассеяны вокруг некоторого постоянного уровня (математического ожидания) приблизительно с одинаковой амплитудой разброса.

Если перед нами выборка случайной величины, то протокол наблюдений должен быть однородным, в противном случае данные должны быть разделены на однородные подвыборки. Обработку каждой такой «*аномальной*» подвыборки проводят отдельно аналогично обработке «*фонового*» массива.

Отметка особых точек (выбросов). Выбросы - резко отличающиеся объекты или наблюдения в наборе данных. Визуализация данных позволяет представить данные, в том числе и выбросы, в графическом виде.

Шумы и выбросы являются достаточно общей проблемой в анализе данных. Выбросы могут, как представлять собой отдельные наблюдения, так и быть объединенными в некие группы. Задача аналитика - не только их обнаружить, но и оценить степень их влияния на результаты дальнейшего анализа.

Существует ряд методов, помимо непосредственной проверки результатов наблюдений, позволяющих специальным образом обработать выбросы (см. 1.3 настоящих указаний).

Все особые точки следует отметить на графике и в исходной таблице, чтобы в дальнейшем анализе учесть отмеченные особенности.

Обработка пропущенных данных. В практической деятельности возникают ситуации, когда часть экспериментальных статистических данных оказывается утраченной. Существуют ряд методов специальной обработки пропущенных значений.

Перед применением методов обработки пропущенных данных исследователь должен точно знать, что данные на местах пропусков обязательно должны быть, но отсутствуют.

Обработка пропущенных значений производится методами:

- игнорирования пропусков;
- заполнения средним значением;
- заполнения регрессионными значениями;
- заполнения случайными значениями.

Игнорирование пропусков. Самым простым способом обработки пропущенных значений является их игнорирование. На месте пропущенных значений, если не делать никаких дополнительных предположений, могут стоять любые значения.

Метод игнорирования пропусков работает с одним столбцом данных, осуществляя сдвиг ячеек вверх. В результате обработки происходит уменьшение численности выборки на число пропущенных ячеек.

Метод рекомендуется для выборок с малым числом пропусков.

Заполнение средним значением. Заполнение пропущенных значений некоторыми допустимыми значениями является распространенным способом их восстановления. В качестве допустимого значения обычно выбирается выборочное среднее значение $\bar{x}$, вычисляемое по формуле (1)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i}{m}, \text{ где} \quad (1)$$

x_i - i-е значение наблюдения;

В данной формуле в суммировании участвуют только присутствующие варианты выборки, а m является разностью между численностью выборки и числом пропущенных значений.

Метод удобен тем, что в результате его применения важнейшая статистическая мера положения, а именно среднее значение, в выборке с заполненными пропусками не изменяется, по сравнению со средним значением, вычисленным для выборки с пропущенными значениями (исходной выборки). Однако метод приводит к заниженной выборочной оценке дисперсии с заполненными значениями относительно дисперсии исходной выборки. Другим недостатком является искажение эмпирического распределения выборки, независимо от типа эмпирического распределения исходной выборки.

Метод заполнения средним значением рекомендуется применять для больших выборок с малым числом пропусков. Выборка должна принадлежать количественной шкале.

1.1.2 Точечная диаграмма

Одной из форм наглядного представления множества данных служит *точечная диаграмма*. При ее построении табличные данные отмечаются точками на числовой шкале. Если некоторое число встречается в таблице несколько раз, его представляют соответствующим количеством точек (см. рисунок 1). Эта диаграмма удобна в том случае, когда одно и то же значение повторяется в выборке несколько раз. В противном случае точечная диаграмма сводится к по-

следовательности точек на оси абсцисс. Во всех случаях точечная диаграмма помогает поострить график выборочной функции распределения.

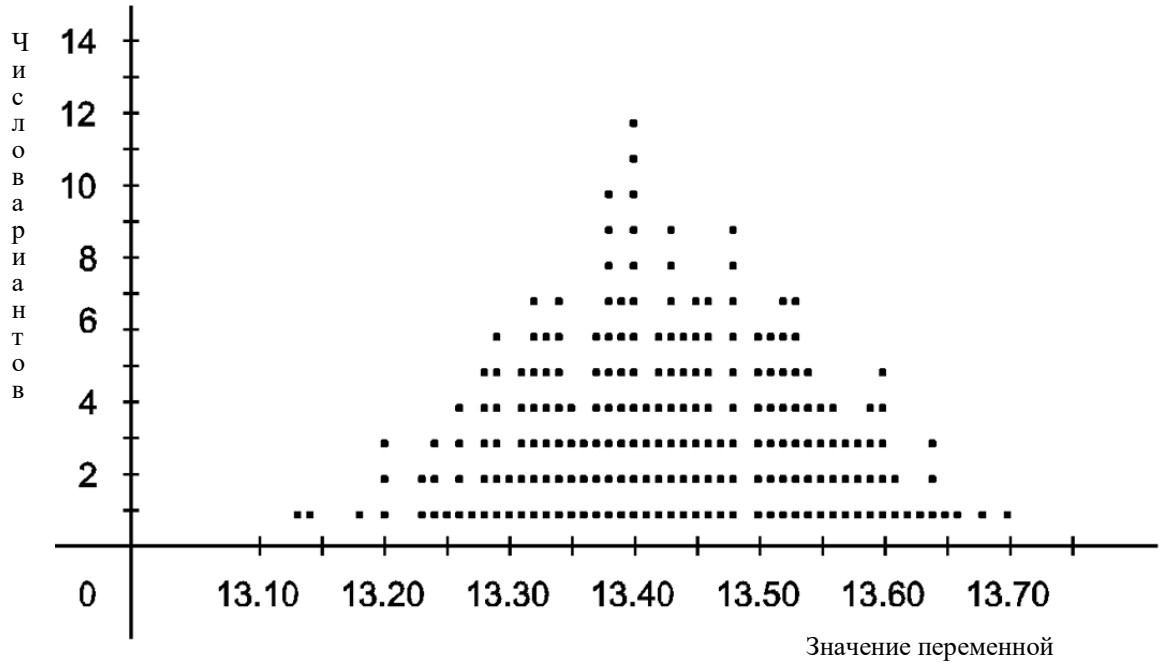

Рисунок 1 – Пример точечной диаграммы

1.1.3 Гистограмма

Для более детальной, глубокой и всесторонней обработки информации, а также для ее анализа экспериментальные данные группируют и выборку представляют в виде *гистограммы*, состоящей из k столбцов с определенной протяженностью соответствующих им интервалов (см. Рисунок 2).

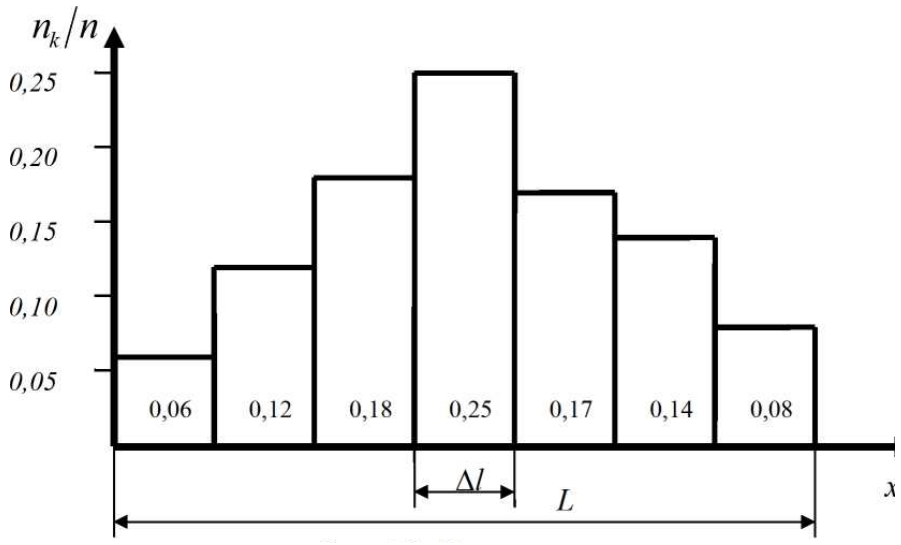

Рисунок 2 - Гистограмма

При построении гистограммы следует соблюдать некоторые общие правила.

Опытные данные упорядочивают (представляют в виде *вариационного ряда* от x_{min} до x_{max} в порядке возрастания), и группируют по интервалам. Ширину интервалов Δl обычно выбирают одинаковой, и рассчитывают по формуле (2)

$$\Delta l = \frac{x_{max} - x_{\min}}{k} \qquad (2)$$

где x_{max} - максимальное значение наблюдения в ряду измерений;

x_{min} - минимальное значение наблюдения в ряду измерений;

k - число групп.

Подсчитывают количество наблюдений $n_к$, попадающих в каждый интервал (*частоту*) и *относительную частоту*, определяемую отношением $n_к$ к числу наблюдений n (n_k / n).

Значение величины интервала должно определяться в соответствии с точностью, принятой для измерения значений элементов ряда: если значения представлены целыми числами, то рассчитанная величина интервала округляется до ближайшего целого числа, если значения представлены с точностью до 0,1, то и величина интервала округляется до целых с десятыми и т.д.

Число групп может быть определено по формуле Стерджесса:

$$k=1+3{,}322\ lg\ n, \qquad (3)$$

где n - число измерений.

Число групп, определенное по формуле Стерджесса, почти всегда оказывается дробной величиной, которую следует округлить до ближайшего целого числа, так как число групп не может быть дробной величиной.

Задача оптимального выбора количества интервалов не имеет в общем виде строгого решения. Для практических целей можно выбирать число интервалов, руководствуясь таблицей 3.

Таблица 1

Количество наблюдений n	40 - 100	100 - 500	500 - 1000
Число интервалов разбиения k	7 - 9	8 - 12	10 - 16

Число интервалов разбиения нельзя выбирать очень большим или очень малым. При группировании данных в большое число мелких интервалов некоторые из них окажутся пустыми. Гистограмма будет иметь "гребенчатый" вид, то есть резко отличаться от плавной кривой. Следовательно, если внутри гистограммы получаются пустые интервалы, это, чаще всего, говорит о том, что число интервалов разбиения выбрано слишком большим.

При очень малом числе интервалов будут потеряны характерные особенности опытного распределения.

Результаты группировки сводят в таблицу, аналогичную таблице 4, построенной на основании результатов 100 наблюдений, полученных в одном из исследований.

Таблица 2 - Результаты наблюдений

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7
Частота n_k	6	12	18	25	17	14	8
Относительная частота	0,06	0,12	0,18	0,25	0,17	0,14	0,08

В данном опыте в первый и последующие интервалы попадает соответственно 0,06; 0,12; 0,18; 0,25; 0,17; 0,14 и 0,08 от общего количества наблюдений; при этом, очевидно, что сумма этих чисел равна единице.

Изобразим полученные результаты графически, нанеся на ось абсцисс значения наблюдений и обозначив границы интервалов, а на ось ординат - относительную частоту попаданий n_k/n. Построив на диаграмме прямоугольники, основанием которых является ширина интервалов, а высотой n_k/n, получим гистограмму, дающую представление о плотности распределения результатов наблюдений в данном опыте (см. Рисунок 2).

Если распределение случайной величины x статистически устойчиво, то можно ожидать, что при повторных сериях наблюдений той же величины, в тех же условиях, относительные частоты попаданий в каждый интервал будут близки к первоначальным. Это означает, что, построив гистограмму один раз, при последующих сериях наблюдений можно с определенной долей уверенности заранее предсказать распределение результатов наблюдений по интервалам. Приняв общую площадь, ограниченную контуром гистограммы и осью абсцисс, за единицу, $S_0 = 1$, относительную частоту попаданий результатов наблюдений в тот или иной интервал можно определить как отношение площади соответствующего прямоугольника шириной Δl к общей площади.

При бесконечном увеличении числа наблюдений $n \to \infty$ и бесконечном уменьшении ширины интервалов $\Delta l \to 0$, ступенчатая кривая, огибающая ги-

стограмму, перейдет в плавную кривую *f*(x) (см. Рисунок 3), называемую *кривой плотности распределения вероятностей случайной величины,* а уравнение, описывающее ее - *дифференциальным* законом распределения. Кривая плотности распределения вероятностей всегда неотрицательна и подчинена условию нормирования в виде

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

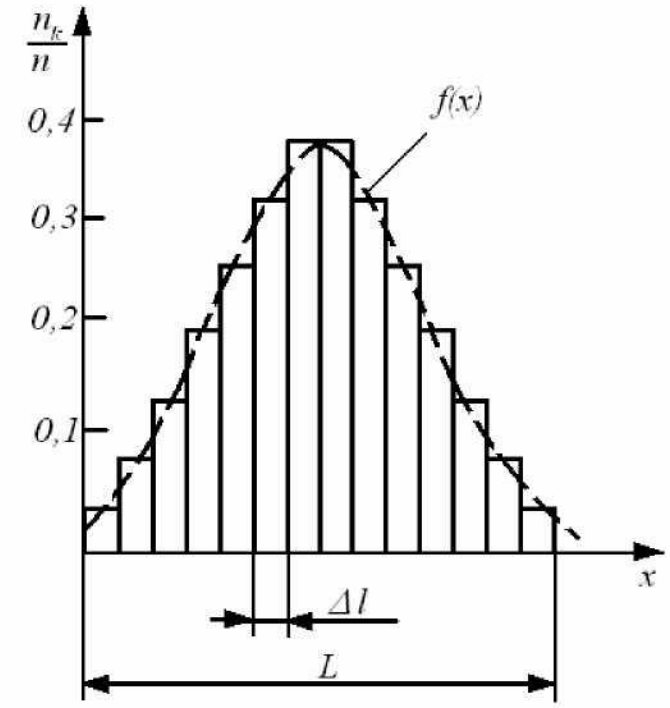

Рисунок 3 – Кривая плотности распределения вероятностей

Закон распределения дает полную информацию о свойствах случайной величины. Если известен дифференциальный закон распределения *f*(*x*), то вероятность *P* попадания случайной величины *x* в интервал от x_1 до x_2 можно записать в следующем виде

$$P\{x_1 \leq x \geq x_2\} = \int_{x_2}^{x_1} f(x)dx.$$

Графически эта вероятность выражается отношением площади, лежащей под кривой *f*(*x*) в интервале от x_1 до *x*2 к общей площади, ограниченной кривой распределения.

При построении гистограммы масштаб по осям рекомендуется выбирать так, чтобы высота графика относилась к его основанию как 3 к 5 . При этом общая площадь между осью абсцисс и ступенчатой кривой должна быть равной единице (условие нормировки).

По виду полученной гистограммы формулируется гипотеза о законе распределения опытных данных, которую затем подтверждают с использованием соответствующего критерия согласия (либо отвергают и выдвигают новую, которую также предстоит затем подтвердить).

На практике встречаются различные формы кривых распределения случайных величин:

– трапецеидальные, например, равномерное, треугольное (Симпсона);

– экспоненциальные, например, распределение Лапласа, распределение Гаусса (нормальное);

– семейство распределений Стьюдента (предельное распределение семейства законов Стьюдента - распределение Коши);

– двухмодальные, например, дискретное двузначное распределение, арксинусоидальное распределение, остро- и кругло-вершинные двухмодальные распределения.

Если из построенной гистограммы следует, что кривая опытного распределения имеет форму близкую к колоколообразной (см. рисунок Рисунок 3), целесообразно первой проверить гипотезу о нормальности распределения опытных данных.

1.2 Определение показателей описательной статистики

Показатели описательной статистики можно разбить на несколько групп:

– показатели положения;

– показатели разброса;

– показатели асимметрии;

– показатели, описывающие закон распределения.

1.2.1 Показатели положения

Показатели положения описывают положение данных на числовой оси, дают общее представление об устройстве выборки. К ним относятся:

1. ***Минимальный и максимальный элементы выборки*** (первый и последний член вариационного ряда).

2. ***Верхний и нижний квартили*** - ограничивают зону, в которую попадают 50%, центральных элементов выборки). Квартили представляют собой значения наблюдения, делящие ранжированную совокупность на четыре равновеликие части. Различают квартиль нижний (Q_1), отделяющий ¼ часть совокупности с наименьшими значениями случайной величины, и квартиль верхний (Q_3), отделяющий ¼ часть с наибольшими значениями. Средним квартилем (Q_2) является медиана. Квартиль часто используется при анализе данных, чтобы разбить совокупность наблюдений на группы. Например, можно использовать эту характеристику, чтобы найти 25 % наблюдений, имеющих наибольшие значения и т.п.

3. ***Выборочное среднее значение*** - одна из основных характеристик ряда распределения, характеризующая его средний уровень. Определяется по формуле (4)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \qquad (4)$$

где x_i - i-е значение наблюдения;

n - объем совокупности (число наблюдений).

4. ***Мода (Мо)*** - это значение, которое наблюдается большее число раз (наиболее вероятная, наиболее типичная величина). Для несгруппированных данных модой будет значение варианта с наибольшей частотой. Во многих случаях эта величина наиболее характерна для ряда распределения и вокруг нее концентрируется большая часть вариантов. При изменении распределения в его

концах мода не меняется, т.е. она обладает определенной устойчивостью к вариации данных.

5. ***Медиана (Me) (структурное среднее)*** - это такое значение наблюдения, которое приходится на середину ранжированного (упорядоченного) ряда данных, т.е. указывает такое значение показателя, для которого половина оставшихся значений не превосходит это значение, а вторая половина превосходит медиану. Если количество членов ряда нечетное, медианой является значение ряда, которое расположено посередине, т.е., элемент с номером $(n+1)/2$. Если число членов ряда четное, то медиана равна среднему членов ряда с номерами $n/2$ и $n/2 + 1$. В отличие от средней арифметической, на которую оказывают влияние все значения x_i, медиана является лучшей характеристикой центральной тенденции в тех случаях, когда концы распределений расплывчаты (например, границы крайних интервалов открыты) или в ряду распределения имеются чрезмерно большие или малые значения. Надежность средней в выборке может быть подтверждена ее незначительным отклонением от медианы.

1.2.2 Показатели разброса

Показатели разброса описывают степень разброса данных относительно своего центра, т.е. показывают насколько кучно основная масса данных группируется около центра.

1. ***Размах вариации (R)*** - наиболее простой измеритель вариации данных- разность между максимальным и минимальным элементами:

$$R = x_{max} - x_{min}, \quad (5)$$

где x_{max}, x_{min} - максимальный и минимальный и элементы выборки соответственно.

2. ***Среднее линейное отклонение*** ($\bar{d}$) - средняя величина из отклонений наблюдаемых величин от их средней величины, абсолютная мера вариации:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \bar{\bar{x}}\right|}{n} \quad (6)$$

где n – объем выборки

3. ***Дисперсия*** (D, σ^2) - средний квадрат отклонений индивидуальных значений данных от их средней величины. Дисперсию *генеральной совокупности* вычисляют по формуле (7)

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n} \quad (7)$$

Дисперсия *выборки* или выборочная дисперсия оценивается по формуле (8)

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1} \quad (8)$$

Использование n – 1 дает несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности

4. ***Среднее квадратическое отклонение*** (СКО) - вводится на основе дисперсии и исчисляется путем извлечения квадратного корня из дисперсии. По формуле (9) СКО рассчитывается при условии, что исходные данные образуют генеральную совокупность.

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\boldsymbol{D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}} \quad (9)$$

В случае, если совокупность является выборочной, необходимо использовать формулу (10)

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (10)$$

Отклонение, выраженное в СКО, называется *нормированным* или *стандартизованным* и показывает, на сколько в среднем отклоняются конкретные варианты признака от его среднего значения.

Если эти показатели (D и σ) велики, то велик и разброс данных и, возможно, целесообразно исключить из соответствующих выборок пиковые (минимальные и максимальные) значения при переходе к дальнейшему анализу.

5. ***Коэффициент вариации*** (v) - дает относительную оценку вариации и получается путем сопоставления выборочного стандартного отклонения с выборочным средним, а результат выражается в процентах

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \tag{11}$$

Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33% (для распределений, близких к нормальному).

1.2.3 Показатели асимметрии

Группа показателей, отвечающих на вопрос о симметрии распределения данных около своего центра. К ней можно отнести коэффициент асимметрии, положение выборочной медианы относительно выборочного среднего и относительно выборочных квартилей, гистограмму и т.д. Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равноотстоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.

Коэффициент асимметрии (выборочный коэффициент асимметрии) характеризует несимметричность распределения случайной величины, рассчитывается по формуле (12)

$$A_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)^3, \tag{12}$$

Некоторые программы статистической обработки данных с целью корректировки смещения используют для вычисления выборочного коэффициента асимметрии формулу (13)

$$A_s = \frac{n}{(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)^3 \tag{13}$$

При симметричном распределении варианты, равноудаленные от $\bar{x}$, и следовательно $A_s = 0$. Если $A_s < 0$, то в ряду преобладают варианты, которые меньше, чем средняя, т.е. ряд отрицательно асимметричен (или с левосторонней скошенностью – более длинная ветвь влево). Положительная асимметрия (пра-

восторонняя скошенность - более длинная ветвь вправо) характеризуется значением $A_s>0$.

Для симметричных распределений средняя арифметическая, мода и медиана равны между собой. С учетом этого показатель асимметрии основан на соотношении показателей центра распределения: чем больше разница между $\bar{x}$, *Mo*, *Me*, тем больше асимметрия ряда данных. При этом если *Mo* < *Me,* асимметрия правосторонняя, если *Mo* > *Me* - асимметрия левосторонняя.

Положительная асимметрия (правосторонняя асимметрия) данных указывает на возможное наличие нескольких экстремально больших значений. Подобным образом отрицательная асимметрия указывает на возможное наличие нескольких экстремально малых значений.

Выборочный коэффициент эксцесса (выборочный эксцесс) (*Ex*) характеризует так называемую «крутизну», т.е. островершинность или плосковершинность распределения, степень выраженности «хвостов» распределения, т.е. частоту появления удаленных от среднего значений. В общем случае определяется по формуле (14)

$$Ex = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{S}\right)^4 \qquad (14)$$

В некоторых программных пакетах статистической обработки данных с целью корректировки смещения и определения отклонения от эксцесса нормального распределения выборочный коэффициент эксцесса вычисляют по следующей формуле:

$$Ex = \left(\frac{n(n+1)}{(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)}\cdot\sum\left(\frac{x_i-\bar{x}}{S}\right)^4\right) - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)\cdot(n-3)} \qquad (15)$$

При оценке крутизны в качестве эталонного выбирается так называемое нормальное (симметричное) распределение. Для нормального распределения с учетом вариабельности выборки выборочный коэффициент эксцесса приблизи-

тельно равен 3. Распределение, у которого $Ex > 0$ - островершинное, если $Ex < 0$ – плосковершинное.

На практике чаще всего используются следующие показатели: средняя арифметическая, медиана, дисперсия, стандартное отклонение. Однако для более точных и достоверных выводов необходимо учитывать и другие из перечисленных выше характеристик, а также обращать внимание на условия получения выборочных совокупностей.

1.3 Исключение «выбросов»

Как уже отмечалось, ряд экспериментальных данных, может содержать - резко отличающиеся наблюдения в наборе данных – *выбросы*.

Наличие выбросов, т.е. грубых ошибочных значений, может не только сильно исказить значения выборочных показателей, но и привести ко многим другим ошибочным выводам.

В реальном исследовании может быть три варианта появления особых точек:

Первый - на самом деле – это не особая точка, а просто реализация события с малой вероятностью.

Второй - это просто ошибка при записи данных в протокол или значение возникло в результате сбоя в работе измерительной аппаратуры;

Третий - это указание на влияние мощного, но не постоянно действующего неучтенного фактора, который требует дополнительного исследования.

Существует ряд методов, помимо непосредственной проверки результатов наблюдений, позволяющих специальным образом обработать выбросы. Данные методы основаны на критериях исключения минимального (максимального) наблюдения (критерий Граббса (встречаются также названия – критерий Н.В. Смирнова, критерий Смирнова-Граббса); критерий Титьена-Мура; правило Томпсона и др.).

Критерий Граббса применяется для оценки на грубые ошибки (промахи) сомнительных значений выборки из случайной величины, имеющей нормальное распределение.

Для этого по формуле (16) вычисляют критерии Граббса G_1 и G_2, предполагая, что наибольший x_{max} или наименьший x_{min} результат измерений являются выбросами:

$$G_1 = \frac{|x_{max} - \bar{x}|}{s}, G_2 = \frac{|\bar{x} - x_{min}|}{s} \quad (16)$$

Сравнивают G_1 и G_2 с теоретическим значением $G_Т$ критерия Граббса при выбранном уровне значимости q. Критические значения критерия Граббса приведены в таблице приложения А (см. таблицу А.1).

Если $G_1 > G_Т$, то x_{max} исключают как маловероятное значение. Если $G_1 > G_Т$, то x_{min} исключают как маловероятное значение. Далее вновь вычисляют среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонения ряда результатов наблюдений и процедуру проверки наличия грубых «выбросов» повторяют.

Если $G_1 \leq G_Т$, то x_{max} не считают промахом и его сохраняют в ряду наблюдений. Если $G_2 \leq G_Т$, то x_{min} не считают промахом и его сохраняют в ряду наблюдений.

Следует заметить, что, несмотря на достаточную теоретическую проработку методов обработки выбросов, каждый выброс, прежде чем будет исключен из массива экспериментальных данных, должен получить объяснение.

Достаточно распространена практика проведения двухэтапного анализа - с выбросами и с их отсутствием - и сравнение полученных результатов.

1.4 Ошибки выборки и доверительный интервал

Распространяя результаты выборочного обследования на генеральную совокупность, следует иметь в виду, что между характеристиками генеральной и выборочной совокупности возможно расхождение, обусловленное тем, что обследуется не вся совокупность, а лишь ее часть. Такого рода несоответствия

называют *ошибками выборки*, оценка таких ошибок – одна из задач анализа данных.

Средняя ошибка выборки характеризует стандартное отклонение вариантов выборочной средней от генеральной средней и зависит от колеблемости признака в генеральной совокупности σ, числа отобранных единиц n, а также от способа организации выборки.

Средняя ошибка $S_{\bar{x}}$ выборки определяется по формуле (17)

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}, \qquad (17)$$

где S – выборочное стандартное отклонение, рассчитанное по формуле $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$ (10);

n – объем выборочной совокупности.

Средняя ошибка выборки используется для расчета ***предельной ошибки выборки*** Δ_x., по формуле (18)

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot S_{\bar{x}} = t\frac{S}{\sqrt{n}}, \qquad (18)$$

где t – коэффициент Стьюдента, который в зависимости от *доверительной вероятности* $P_{\text{дов}}$ и числа результатов измерений n находят по таблице, приведенной в приложении Б (см. таблицу Б.1). На практике доверительная вероятность принимается чаще всего на уровне 0,95 или 0,99, что соответствует уровню значимости $\alpha = 1 - P_{\text{дов}}(0{,}05; 0{,}99)$.

Δ_x используется для определения границ ***доверительного интервала*** - пределов, в которых с заданной вероятностью находится оценка измеряемого параметра.

При симметричных доверительных границах оценку измеряемой величины представляют в форме:

$$\boldsymbol{x} = \bar{\boldsymbol{x}} \pm \Delta_{\bar{x}},\ P = P_{\text{дов}} \qquad (19)$$

где $\bar{x}$ – выборочное среднее значение, рассчитанное по формуле (4);

$\Delta_{\bar{x}}$ - доверительные границы, рассчитанные по формуле (18).

2 Задание и методические указания к выполнению практической работы

2.1 Задание

Даны ряды данных, составленные на основе результатов мониторинга выбросов загрязняющих веществ в атмосферный воздух после очистки отходящих конвертерных газов в двухступенчатой газоочистке мокрого типа (скруббер, труба Вентури, каплеуловитель).

Данные получены в условиях нормальной эксплуатации технологического объекта одного из предприятий металлургического комплекса – конвертера для производства стали путем продувки жидкого чугуна технически чистым газообразным кислородом.

Необходимо провести анализ ряда данных загрязняющих веществ методами описательной статистки согласно варианту.

Вариант для выполнения индивидуального задания приведен в приложении ссылка.

Расчеты выполняются MS Excel средствами «Описательная статистика», «Гистограмма» из надстройки *Анализ данных*, или с использованием имеющихся в распоряжении студентов статистических пакетов. Общие сведения о надстройке *Пакет анализа*, а также технология использования перечисленных инструментов статистического анализа приведены в приложениях В – Д.

2.2 Порядок выполнения работы

1) Составить таблицу исходных данных. Пример таблицы приведен ниже.

Пример

Таблица 1 – Результаты измерений выбросов CO в атмосферный воздух (в расчете на один конвертер)

№ наблюдения	**CO, г/с**

1	179,33
2	178,59
……..	……..
50	178,59

---

2) Построить график протокола наблюдений в системе координат (OY – количество выбросов, г/с; OX – номер измерения). Провести визуальный анализ и описать особенности данного набора данных.

Краткие сведения из теории статистики приведены в 1.1.1 настоящих рекомендаций.

Для построения графика протокола наблюдения средствами MS Excel используется **мастер диаграмм**. Для работы с **мастером диаграмм** необходимо последовательно выполнить следующие действия в окне программы MS Excel: **Вставка** → **Диаграммы** → **Выбрать тип диаграммы** – *точечная с прямыми отрезками и маркерами* → **Следовать инструкциям мастера диаграмм**. По завершении создания диаграммы необходимо провести настройку её параметров с целью обеспечения наглядности представления данных для анализа. Для разрешения вопросов, возникающих при создании диаграммы целесообразно обратиться к справочной системе Microsoft Exel.

3) Рассчитать и пояснить основные показатели описательной статистики: положения, разброса, формы распределения. Результаты записать в таблицу. Пример заполнения таблицы приведен ниже.

Пример

Таблица 2 - Основные показатели описательной статистики, рассчитанные по результатам мониторинга выбросов СО в атмосферный воздух после очистки отходящих конвертерных газов

	Показатель	**Значение показателя**	**Формула для расчета показателя**	**Математико-статистическая интерпретация**
	1	**2**	**3**	**4**
1	**Среднее**	6,5	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$, где x_i - i-е значение наблюдения; n - объем совокупности (число наблюдений)	Обобщающая характеристик множества индивидуальных значений некоторого количественного признака, представляет одним значением всю совокупность и отражает то общее (типическое), что присуще всем ее единицам
	……..	……..	……..	……..

Краткие сведения из теории статистики приведены в 1.1.3 настоящих рекомендаций. Справочная работа по технологии работы в режиме «Описательная статистика» - в приложении Д.

4) На основании рассчитанных по выборке показателей описательной статистики определить коэффициент вариации. Сделать заключение о степени вариации признака в исследуемой выборочной совокупности.

5) Провести анализ данных на наличие "выбросов" по методу Граббса. При проведении анализа необходимо использовать математические и логические функции MS Excel.

Краткие сведения из теории статистики приведены в 1.3 настоящих рекомендаций.

Для работы с **мастером функций** необходимо последовательно выполнить следующие действия в окне программы MS Excel: **Вставка** → **Формулы** → щелкните по кнопке **Вставить функцию** f_x → **Выбрать категорию формулы (математические, логические)** → После выбора функции щелкните по кнопке **ОК** для перехода в следующее диалоговое окно мастера функций, в котором должны быть **заданы аргументы**→после задания аргументов щелкните по кнопке **ОК**, чтобы в ячейке появились результаты выполнения функции.

Для разрешения вопросов, возникающих при создании формул целесообразно обратиться к справочной системе Microsoft Exel.Для этого щелкните в диалоговом окне по кнопке **Справка** (или воспользуйтесь клавишей F1). На экране появится помощник и предложит помощь. Щелкните по кнопке **Справка по выделенной функции**, и на экране будет представлена соответствующая страница справочной подсистемы.

6) Удалить «выбросы» из рассматриваемой совокупности данных и повторить расчеты показателей описательной статистики. Сделать вывод о влиянии выявленных "выбросов" на показатели описательной статистки.

7) Записать доверительный интервал для среднего с уровнем надежности 95% и 99%.

Сделать вывод о влиянии доверительной вероятности на ширину доверительного интервала.

Краткие сведения из теории статистики приведены в 1.4 настоящих рекомендаций.

8) Построить гистограмму. Сформулировать гипотезу о законе распределения данных по виду гистограммы.

Краткие сведения из теории статистики приведены в 1.1.3 настоящих рекомендаций. Справочная работа по технологии работы в режиме «Гистограмма» - в приложении Г.

9) Оформить отчет.

2.3 Требования к структуре и оформлению отчета

Отчет должен иметь следующие разделы:

1. Титульный лист с указанием фамилии студента, выполнившего работу.
2. Цель и задачи работы.
3. Краткие теоретические сведения.
4. Краткое описание программного средства, использованного в работе.
5. Результаты работы.
6. Анализ результатов работы.

Цель работы должна отражать тему практической работы, а также конкретные задачи, поставленные студенту на период ее выполнения. По объему цель работы в зависимости от сложности и многозадачности работы составляет от нескольких строк до 0,5 страницы.

Краткие теоретические сведения. В этом разделе излагается краткое теоретическое описание изучаемого в работе статистического метода, приводятся также необходимые расчетные формулы. Материал раздела не должен копировать содержание методического пособия или учебника по данной теме, а ограничивается изложением основных понятий и законов, расчетных формул, таблиц, требующихся для дальнейшей обработки полученных результатов. Объем не должен превышать 1/3 части всего отчета.

Краткое описание программного средства, использованного в работе. В данном разделе необходимо обосновать возможность и целесообразность применения стандартных пакетов компьютерных программ для решения поставленной в работе задачи, привести справочную информацию по технологии работы.

Результаты работы. В этом разделе приводятся непосредственно результаты, полученные в ходе работы: определенные значения величин, графики, таблицы, диаграммы.

Анализ результатов работы. Раздел отчета должен содержать подробный анализ полученных результатов и объяснение полученных зависимостей на основе законов статистики.

Отчет должен быть оформлен по общим правилам, принятым в вузе [7]. Отчет предоставляется на проверку преподавателю в распечатанном и сброшюрованном виде. Одновременно предоставляется электронная версия расчетов Microsoft Exel.

Рекомендуемая литература

1. Анализ данных: учебник для вузов / под редакцией В. С. Мхитаряна. - Москва : Издательство Юрайт, 2020. - 490 с.
2. Гашев, С. Н. Математические методы в биологии: анализ биологических данных в системе Statistica : учебное пособие для вузов / С. Н. Гашев, Ф. Х. Бетляева, М. Ю. Лупинос. - Москва : Издательство Юрайт, 2020. - 207 с.
3. ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019. Статистические методы. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятностей: национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : взамен ГОСТ Р 50779.10—2000 (ИСО 3534-1—93): дата введения 2019-05-19 / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. – Москва : Стандартинформ, 2018. – 65 с.
4. ГОСТР 8.736-2011 Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные Методы обработки результатов измерений. Основные положения: национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : введен впервые: дата введения 2013-01-01 / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. – Москва : Стандартинформ, 2019. – 21 с.
5. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика / В. С. Мхитарян [и др.]; под общ. ред. В. С. Мхитаряна. — М.: МФПУ «Синергия», 2013. – 200 с.
6. Основы теории и практики обработки экспериментальных данных : учебное пособие для вузов / Л. Н. Третьяк, А. Л. Воробьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 237 с.

7. Правила оформления учебных работ студентов учебно-методическое пособие / под ред. И. А. Жибиновой. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2018. – 124 с.
8. Сидняев, Н. И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных : учеб. пособие для магистров / Н. И. Сидняев. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. – 237 с.
9. Третьяк, Л. Н. Основы теории и практики обработки экспериментальных данных : учеб. пособие для бакалавриата и магистратуры / Л. Н. Третьяк, А. Л. Воробьев ; под общ. ред. Л. Н. Третьяк. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. – 237 с.
10. Яковлев, В. Б. Статистика. Расчеты в Microsoft Excel : учебное пособие для вузов / В. Б. Яковлев. — 2-е изд., испр. и доп Москва : Издательство Юрайт, 2020. - 353 с.

Приложение А

Табличные значения критерия Граббса

Таблица А.1

n	Уровень значимости				
	0,1	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,001**
3	1,148	1,153	1,155	1,155	1,155
4	1,425	1,463	1,481	1,492	1,499
5	1,602	1,672	1,715	1,749	1,780
6	1,729	1,822	1,887	1,944	2,011
7	1,828	1,938	2,020	2,097	2,201
8	1,909	2,032	2,126	2,221	2,358
9	1,977	2,110	2,215	2,323	2,492
10	2,036	2,176	2,290	2,410	2,606
11	2,088	2,234	2,355	2,485	2,705
12	2,134	2,285	2,412	2,550	2,791
13	2,175	2,331	2,462	2,607	2,867
14	2,213	2,371	2,507	2,659	2,935
15	2,247	2,409	2,549	2,705	2,997
16	2,279	2,443	2,585	2,747	3,052
17	2,309	2,475	2,620	2,785	3,103
18	2,335	2,504	2,651	2,821	3,149
19	2,361	2,532	2,681	2,854	3,191
20	2,385	2,557	2,709	2,884	3,230
21	2,408	2,580	2,733	2,912	3,266
22	2,429	2,603	2,758	2,939	3,300
23	2,448	2,624	2,781	2,963	3,332
24	2,467	2,644	2,802	2,987	3,362
25	2,486	2,663	2,822	3,009	3,389
26	2,502	2,681	2,841	3,029	3,415
27	2,519	2,698	2,859	3,049	3,440
28	2,534	2,714	2,876	3,068	3,464
29	2,549	2,730	2,893	3,085	3,486
30	2,563	2,745	2,908	3,103	3,507
31	2,577	2,759	2,924	3,119	3,528
32	2,591	2,773	2,938	3,135	3,546
33	2,604	2,786	2,952	3,150	3,565
34	2,616	2,799	2,965	3,164	3,582
35	2,628	2,811	2,979	3,178	3,599
36	2,639	2,823	2,991	3,191	3,616
37	2,65	2,835	3,003	3,204	3,631
38	2,661	2,846	3,014	3,216	3,646
39	2,671	2,857	3,025	3,228	3,660
40	2,682	2,866	3,036	3,240	3,673

n	Уровень значимости				
	0,1	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,001**
41	2,692	2,877	3,046	3,251	3,687
42	2,700	2,887	3,057	3,261	3,700
43	2,710	2,896	3,067	3,271	3,712
44	2,719	2,905	3,075	3,282	3,724
45	2,727	2,914	3,085	3,292	3,736
46	2,736	2,923	3,094	3,302	3,747
47	2,744	2,931	3,103	3,310	3,757
48	2,753	2,940	3,111	3,319	3,768
49	2,760	2,948	3,120	3,329	3,779
50	2,768	2,956	3,128	3,336	3,789
51	2,775	2,964	3,136	3,345	3,798
52	2,783	2,971	3,143	3,353	3,808
53	2,790	2,978	3,151	3,361	3,816
54	2,798	2,986	3,158	3,368	3,825
55	2,804	2,992	3,166	3,376	3,834
56	2,811	3,000	3,172	3,383	3,842
57	2,818	3,006	3,180	3,391	3,851
58	2,824	3,013	3,186	3,397	3,858
59	2,831	3,019	3,193	3,405	3,867
60	2,837	3,025	3,199	3,411	3,874
61	2,842	3,032	3,205	3,418	3,882
62	2,849	3,037	3,212	3,424	3,889
63	2,854	3,044	3,218	3,430	3,896
64	2,860	3,049	3,224	3,437	3,903
65	2,866	3,055	3,230	3,442	3,910
66	2,871	3,061	3,235	3,449	3,917
67	2,875	3,066	3,241	3,454	3,923
68	2,880	3,071	3,246	3,460	3,930
69	2,888	3,076	3,252	3,466	3,936
70	2,893	3,082	3,257	3,471	3,942
71	2,897	3,087	3,262	3,476	3,948
72	2,903	3,092	3,267	3,482	3,954
73	2,908	3,098	3,272	3,487	3,960
74	2,912	3,102	3,278	3,492	3,965
75	2,917	3,107	3,282	3,496	3,971
76	2,922	3,111	3,287	3,502	3,977
77	2,927	3,117	3,291	3,507	3,982
78	2,931	3,121	3,297	3,511	3,987
79	2,935	3,125	3,301	3,516	3,992
80	2,940	3,130	3,305	3,521	3,998
81	2,945	3,134	3,309	3,525	4,002
82	2,949	3,139	3,315	3,529	4,007
83	2,953	3,143	3,319	3,534	4,012
84	2,957	3,147	3,323	3,539	4,017
85	2,961	3,151	3,327	3,543	4,021
86	2,966	3,155	3,331	3,547	4,026

n	Уровень значимости				
	0,1	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,001**
87	2,970	3,160	3,335	3,551	4,031
88	2,973	3,163	3,339	3,555	4,035
89	2,977	3,167	3,343	3,559	4,039
90	2,981	3,171	3,347	3,563	4,044
91	2,984	3,174	3,350	3,567	4,049
92	2,989	3,179	3,355	3,570	4,053
93	2,993	3,182	3,358	3,575	4,057
94	2,996	3,186	3,362	3,579	4,060
95	3,000	3,189	3,365	3,582	4,064
96	3,003	3,193	3,369	3,586	4,069
97	3,007	3,196	3,372	3,589	4,073
98	3,011	3,201	3,377	3,593	4,076
99	3,014	3,204	3,380	3,597	4,080
100	3,017	3,207	3,383	3,600	4,084
101	3,021	3,210	3,386	3,603	4,088
102	3,024	3,214	3,390	3,607	4,092
103	3,027	3,217	3,393	3,610	4,095
104	3,030	3,220	3,397	3,614	4,098
105	3,033	3,224	3,400	3,617	4,102
106	3,037	3,227	3,403	3,620	4,105
107	3,040	3,230	3,406	3,623	4,109
108	3,043	3,233	3,409	3,626	4,112
109	3,046	3,236	3,412	3,629	4,116
110	3,049	3,239	3,415	3,632	4,119
111	3,052	3,242	3,418	3,636	4,122
112	3,055	3,245	3,422	3,639	4,125
113	3,058	3,248	3,424	3,642	4,129
114	3,061	3,251	3,427	3,645	4,132
115	3,064	3,254	3,430	3,647	4,135
116	3,067	3,257	3,433	3,650	4,138
117	3,070	3,259	3,435	3,653	4,141
118	3,073	3,262	3,438	3,656	4,144
119	3,075	3,265	3,441	3,659	4,147
120	3,078	3,267	3,444	3,662	4,150
121	3,081	3,270	3,447	3,665	4,153
122	3,083	3,273	3,450	3,667	4,156
123	3,086	3,276	3,452	3,670	4,159
124	3,089	3,279	3,455	3,672	4,161
125	3,092	3,281	3,457	3,675	4,164
126	3,095	3,284	3,460	3,677	4,166
127	3,097	3,286	3,462	3,680	4,169
128	3,100	3,289	3,465	3,683	4,172
129	3,102	3,291	3,467	3,686	4,175
130	3,104	3,294	3,470	3,688	4,178
131	3,107	3,296	3,473	3,690	4,180
132	3,109	3,298	3,475	3,693	4,183

n	Уровень значимости				
	0,1	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,001**
133	3,112	3,302	3,478	3,695	4,185
134	3,114	3,304	3,480	3,697	4,188
135	3,116	3,306	3,482	3,700	4,190
136	3,119	3,309	3,484	3,702	4,193
137	3,122	3,311	3,487	3,704	4,196
138	3,124	3,313	3,489	3,707	4,198
139	3,126	3,315	3,491	3,710	4,200
140	3,129	3,318	3,493	3,712	4,203
141	3,131	3,320	3,497	3,714	4,205
142	3,133	3,322	3,499	3,716	4,207
143	3,135	3,324	3,501	3,719	4,209
144	3,138	3,326	3,503	3,721	4,212
145	3,140	3,328	3,505	3,723	4,214
146	3,142	3,331	3,507	3,725	4,216
147	3,144	3,334	3,509		

Приложение Б

Табличные значения t-критерия Стьюдента

Таблица Б.1

N-1	*P* = 0,95	*P* = 0,99
3	3,182	5,841
4	2,776	4,604
5	2,571	4,032
6	2,447	3,707
7	2,365	2,998
8	2,306	3,355
9	2,262	3,250
10	2,228	3,169
12	2,179	3,055
14	2,145	2,977
16	2,120	2,921
18	2,101	2,878
20	2,086	2,845
22	2,074	2,819
24	2,064	2,797
26	2,056	2,779
28	2,048	2,763
30	2,042	2,750
∞	1,960	2,576

Приложение В

Общие сведения о надстройке «Анализ данных»

Как правило, надстройка пакет анализа инсталлируется при стандартной установке табличного процессора. Поэтому, если выполнена полная установка Excel, пакет анализа доступен при каждом запуске Excel. Функции пакета анализа можно использовать точно так же, как и любые другие функции Excel, а чтобы получить доступ к инструментам пакета анализа, выполните следующие действия:

1. Выберите во вкладке **Данные** команду **Анализ данных**. На экране появится окно диалога, показанное на рис. В.1.

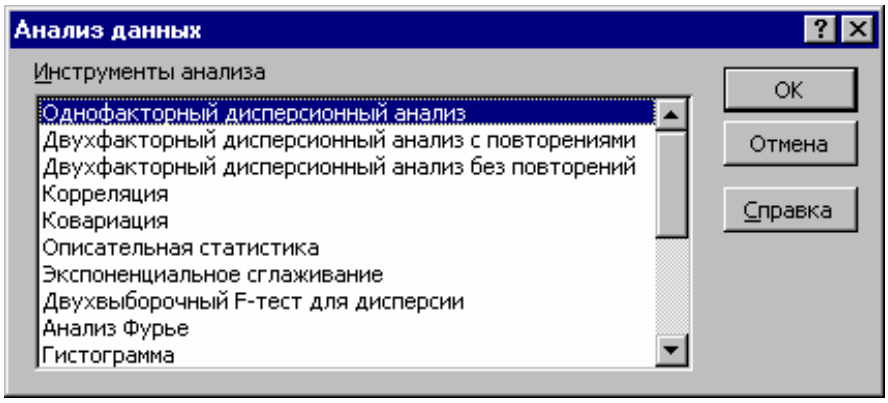

Рисунок В.1 - Окно диалога Анализ данных

2. Чтобы использовать инструмент анализа, выберите его имя в списке и нажмите кнопку ОК.

3. Заполните открывшееся окно диалога. Одна часть задаваемых параметров является универсальной и присуща всем (или подавляющему большинству) режимам работы. В большинстве случаев это означает задание входного диапазона с данными, которые вы собираетесь анализировать, задание выходного диапазона, в который должны быть помещены результаты, и выбор нужных параметров.

Другая часть задаваемых параметров является специфической и присуща только одному (малой группе) режиму работы. Назначение таких параметров

будет рассмотрена при изучении технологий работы с соответствующими режимами.

Если команда **Анализ данных** отсутствует во вкладке **Данные** или если формула, которая использует функцию пакета анализа, возвращает ошибочное значение #ИМЯ?, выполните последовательно следующие действия: **Файл** → **Параметры** → **Надстройки** →**Пакет анализа** в списке надстроек, после чего нажмите кнопку **ОК**.

Приложение Г

Технология работы в режиме "Гистограмма"

Режим «**Гистограмма**» служит для вычисления частот попадания данных в указанные границы интервалов, а также для построения гистограммы интервального вариационного ряда распределения. Для использования инструмента "Гистограмма" выберите одноименную строку в окне диалога **Анализ данных** на вкладке **Данные**.

В диалоговом окне данного режима (см. рисунок Г.1) задаются следующие параметры:

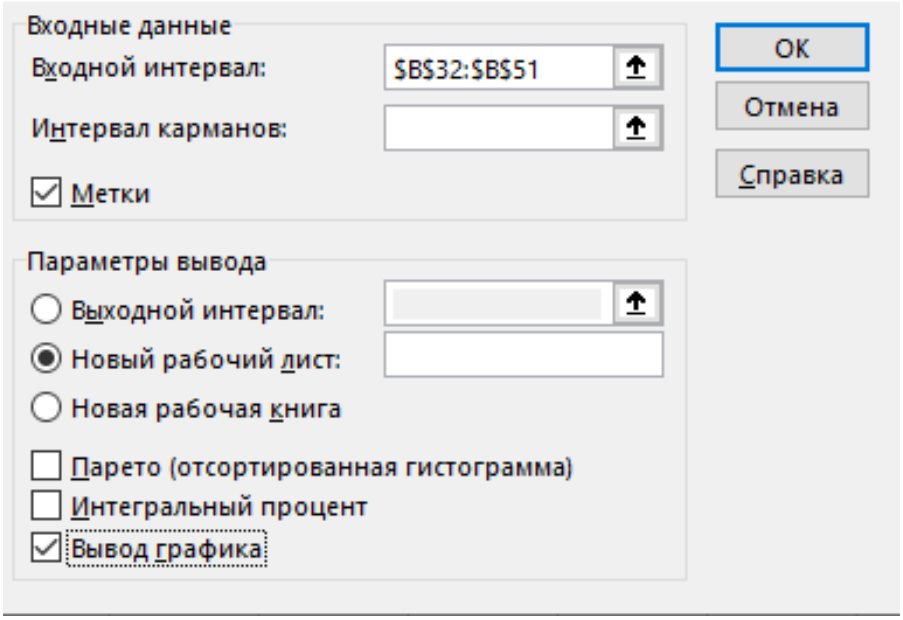

Рисунок Г.1

1. *Входной интервал* — вводится ссылка на ячейки, содержащие анализируемые данные.

2. *Интервал карманов* (необязательный параметр) - вводится ссылка на ячейки, содержащие набор граничных значений, определяющих интервалы (карманы). Эти значения должны быть введены в возрастающем порядке. В Microsoft Excel вычисляется число попаданий данных в сформированные интервалы, причем границы интервалов являются строгими нижними границами и нестрогими верхними: $a < x \leq b$.

Если диапазон карманов не был введен, то набор интервалов, равномерно распределенных между минимальным и максимальным значениями данных, будет создан автоматически в соответствии с формулой.

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{\{k\} - 1} \qquad (Г.1)$$

где h — величина равного интервала;

x_{max}, x_{min}— соответственно максимальное и минимальное значения признака в совокупности;

$\{k\}$ - округленное оптимальное число групп, определяемое по формуле Стерджесса $k = 1 + 3{,}322 \bullet Lg\ N$ (N - число единиц совокупности).

Примечание. Формула Г.1 используется только при работе в режиме «**Гистограмма**». В других случаях следует применять формулу (2).

В режиме работы «**Гистограмма**» пользователь может самостоятельно задать величину интервалов ряда. В случае если заданные интервалы будут не равны между собой, то сгенерированная гистограмма будет представлять собой обычную столбиковую диаграмму, в которой частоты попадания в интервал не связаны сего размером, что не позволит правильно оценить характер изучаемого явления. Во избежание подобных ошибок рекомендуется задавать интервалы одинаковой величины или пользоваться режимом автоматического формирования интервалов.

3. Флажок *Метки* — устанавливается в активное состояние, если первая строка (столбец) во входном диапазоне содержит заголовки. Если заголовки отсутствуют, флажок следует деактивизировать. В этом случае будут созданы стандартные названия для данных выходного диапазона.

4. Переключатель *Выходной интервал/Новый рабочий лист/Новая рабочая книга*.

В положении *Выходной интервал* активизируется поле, в которое необходимо ввести ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Размер выходного диапазона будет определен автоматически, и на экране появится со-

общение в случае возможного наложения выходного диапазона на исходные данные.

В положении *Новый рабочий лист* открывается новый лист, в который начиная с ячейки A1 вставляются результаты анализа. Если необходимо задать имя открываемого нового рабочего листа, введите его имя в поле, расположенное напротив соответствующего положения переключателя.

В положении *Новая рабочая книга* открывается новая книга, на первом листе которой начиная с ячейки A1 вставляются результаты анализа.

5. *Парето (отсортированная гистограмма)* — устанавливается в активное состояние, чтобы представить данные в порядке убывания частоты. Если флажок снят, то данные в выходном диапазоне будут приведены в порядке следования интервалов.

6. *Интегральный процент* — устанавливается в активное состояние для расчета выраженных в процентах *накопленных* частот (*накопленных частостей*) и включения в гистограмму графика кумуляты.

Поясним подробнее порядок расчета накопленных частостей. На основании частот рассчитываются накопленные частоты. Каждое значение накопленной частоты делится на максимальное накопленное значение, в результате чего получаются частости, выраженные в долях единицы. После преобразования последних к процентному формату получается окончательный результат.

7. *Вывод графика* — устанавливается в активное состояние для автоматического создания встроенной диаграммы на листе, содержащем выходной диапазон.

Как правило, гистограммы изображаются в виде *смежных* прямоугольных областей, поэтому столбики выведенной гистограммы целесообразно расширить до соприкосновения друг с другом. Для этого на панели инструментов ***Диаграмма*** необходимо в раскрывающемся списке элементов диаграммы выбрать элемент *Ряд «Частота»*, после чего щелкнуть по кнопке **Формат рядов данных**. В появившемся одноименном диалоговом окне необходимо активизи-

ровать вкладку ***Параметры*** и в поле *Ширина зазора* установит значение 0. После указанных преобразований гистограмма примет стандартный вид.

Статистические функции, связанные с режимом «Гистограмма»: ЧАСТОТА, СЧЕТ, СЧЕТЗ.

Приложение Д

Технология работы в режиме "Описательная статистика"

Для использования инструмента " Описательная статистика " выберите одноименную строку в окне диалога **Анализ данных** на вкладке **Данные**.

В диалоговом окне данного режима (см. рисунок Д.1) задаются следующие параметры:

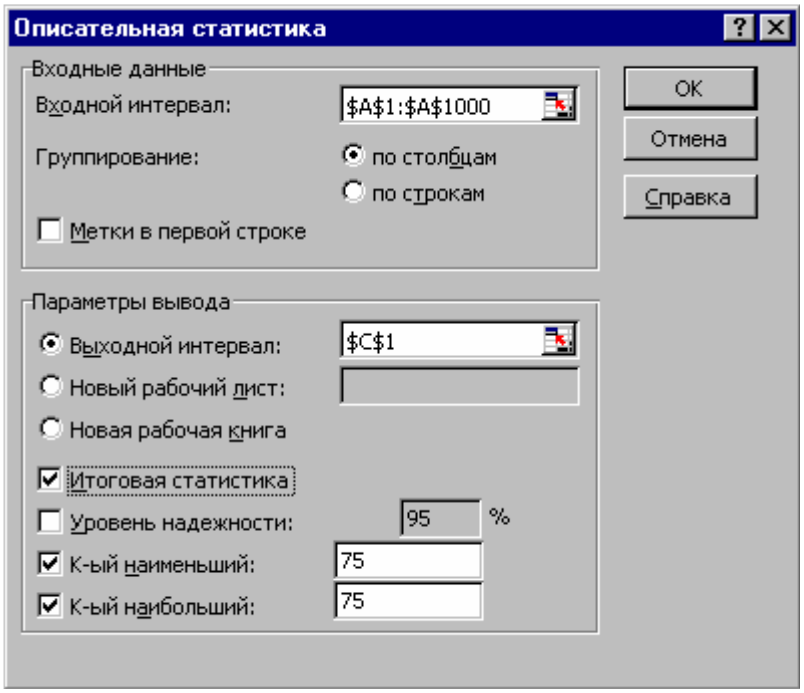

Рисунок Д.1

a. *Входной интервал* — вводится ссылка на ячейки, содержащие анализируемые данные.

b. *Группирование* – устанавливается в положение По столбцам или По строкам в зависмости от расположения данных во входном диапазоне.

c. *Метки* — устанавливается в активное состояние, если первая строка (столбец) во входном диапазоне содержит заголовки. Если заголовки отсут-

ствуют, флажок следует деактивизировать. В этом случае будут созданы стандартные названия для данных выходного диапазона.

d. *Выходной интервал/Новый рабочий лист/Новая рабочая книга*.

В положении *Выходной интервал* активизируется поле, в которое необходимо ввести ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Размер выходного диапазона будет определен автоматически, и на экране появится сообщение в случае возможного наложения выходного диапазона на исходные данные.

В положении *Новый рабочий лист* открывается новый лист, в который начиная с ячейки A1 вставляются результаты анализа. Если необходимо задать имя открываемого нового рабочего листа, введите его имя в поле, расположенное напротив соответствующего положения переключателя.

В положении *Новая рабочая книга* открывается новая книга, на первом листе которой начиная с ячейки A1 вставляются результаты анализа.

e. *Итоговая статистика* – установите в активное состояние, если в выходном диапазоне необходимо получить по одному полю для каждого из следующих показателей описательной статистики: среднее, стандартная ошибка, медиана, мода, стандартное отклонение, дисперсия, коэффициент эксцесса, коэффициент асимметрии, размах (или интервал), минимальное значение, максимальное значение, сумма, число значений, k-й наибольший и k-й наименьший элементы выборки, предельная ошибка выборки.

f. *Уровень надежности* – установите в активное состояние, если в выходную таблицу необходимо включить строку для предельной ошибки выборки при установленном уровне надежности (например, значение уровня надежности 95 % равносильно доверительной вероятности γ=0,95 или уровню значимости α=0,95).

g. *К-й наибольший* - установите в активное состояние, если в выходную таблицу необходимо включить строку для k-го наибольшего (начиная с максимума x_{max}) значения элемента выборки. В поле, расположенное напротив флаж-

ка, введите число k. Если k=1, то строка будет содержать максимальное значение элемента выборки.

h. *К-й наименьший* - установите в активное состояние, если в выходную таблицу необходимо включить строку для k-го наименьшего (начиная с минимума , $x_{\min}$) значения элемента выборки. В поле, расположенное напротив флажка, введите число k. Если k=1, то строка будет содержать минимальное значение элемента выборки.

Статистические функции, связанные с режимом «Описательная статистика»: СРЗНАЧ, МЕДИАНА, МОДА, СТАНДОТКЛОН, ДИСП, ЭКСЦЕСС, СКОС, МИН, МАКС, СЧЕТ, НАИБОЛЬШИЙ, НАИМЕНЬШИЙ, СТЬЮДРАСПРОБР и др.

Приложение Е

Таблица исходных данных для выполнения практической работы

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
№ изме-рения	Вы-бро-сы CO, г/с	№ изме-рения	Вы-бро-сы CO, г/с	№ изме-рения	Вы-бро-сы CO, г/с	№ изме-рения	Вы-бро-сы SO_2, г/с	№ изме-рения	Вы-бросы SO_2, г/с	№ изме-рения	Вы-бро-сы SO_2, г/с	№ изме-рения	Вы-бро-сы NOx, г/с	№ изме-рения	Вы-бро-сы NOx, г/с	№ изме-рения	Вы-бро-сы NOx, г/с	№ изме-рения	Вы-бро-сы пыл ь, г/с
1.	186,65	1.	175,92	1.	165,16	1.	4,38	1.	6,94	1.	6,78	1.	6,78	1.	6,54	1.	8,56	1.	11,26
2.	165,56	2.	215,88	2.	208,3	2.	4,81	2.	6,55	2.	6,68	2.	7,08	2.	10,57	2.	8,49	2.	10,17
3.	174,3	3.	186,07	3.	205,21	3.	5,34	3.	7,15	3.	6,85	3.	8,49	3.	9,04	3.	8,73	3.	10,05
4.	174,42	4.	196,82	4.	196,27	4.	6,72	4.	10,28	4.	6,88	4.	6,01	4.	9,69	4.	8,41	4.	5,18
5.	166,35	5.	195,98	5.	191,86	5.	6,97	5.	10,74	5.	6,9	5.	11,76	5.	7,58	5.	8,82	5.	8,6
6.	170,1	6.	217,4	6.	231,59	6.	9,05	6.	6,65	6.	6,86	6.	4,34	6.	8,04	6.	8,36	6.	13,58
7.	185,02	7.	197,52	7.	171,58	7.	5,29	7.	7,48	7.	6,85	7.	6,75	7.	8,41	7.	8,38	7.	11,73
8.	179,33	8.	203,02	8.	195,43	8.	3,99	8.	7,61	8.	6,73	8.	16,04	8.	11,62	8.	8,79	8.	9,84
9.	178,59	9.	180,82	9.	168,91	9.	4,86	9.	9,69	9.	6,92	9.	8,92	9.	10,56	9.	8,57	9.	12,52
10.	164,91	10.	208,61	10.	174,9	10.	5,21	10.	6,55	10.	6,79	10.	7,16	10.	8,76	10.	8,36	10.	12,33
11.	191,01	11.	175,89	11.	209,19	11.	9,28	11.	5,37	11.	6,86	11.	8,48	11.	7,09	11.	8,53	11.	9,73

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
№ измерения	**Выбросы CO, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы CO, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы CO, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы SO_2, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы SO_2, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы SO_2, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы NOx, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы NOx, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы NOx, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы пыль, г/с**
12.	178,79	12.	204,77	12.	186,92	12.	7,97	12.	7,31	12.	6,75	12.	6,75	12.	8,63	12.	8,49	12.	9,36
13.	182,6	13.	219,01	13.	223,72	13.	4,59	13.	7,7	13.	6,97	13.	11,57	13.	7,16	13.	8,52	13.	11,37
14.	213,72	14.	199,54	14.	207,8	14.	5,17	14.	5,37	14.	6,84	14.	13,38	14.	9,6	14.	8,3	14.	11,26
15.	209,57	15.	200,68	15.	209,64	15.	6,93	15.	4,29	15.	6,78	15.	4,52	15.	11,57	15.	8,65	15.	9,96
16.	186,21	16.	199,88	16.	184,33	16.	10,93	16.	5,54	16.	6,72	16.	2,21	16.	9,92	16.	8,51	16.	10,57
17.	156,09	17.	171,82	17.	186,75	17.	8,76	17.	7,12	17.	6,95	17.	8,34	17.	10,07	17.	8,67	17.	10,98
18.	193,44	18.	171,16	18.	180,62	18.	7,96	18.	8,2	18.	6,74	18.	12,19	18.	8,21	18.	8,85	18.	10,65
19.	165,51	19.	177,31	19.	174,27	19.	9,25	19.	6,58	19.	6,68	19.	4,98	19.	8,35	19.	8,31	19.	10,53
20.	170,82	20.	173,97	20.	203,25	20.	11,28	20.	8,18	20.	6,82	20.	7,31	20.	9,37	20.	8,31	20.	13,6
21.	192,85	21.	204,17	21.	167,5	21.	4,6	21.	5,54	21.	6,63	21.	7,14	21.	7,59	21.	8,67	21.	10,93
22.	203,16	22.	173,71	22.	195,53	22.	10,77	22.	10,04	22.	6,66	22.	9,22	22.	9,61	22.	8,74	22.	9,98
23.	177,13	23.	206,2	23.	231,88	23.	5,61	23.	7,13	23.	6,69	23.	8,57	23.	7,8	23.	8,52	23.	11,05
24.	192,03	24.	218,52	24.	215,35	24.	6,35	24.	6,86	24.	6,72	24.	12,05	24.	9,78	24.	8,78	24.	11,48
25.	158,19	25.	193,56	25.	209,15	25.	9,89	25.	6,09	25.	6,86	25.	10,66	25.	10,96	25.	8,78	25.	8,31
26.	211,42	26.	157,07	26.	182,18	26.	2,56	26.	9,18	26.	6,81	26.	12,95	26.	10,59	26.	8,53	26.	12,47

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
№ измерения	Выбросы CO, г/с	№ измерения	Выбросы CO, г/с	№ измерения	Выбросы CO, г/с	№ измерения	Выбросы SO_2, г/с	№ измерения	Выбросы SO_2, г/с	№ измерения	Выбросы SO_2, г/с	№ измерения	Выбросы NOx, г/с	№ измерения	Выбросы NOx, г/с	№ измерения	Выбросы NOx, г/с	№ измерения	Выбросы пыль, г/с
27.	190,49	27.	210,83	27.	191,49	27.	8,77	27.	6,58	27.	6,83	27.	4,94	27.	9,16	27.	8,24	27.	4,58
28.	208,95	28.	173,3	28.	199,34	28.	6,89	28.	8,43	28.	6,98	28.	8,25	28.	10	28.	8,55	28.	12,3
29.	175,59	29.	214,96	29.	219,49	29.	7,66	29.	7,41	29.	6,92	29.	6,19	29.	13,46	29.	8,7	29.	11,18
30.	175,15	30.	207,24	30.	173,01	30.	6,22	30.	9,68	30.	6,9	30.	11,04	30.	8,43	30.	8,78	30.	11,69
31.	191,33	31.	173,8	31.	217,41	31.	3,91	31.	8,65	31.	6,81	31.	9,46	31.	13,55	31.	8,54	31.	6,39
32.	189,81	32.	178,24	32.	204,37	32.	9,77	32.	7,08	32.	6,6	32.	8,45	32.	7,92	32.	8,56	32.	9
33.	170,25	33.	214,37	33.	217,68	33.	7,48	33.	6,52	33.	6,88	33.	9,78	33.	3,8	33.	8,86	33.	9,79
34.	172,06	34.	195,35	34.	220,13	34.	3,73	34.	7,37	34.	6,86	34.	11,83	34.	9,65	34.	8,49	34.	9,79
35.	149,92	35.	171,37	35.	236,28	35.	7,65	35.	5,83	35.	6,95	35.	6,5	35.	6,26	35.	8,68	35.	9,06
36.	188,2	36.	221,13	36.	197,18	36.	5,18	36.	7,69	36.	6,87	36.	9,79	36.	8,79	36.	8,77	36.	4,97
37.	182,5	37.	182,85	37.	199,48	37.	9,76	37.	8,17	37.	6,87	37.	11,66	37.	8,62	37.	8,54	37.	10,42
38.	182,96	38.	192,68	38.	192,24	38.	2,74	38.	8,83	38.	6,66	38.	7,52	38.	10,75	38.	8,48	38.	7,78
39.	177,96	39.	172,45	39.	233,51	39.	6,67	39.	7,42	39.	6,86	39.	7,08	39.	10,07	39.	8,43	39.	10,96
40.	179,88	40.	199,71	40.	204,08	40.	9,62	40.	9,44	40.	6,66	40.	10,37	40.	9,94	40.	8,65	40.	11,6
41.	187,95	41.	213,82	41.	228,11	41.	8,37	41.	8,74	41.	6,67	41.	8,17	41.	10,85	41.	8,55	41.	12,84

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
№ измерения	**Выбросы CO, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы CO, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы CO, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы SO_2, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы SO_2, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы SO_2, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы NOx, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы NOx, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы NOx, г/с**	**№ измерения**	**Выбросы пыль, г/с**
42.	181,31	42.	159,91	42.	175,19	42.	5,55	42.	9,02	42.	6,82	42.	7,82	42.	8,92	42.	8,36	42.	10,19
43.	192,36	43.	193,75	43.	217,69	43.	2,69	43.	6,91	43.	6,85	43.	1,9	43.	10,85	43.	8,37	43.	10,3
44.	144,51	44.	183,07	44.	213,66	44.	6,4	44.	9,16	44.	6,61	44.	6,98	44.	9,6	44.	9,05	44.	7,83
45.	151,12	45.	195,01	45.	211,03	45.	9,52	45.	9,01	45.	6,83	45.	7	45.	13	45.	8,39	45.	9,27
46.	178,44	46.	180,4	46.	181,55	46.	8,55	46.	10,86	46.	6,72	46.	17,43	46.	9,62	46.	8,67	46.	7,65
47.	180,8	47.	178,47	47.	184,8	47.	4,92	47.	8,7	47.	6,98	47.	9,99	47.	6,87	47.	8,68	47.	9,57
48.	174,31	48.	199,25	48.	218,84	48.	9,17	48.	8,74	48.	6,87	48.	13,49	48.	10,83	48.	8,42	48.	10,76
49.	161,66	49.	197,89	49.	154,91	49.	11,66	49.	8,33	49.	6,83	49.	4,03	49.	10,33	49.	8,69	49.	10,07
50.	181,79	50.	201,56	50.	191,1	50.	6,78	50.	6,06	50.	6,77	50.	9,32	50.	9,36	50.	8,53	50.	9,13

Предельно допустимые выбросы загрязняющих веществ в атмосферный воздух после газоочистки (на один конвертер) при полном дожигании газов, г/с	
Оксид углерода (CO)	208,35
Диоксид серы (SO_2)	6,82
Оксиды азота (NO_x)	8,52
Пыль	9,72